SHOUT
SHARE
IT

S. 1142. A.

MEMORIE
DI
MATEMATICA
E FISICA
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA
TOMO VI.

SEMPER
EADEM

VERONA
PER DIONIGI RAMANZINI
M. DCC. XCII.

NATURAL HISTORY

NATURAL HISTORY

CATALOGO
DE' MEMBRI
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA.

PRESIDENTE

Antonmario Lorgna Cavaliere della ſacra Religione de' Santi Maurizio e Lazaro, Brigadiere, e Governatore delle Scuole Militari. *Verona.*

SOCJ ATTUALI

Carlo Abate Amoretti Segretario perpetuo della Società Patriottica di Milano. *Milano.*

Giovanni Arduino Profeſſore di Mineralogia, e di Chimica Metallurgica, e Pubblico Sopraintendente alle coſe agrarie dello Stato Veneto. *Venezia.*

Carlo Barletti delle Scuole Pie, Profeſſore di Fiſica generale nella R. I. Univerſità di Pavia. *Pavia.*

Teodoro Bonati Profeſſore d'Idroſtatica nell'Univerſità Pontificia di Ferrara, ed Inſpettore dei fiumi del Ferrareſe. *Ferrara.*

Antonio Cagnoli Aſtronomo, e Secretario perpetuo dell' Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *Verona*.

Leopoldo Marcantonio Caldani Primario Profeſſore ordinario di Medicina ſtorica, e di Anatomia nell' Univerſità di Padova. *Padova*.

Tommaso Abate Conte di Caluso Segretario perpetuo della Reale Accademia delle Scienze di Torino. *Torino*.

Sebastiano Canterzani Profeſſore di Matematica nella Pontificia Univerſità di Bologna, e Secretario perpetuo dell' Iſtituto delle Scienze. *Bologna*.

Angelo Abate de Cesaris Aſtronomo nel Regio Oſſervatorio di Milano. *Milano*.

Paolo Delanges Capitano degl' Ingegneri Veneti. *Venezia*.

Pietro Ferroni Idraulico di S. A. R. il G. Duca di Toſcana. *Firenze*.

Felice Fontana Cavaliere del Sacro Romano Impero, Direttore del Regio Gabinetto Fiſico di S. A. R. il G. Duca di Toſcana. *Firenze*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Alberto Abate Fortis Profeſſore di Storia Naturale. *Padova*.

* Vittorio Fossombroni Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toſcana. *Arezzo*.

---

* La Memoria ſpedita da queſt' Autore ſopra la *ſalinazione artificiale*, perchè foſſe inſerita nel preſente volume, e non potè avervi luogo, è nell' Archivio dell' Accademia, ed uſcirà nel Tomo venturo.

MICHELE GIRARDI Medico di Camera di S. A. R. di Parma, Preſidente al Gabinetto di Storia naturale, e Profeſſore della medeſima, e di Anatomia. *PARMA*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

VINCENZO MALACARNE Profeſſore Primario di Iſtituzioni ceruſiche, e dell' Arte Oſtetricia nella R. I. Univerſità di Pavia, e Ceruſico Penſionario di S. M. Sarda. *PAVIA*.

GIOVANNI FRANCESCO MALFATTI Profeſſore di Matematica nella Pontificia Univerſità di Ferrara. *FERRARA*.

GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO Lettore Cappuccino. *VICENZA*.

PAOLO MASCAGNI Profeſſore di Anatomia nella Regia Univerſità di Siena. *SIENA*.

LORENZO ABATE MASCHERONI Profeſſore di Matematica nella R. I. Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

CARLO LODOVICO CONTE MOROZZO Maggiore del Reggimento di Suſa di S. M. il Re di Sardegna, e Preſidente dell' Accademia Reale delle Scienze di Torino. *TORINO*.

PIETRO MOSCATI Regio Direttore Generale degli Spedali di Milano. *MILANO*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

PIETRO PAOLI Profeſſore di Matematica nella Regia Univerſità di Piſa. *PISA*.

FRANCESCO PEZZI Tenente nel Corpo degl' Ingegneri, e Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Genova. *GENOVA*.

ERMENEGILDO PINI Ch. Reg. B. Profeſſore di Storia Naturale. *MILANO*.

MICHELE CAVALIER ROSA Profeſſore di Medicina nell' Univerſità di Modena. *MODENA*.

PIETRO ROSSI Profeſſore di Logica nella Regia Univerſità di Piſa, e Naturaliſta. *PISA*.

LEONARDO SALIMBENI Capitano degl' Ingegneri Veneti, e Profeſſore di Matematica nelle Scuole Militari. *VERONA*.

GIUSEPPE SLOP DE CADENBERG Profeſſore di Aſtronomia nella Regia Univerſità di Piſa. *PISA*.

FRANCESCO SOAVE C. R. S. Regio Profeſſore di Logica e Metafiſica. *MILANO*.

LAZARO ABATE SPALLANZANI Profeſſore di Storia Naturale nella R. I. Univerſità di Pavia, e Sopraintendente al Pubblico Muſeo della medeſima. *PAVIA*.

SIMONE CONTE STRATICO Profeſſore di Matematica, e di Fiſica Sperimentale nell' Univerſità di Padova. *PADOVA*.

GIUSEPPE ABATE TOALDO Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Padova. *PADOVA*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

ALESSANDRO VOLTA Profeſſore di Fiſica Sperimentale nella R. I. Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

VERARDO ZEVIANI Medico-Fiſico. *VERONA*.

SOCJ EMERITI

Domenico Cirilli Profeſſore di Medicina Teorica nella Regia Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Domenico Cotunio Profeſſore di Anotomia nella Regia Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Gregorio Fontana delle Scuole Pie, Profeſſore di Matematica Superiore nella R. I. Univerſità di Pavia. *Pavia.*

Lodovico de la Grange Preſidente Onorario dell' Accademia delle Scienze di Torino. *Parigi.*

Marsilio Landriani Cavaliere dell' incl. Ordine militare di Santo Stefano di Toſcana, e Regio Profeſſore di Fiſica Sperimentale. *Milano.*

Barnaba Abate Oriani Aſtronomo nel Reale Oſſervatorio di Milano. *Milano.*

Giuseppe Angelo Conte Saluzzo Gentiluomo di Camera di S. M. il Re di Sardegna. *Torino.*

Girolamo Saladini Patrizio Luccheſe, Canonico nella Metropolitana di Bologna. *Bologna.*

Antonio Scarpa Profeſſore di Anatomia, e di operazioni Chirurgiche nella R. I. Univerſità di Pavia. *Pavia.*

Giuseppe Vairo Profeſſore di Chimica nella Regia Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Giovanni Battista Abate Venturi Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Modena. *Modena.*

SOCJ ONORARJ

Luigi Caccianemici Palcani Profeſſore Primario di Geografia, e di Nautica nell' Inſtituto, e di Fiſica nella Pontificia Univerſità di Bologna. *Bologna*.

Angelo Monsignore Fabroni Preſidente della R. Univerſità di Piſa, e Priore nell' incl. Ordine di Santo Stefano di Toſcana. *Pisa*.

Ippolito Marchese Pindemonte Patrizio Veneto, e Cavaliere Geroſolimitano. *Venezia*.

SOCJ STRANIERI

Sig. Achard. *Berlino*.
Sig. Bailly. *Parigi*.
Sig. Bonnet *Ginevra*.

- -

Sig. Campomanes. *Madrid*.
Sig. Condorcet. *Parigi*.
Sig. Herschel. *Londra*.
Sig. La Lande. *Parigi*.
Sig. Lavoisier. *Parigi*.
Sig. Narvoysz. *Wilna*.
Sig. Pallas. *Pietroburgo*.
Sig. Pryestley. *Londra*.

SEGRETARJ

Agostino Abate Vivorio, Profeſſore di Geografia, e Storia nelle Scuole Militari di Verona, Secretario perpetuo, e Amminiſtratore. *Verona*.

Giuseppe Abate Tommaselli, Vice-Secretario, e Direttore della Stampa. *Verona*.

DELL' USO

DELL' USO

DELLE FRAZIONI DECIMALI NELLA MOLTIPLICAZIONE DE' NUMERI

PARTE PRIMA.

Che contiene le Regole, con le quali, uſando le frazioni decimali nella moltiplicazione, ſi potrà limitare l'ultimo prodotto a quel preciſo difetto che ſi deſidera.

Del P. D. Isidoro Bernareggi Cherico Regolare di S. Paolo, Profeſſore di Matematica nelle Regie Scuole di Lodi.

PRESENTATA

Dal Sig. Abate Amoretti.

I.

CHiamerò *eſatto* un numero, che contenga decimali, ogni qual volta queſto eſprima *eſattamente* la quantità, a cui appartiene. Sia per eſempio data la quantità 34. lir. 5. ſol. 9. dan. Se io riduco le di lei frazioni comuni, cioè i ſoldi, e danari a frazioni decimali, trovo ch'eſſa ſi converte *eſattamente* in 34.2875 lire. Queſto numero adunque ſi dirà *eſatto*.

II.

Per lo contrario chiamerò *proſſimo* quel numero avente decimali, il quale non eſprima che a un dipreſſo, e *proſſimamente* la quantità, da cui è nato. Così ſe riducendo a decimali le frazioni comuni della ſopraddetta quantità, mi ſoſſi contentato di due ſoli caratteri decimali, avrei avuto 34.28 lire; ovvero più proſſimamente 34.29. L'uno e l'altro di queſti numeri ſi dirà *proſſimo*. Ma per diſtinguerli tra loro, il primo ſi dirà *proſſimo difettoſo*; ed il ſecondo *proſſimo eccedente*.

III.

La differenza, che paſſa tra un dato numero *proſſimo* e la corriſpondente quantità *eſatta*, chiamerò *errore*. Così errore ſi dirà la differenza 0.0075 che paſſa tra 34.28 lire, e 34 lir. 5 ſol. 9 dan.; o ſia 34.2875 (Def. I.); e ſimilmente la differenza 0.0025, che corre tra 34.29, e 34.2875.

IV.

Ma nel primo caſo l'*errore* ſi dirà per *difetto*; e nel ſecondo per *ecceſſo*. Di maniera che l'errore ſarà per difetto qualunque volta il numero ecc. *proſſimo* ſia minore dell'*eſatto*; e ſarà per ecceſſo quando ne ſia maggiore.

V.

Chiamerò *decimale* un numero, il quale contenga decimali in qualunque modo. E dirò *puramente decimale* quello, il quale non ſia compoſto che di frazioni decimali.

PROPOSIZIONE I.

LEMMA.

Se un numero qualunque intero avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un altro qualſivoglia intero, che abbia cifre n.° n; il prodotto non potrà aver cifre nè più di $m+n$; nè meno di $m+n-1$.

DIMOSTRAZIONE.

Sia a cagion d'eſempio $m=5$; $n=3$. Se ſi moltiplica 99999 per 999, il prodotto è 99899001, che ha cifre $8=m+n$. E ſe ſi moltiplica 10000 per 100; il prodotto è 1000000, che ha cifre $7=m+n-1$. Ora il prodotto di un numero intero avente cinque cifre moltiplicato per un altro intero avente tre cifre, non può eſſere che o 99899002; o 1000000; ovvero deve eſſere tra queſti, come tra limiti compreſo, ſiccome è manifeſto. Dunque un tal prodotto non può avere cifre nè più di otto, nè meno di ſette. Egli è poi evidente per la natura della moltiplicazione che la medeſima dimoſtrazione ha luogo qualunque ſiano i numeri m, n. Dunque il prodotto che naſce moltiplicando numero intero avente cifre n.° m per un altro, che ne abbia n.° n, non può aver cifre nè più di $m+n$; nè meno di $m+n-1$.

COROLLARIO I.

Lo ſteſſo Lemma avrà luogo ſe uno de' due *fattori*, o ambedue ſaranno decimali. Imperocchè i decimali ſi moltiplicano non altrimenti che gl' interi; nè altra differenza naſce nel prodotto, ſe non che conviene col ſolito punto ſeparare dagl' interi tanti caratteri decimali, quanti ſe ne trovano in uno, o ambedue i *fattori*; la qual differenza non produce alcuna varietà nella quantità, o ſia numero delle cifre, che compongono lo ſteſſo prodotto.

COROLLARIO II.

Se ne' ſopraddetti caſi uno de' *fattori* avrà cifre n.° m, e l'altro n.° 1; il prodotto non potrà aver cifre nè più di $m+1$; nè meno di m.

COROLLARIO III.

Se un numero a intero, o *decimale* avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per altri due b, c interi, o decimali, li quali abbiano riſpettivamente cifre n, u, il prodotto $a \times b \times c$ non potrà aver cifre nè più di $m + n + u$; nè meno di $m + n + u - 2$. Imperocchè per queſto Lem. e Corol. I. il prodotto $b \times c$ non può aver cifre nè più di $n + u$; nè meno di $n + u - 1$; e per lo ſteſſo Lemma ſe il prodotto $b \times c$ ha cifre $n + u$; il prodotto abc non può aver cifre più di $m + n + u$; e ſe ha cifre $n + u - 1$; il prodotto abc non può aver cifre meno di $n + u - 1 + m - 1 = m + n + u - 2$. Dunque il prodotto abc non può aver cifre nè più di $m + n + u$; nè meno di $m + n + u - 2$.

COROLLARIO IV.

D'onde ſi raccoglie generalmente, che ſe più numeri interi, o *decimali* a, b, c, d ecc. n.° t, li quali abbiano reſpettivamente cifre n.^{i} m, n, u, r ecc. ſi moltiplicheranno tutti tra loro; il prodotto $abcd$ ecc. non potrà aver cifre nè più di $m + n + u + r$ ecc., nè meno di $m + n + u + r$ ecc. $- t - 1$.

COROLLARIO V.

Se uno de' fattori a, b, c, d ecc., a cagion d'eſempio a, avrà una ſola cifra, e ſarà per conſeguenza $m = 1$, il prodotto $abcd$ ecc. non potrà avere cifre nè più di $n + u + r$ ecc. $+ 1$; nè meno di $n + u + r$ ecc. $+ 1 - t - 1 = n + u + r$ ecc. $+ 2 - t$.

PROPOSIZIONE II.

LEMMA.

Se più numeri interi, o *decimali* a, b, c, d ecc. (non però più di dieci) ſi ſommeranno; la ſomma non può aver più cifre di $m+1$; nè meno di m; ſuppoſto che m ſia il numero delle cifre di a, il quale ſia o maggiore di ciaſcheduno degli altri, o a queſti eguale.

DIMOSTRAZIONE.

Sia a cagion d'eſempio $m=5$. Se ſi moltiplica 99999 per 10, il prodotto è 999990; il quale ha cifre ſei $=m+1$. Dunque la ſomma di dieci numeri a, b, c, d, ecc., ciaſcheduno de' quali ſia eguale ad a, non può aver più cifre di $m+1$. Molto meno può averne più ſe alcuni ſaranno minori di a, o ſe, ſtante $m=5$, ſarà $a<99999$; o finalmente ſe ſarà $t<10$ come è evidente. Dunque la detta ſomma non può aver cifre più di $m+1$.

L'altra parte della Propoſizione è chiara per ſe medeſima.

ANNOTAZIONE.

Si oſſervi che il prodotto $99999\times10=999990$ ha per prima cifra $9=10-1$. Similmente il prodotto $99999\times9=899991$ ha per prima cifra $8=9-1$. Parimenti il prodotto $99999\times8=799992$ ha per prima cifra $7=8-1$. Dal che ſi raccoglie generalmente che la ſomma indicata nella Propoſizione non può avere per prima cifra una quantità maggiore di $t-1$, ſuppoſto che t dinoti la quantità de' numeri, che ſi ſommano.

PROPOSIZIONE III.

TEOREMA.

Se un numero qualunque *proſſimo difettoſo* avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un intero, ovvero *eſatto*, il quale abbia cifre n.° n; l'*errore* per *difetto* del fattor difettoſo ſi eſtenderà nel prodotto non più oltre di cifre n.° n; nè meno di cifre $n-1$ computate dall'ultima cifra del medeſimo prodotto.

DIMOSTRAZIONE.

Il fattor *difettoſo* ſi chiami a, e ſia c il di lui errore; il quale abbia cifre n.° k. L' altro fattore ſi chiami b. Per la Prop. I. il prodotto $b \times c$ non può aver cifre nè più di $n+k$; nè meno di $n+k-1$. Dunque levate da queſto prodotto cifre num.° k, le quali nel prodotto *eſatto* ſi dovrebbero ſcrivere ſotto le cifre dell' errore c; il reſtante numero delle cifre da ſcriverſi ſotto il prodotto $a \times b$ non potrà eſſere maggiore di n; nè minore di $n-1$. Dunque ſe un numero qualunque *proſſimo difettoſo* ſi moltiplicherà per un intero, ovvero *eſatto* qualunque, l' errore del fattore *difettoſo* non potrà eſtenderſi nel prodotto nè più oltre di cifre n; nè meno di cifre $n-1$ computate come ſi è detto.

ANNOTAZIONE I.

Prima di più oltre procedere, riſchiariamo queſta propoſizione con un eſempio. Si moltiplichi il numero eſatto 34.2875 (Def. I.) per l' intero 487; ſi avrà il prodotto *eſatto* 16698.0125. Se per accorciare il calcolo aveſſi nel moltiplicando ritenute le ſole prime tre cifre decimali, ed aveſſi moltiplicato 34.287 per 487, avrei avuto il prodotto difettoſo 16697.769. Sottratto queſto prodotto dal primo ſi ha la differenza 0.2435 *errore* del prodotto difettoſo; il quale non è altro che il prodotto dell' ultima cifra 5 del numero *eſatto* moltiplicata per l' intero 487. Ora ſcrivendo queſto errore ſotto il difettoſo prodotto nel ſeguente modo

Prodotto *eſatto*	16698.0125
Prodotto *difettoſo*	16697.769
Errore per difetto	0.2435

ſi vede ſubito che il detto errore ſi eſtende ſino alla terza cifra dello ſteſſo difettoſo prodotto; onde in queſto caſo ſi eſtende per cifre n.° n.

ANNOTAZIONE II.

Una difficoltà pare che poſſa naſcere intorno a queſta propoſizione, la quale ſi preſenta gettando lo ſguardo ſopra il recato eſempio; ed è che quantunque l'*errore* ſcritto ſotto al prodotto *difettoſo* non corriſponda che a tre ſole cifre del medeſimo prodotto; quattro però eſſendo le cifre, che in queſto differiſcono dal prodotto *eſatto*, ſembra che l'errore del moltiplicando debbaſi dire eſteſo per quattro cifre, e non per tre ſolamente.

Noi però di preſente, ſcritto l'*errore* ſotto il prodotto *difettoſo*, come ſi è fatto di ſopra, intendiamo quello eſtenderſi per quelle ſole cifre di queſto, le quali hanno ſottopoſta qualche cifra del medeſimo errore. Alla difficoltà ſi ſoddisferà in ſeguito.

DEFINIZIONE VI.

La parte del prodotto *difettoſo*, alla quale non perviene l'*errore*, come nell' addotto eſempio è 16697, ſi dirà da noi parte *ſicura*; e *ſicure* ſi chiameranno le di lui cifre.

La parte, per cui ſi eſtende l'*errore*, qual'è 769, ſi dirà *incerta*; ed *incerte* le di lei cifre.

Le cifre poi, le quali nel prodotto difettoſo non differiſcono dalla cifra del prodotto *eſatto*, come ſono 1669, ſi appelleranno *eſatte*; ed *eſatta* la parte che compongono.

ANNOTAZIONE III.

Si è ſuppoſto nella dimoſtrazione di queſta propoſizione, che le prime cifre alla ſiniſtra dell'errore c non ſiano zero. Imperocchè ſe altrimenti foſſe, chiamate x, y, z ecc. queſte cifre, e poſta $x = 0$; l'errore del prodotto difettoſo ſi eſtenderebbe nel prodotto nè più di cifre $n-1$; nè meno di cifre $n-1$. E ſe ancora foſſe $y = 0$; il detto errore ſi eſtenderebbe nel prodotto nè più oltre di cifre $n-2$; nè meno di cifre $n-3$; e così di ſeguito. Quindi l'errore non giugnerebbe ad eſtenderſi nel prodotto; ogni qual volta foſſe o

$n - 1$, o $n - 2$ ecc. $= 0$; cioè nel caſo che tante cifre conſecutive x, y, z ecc. foſſero z; quante ſono le cifre del fattore intero, o eſatto per cui ſi moltiplica. Eccone un eſempio.

Sia il fattore *eſatto* 175.80300097. Ritenute le ſole prime tre decimali cifre, naſca il fattor *difettoſo* 175.803. Se ambedue queſti fattori ſi moltiplicano per l' intero 989, ſi hanno i prodotti, e l'errore come ſegue

Prodotto *eſatto*	173869.16795933
Prodotto *difettoſo*	173869.167
Errore	95933

il qual errore non ſi eſtende nel *difettoſo*; perchè tre eſſendo le cifre del moltiplicatore; tre ſono altresì i zeri conſecutivi, li quali formano le prime cifre dell' errore del moltiplicando.

Poſte queſte Annotazioni, venghiamo alle conſeguenze della Propoſizione.

COROLLARIO I.

Se adunque un numero proſſimo *difettoſo* a, che abbia cifre n.° m, ſi moltiplicherà per un numero intero, ovvero *eſatto* b avente cifre n.° n; il prodotto $a \times b$ non potrà avere cifre *ſicure* nè più di $m + 1$; nè meno di $m - 1$. Imperocchè per il Coroll. I. della Prop. I. il detto prodotto non può aver cifre nè più di $m+n$; nè meno di $m+n-1$; e per queſta Prop. il numero delle cifre *incerte* non può eſſere maggiore di n; nè minore di $n - 1$. Dunque ſottratto il minimo numero $n - 1$ delle cifre *incerte* dal medeſimo numero $m + n$ delle cifre del prodotto; e per lo contrario il maſſimo numero n di quelle dal minimo numero $m + n - 1$ di queſte; lo ſteſſo prodotto non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m + n - (n - 1) = m + 1$; nè meno di $m+n-1-n=m-1$.

COROLLARIO II.

Se nel primo caſo della Propoſizione (cioè che ſi moltiplichi per un intero) il numero *difettoſo* a avrà cifre decimali n.° p; chiamato d il numero delle cifre che compongono

pongono la parte intera del prodotto *difettoſo*; queſto non potrà avere cifre *ſicure* nè più di $d+p-n+1$; nè meno di $d+p-n$. Ciò è manifeſto, ſe ſi rifletta che il prodotto deve neceſſariamente avere caratteri decimali n.° p.

COROLLARIO III.

Quindi ſe ſarà $n<p$; il prodotto, oltre la parte intera, avrà altresì ſenza fallo qualche cifra decimale *ſicura*. Se $n=p$, o la ſola parte intera, o al più una ſola decimale cifra ancora ſarà *ſicura*. Se finalmente $n>p$, o la ſola parte intera, o parte ſolo anche di queſta potrà eſſere *ſicura*.

COROLLARIO IV.

Dato il numero n delle cifre che compongono il fattore intero, ſi potrà determinare quante cifre decimali debba avere il fattor *difettoſo* acciocchè il prodotto abbia un dato numero di cifre decimali *ſicure*. Imperocchè ſe ſi vorrà che ne abbia n.° g; chiamato x il numero delle decimali, che ſi cerca, dovrà eſſere o $g=x-n+1$, o $g=x-n$. E per conſeguenza o $x=g+n-1$; o $x=g+n$.

ANNOTAZIONE.

L'equazione $x=g+n$ determina generalmente il numero delle decimali cifre, che deve avere il fattor *difettoſo*, acciocchè in ogni caſo nel prodotto ſi trovino ſenza fallo decimali *ſicuri* n.° g; comechè in alcuni particolari caſi poſſa accadere che con una cifra decimale meno nello ſteſſo *difettoſo* fattore ſi poſſa ottenere l'intento; il che viene indicato dall'altra equazione $x=g+n-1$.

COROLLARIO V.

Similmente nel ſecondo caſo della Propoſizione; cioè che il numero *difettoſo* debbaſi moltiplicare per un *eſatto*; chiamati p, q i numeri delle decimali cifre che trovanſi in ambedue i fattori a, b; e appellato d il numero delle cifre che formano la parte intera del prodotto *difettoſo*; concioſſiachè queſto deve neceſſariamente avere tanti caratteri decimali, quanti ſe ne trovano ne' medeſimi fattori, cioè $p+q$, non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $d+p+q-n+1$; nè meno di $d+p+q-n$ (Coroll. I.). Per la qual coſa il medeſimo prodotto, oltre la parte intera, avrà altresì ſenza fallo *ſicura* qualche decimale cifra, ogni qual volta la quantità $p+q-n$ ſia poſitiva, il che avverrà quando ſia $n<p+q$; ma ſe per l' oppoſto ſarà $n>p+q$; tutte le cifre decimali almeno del *difettoſo* prodotto ſaranno *incerte*.

COROLLARIO VI.

Nello ſteſſo caſo dato il numero n delle cifre componenti il fattore *eſatto*, e dato in oltre il numero q de' caratteri decimali, che in eſſo ſi trovano, ſi determinerà agevolmente il numero de' decimali, che deve avere il fattor *difettoſo*; affinechè il prodotto ne abbia ſenza fallo *ſicuri* un determinato numero g. Imperocchè chiamato x il numero, che vuolſi determinare, ſi avrà l'equazione $g=x+q-n$; epperò $x=g+n-q$. Ed eſſendo $n-q$ eguale al numero delle cifre che compongono la parte intera del fattor *eſatto*; ſe queſto numero ſi chiami δ, avremo $x=g+\delta$

ANNOTAZIONE.

Queſta equazione $x=g+\delta$ determina univerſalmente il numero delle cifre decimali, che deve avere il fattor *difettoſo*; acciocchè in ogni caſo ſi ottenga l'intento; quantunque in alcuni particolari caſi una cifra decimale meno poſſa baſtare; come viene indicato dall'altra equazione $g=x+q-n+1$; e per conſeguenza $x=g+n-q-1=g+\delta-1$.

PROPOSIZIONE IV.

TEOREMA.

Se un numero *proſſimo difettoſo* avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un altro conſimile numero, che abbia cifre n.° n, il numero delle cifre *incerte* nel prodotto *difettoſo* non potrà eſſere maggiore di $m+1$, o di $n+1$; nè minore di $m-1$, o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$; o $n>m$.

DIMOSTRAZIONE.

Si chiami a il fattore avente cifre n.° m, e b l' altro avente cifre n.° n. Ciò poſto, ſe il fattore b ſi conſideri come *eſatto*, l'*errore* del fattore a non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\times b$ nè più oltre di cifre n; nè meno di cifre $n-1$ (Prop. III.). Similmente conſiderato come *eſatto* il fattore a, l' *errore* del fattore b non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\times b$ nè più oltre di cifre m; nè meno di cifre $m-1$ (Prop. III.). Ora l'errore totale del prodotto deve eſſere eguale alla ſomma de' parziali errori, nati cioè dagli errori di ambedue i fattori. Dunque ſupponendo ambedue i fattori *difettoſi*; l'errore totale non potrà eſtenderſi nel *difettoſo* prodotto per più cifre di quelle, che formano la ſomma di due numeri aventi cifre m, n; nè meno di quelle, che contiene la ſomma di due numeri aventi cifre $m-1$, $n-1$. Ma la prima ſomma non può aver più cifre di $m+1$, o $n+1$, e la ſeconda non meno di $m-1$, o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$, o $n>m$ (Prop. II.). Dunque il prodotto *difettoſo* $a\times b$ non può aver cifre *incerte* nè più di $m+1$; o $n+1$; nè meno di $m-1$; o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$, o $m<n$.

ANNOTAZIONE.

Riſchiariamo anche queſta Propoſizione cogli eſempj. Siano i numeri *eſatti* 231.211, e 23.112; e ſprezzate in ambedue le due ultime decimali cifre, naſcano i numeri *proſſimi difettoſi* 231.2, e 23.1. Moltiplicati tra loro i due numeri *eſatti*, ſi ha il prodotto *eſatto* 5343.748632, e moltiplicati tra loro i due *proſſimi*, ſi ha il prodotto *proſſimo* 5340.72; e ſottratto il ſecondo dal primo, ſi ha l'errore come ſegue

Prodotto *eſatto* 5343.748632
Prodotto *proſſimo* 5340.72

Errore 3.028632
il quale ſi eſtende nel prodotto *difettoſo* per cifre $3 = m - 1$.

Siano di nuovo i due numeri *eſatti* 999.899, e 99.999; ne' quali traſcurati due caratteri decimali, naſcano i due altri numeri *proſſimi* 999.8, e 99.9. Se ſi moltiplicano tra loro i due numeri *eſatti*, ſi ha il prodotto *eſatto* 99988.910101; e moltiplicati tra loro i due numeri *proſſimi*, ſi ha il prodotto *proſſimo* 99880.02; e finalmente ſottratto il ſecondo dal primo, naſce l'errore come ſegue

Prodotto *eſatto* 99988.910101
Prodotto *proſſimo* 99880.02

Errore 108.890101
il quale ſi eſtende nel prodotto *difettoſo* ſino a cinque cifre, cioè per $m + 1$.

ANNOTAZIONE II.

Dalla recata dimoſtrazione ſi raccoglie che l'uno e l'altro degli *errori* de' fattori *difettoſi* ſeparatamente preſi non poſſono diffonderſi nel prodotto *difettoſo* nè più di m, o di n; nè meno di $m - 1$, o di $n - 1$. Quindi ſe ſarà $m = n$; i limiti della maſſima, e minima eſtenſione di ciaſcheduno errore nel prodotto ſaranno eguali; ed il totale errore del *difettoſo* prodotto ſi eſtenderà indifferentemente nè più oltre di cifre $m + 1$, o $n + 1$; nè meno di cifre $m - 1$, o $n - 1$.

ANNOTAZIONE III.

Se alcune prime cifre conſecutive dell'errore del fattore a, o b, ovvero di ambedue, foſſero zero, ciò che debba accadere, ſi raccoglie facilmente dall' Ann. III. alla Prop. III. Imperocchè ſe ſupporremo che l'*errore* del ſolo fattore a ne abbia n.° 2, queſto errore non potrà eſtenderſi nel prodotto nè più di $n - 2$; nè meno di $n - 3$; mentre l'errore del fattore b ſi eſtenderà nè più oltre di cifre m; nè meno di cifre $m-1$ (Prop. III.). Dunque l'errore totale, eguale alla ſomma degli errori parziali, non potrà eſtenderſi nel prodotto *difettoſo* nè più di cifre $n-1$, o $m+1$; nè meno di cifre $n-3$, o di $m-1$, ſecondo che ſarà $n-1>m+1$; o per lo contrario $m+1>n-1$ (Prop. II.).

Se ſupporremo che ancora l' *errore* del fattore *b* abbia zeri conſecutivi n.° 3; queſto errore non potrà eſtenderſi nel prodotto nè più oltre di cifre $m-3$; nè meno di $m-4$ (Ann. III. Prop. III.). Dunque unendo le due ſuppoſizioni, l' errore maſſimo totale, eguale alla ſomma de' maſſimi errori parziali aventi cifre $n-2$, $m-3$, non potrà eſtenderſi nel prodotto difettoſo più oltre di cifre $n-1$, o $m-2$ (Prop. II.), ſecondo che ſarà $n-1>m-2$; o per lo contrario. Similmente il minimo errore totale eguale alla ſomma degli errori parziali minimi aventi cifre n.^{i} $n-3$, $m-4$ non potrà eſtenderſi nel prodotto meno di cifre $n-2$, o $m-3$, ſecondo che ſarà $n-2>m-3$, o per l' oppoſto.

Che ſe in oltre ſupporremo $m=n$; il numero delle cifre *incerte* del prodotto *difettoſo* nelle fatte ſuppoſizioni non potrà eſſer maggiore di $m-1=n-1$; nè minore di cifre $m-2=n-2$. E generalmente ſe gli errori de' fattori *difettoſi* *a*, *b* avranno riſpettivamente zeri conſecutivi n.^{i} x, z; il prodotto *difettoſo* non potrà avere cifre *incerte* nè più di $m-x+1$: o $m-z+1$; nè meno di $m-x$, o $m-z$ ſecondo che ſarà $x<z$; o $x>z$.

COROLLARIO I.

Quindi anche nel caſo della preſente Propoſizione ſe il fattore difettoſo *a* avrà cifre decimali n.° *p*; ed il fattore *b* ne avrà numero *q*; nel prodotto *difettoſo* il numero delle decimali *ſicure* non potrà eſſere maggiore di $p+q(m-1)$; ovvero di $p+q-(n-1)$, nè minore di $p+q-(m+1)$; ovvero di $p+q-(n+1)$; ſecondo che ſarà $m>n$, o per l'oppoſto $m<n$.

COROLLARIO II.

Non potendo la quantità $p + q - (m + 1)$ eſſere poſitiva, che nel caſo di $m + 1 < p + q$; non potrà il *difettoſo* prodotto aver cifre decimali *ſicure*; ſe il numero delle cifre, che compongono il maggior fattore (cioè avente più cifre) accreſciuto d'una unità, non ſia minore del numero delle decimali cifre, che ſi trovano in ambedue i fattori.

COROLLARIO III.

Date le quantità m, p; ovvero n, q; cioè il numero delle cifre, e de' caratteri decimali, che contiene il maggior fattore, ſi potrà determinare quante cifre decimali debba contenere l'altro, acciocchè il prodotto *difettoſo* contenga ſenza fallo almeno un dato numero di decimali ſicuri. Imperocchè chiamato g queſto numero, ed x quello de' decimali, che vuolſi determinare, ſi avranno le equazioni $g = p + x - m - 1$; ovvero $g = x + q - n - 1$; e per conſeguenza $x = g + m - p + 1$, ovvero $x = g + n - q + 1$.

COROLLARIO IV.

E perchè $m - p$, $n - q$ eſprimono i numeri delle cifre, che compongono le parti intere dell' uno, e dell' altro fattore; ſe queſti numeri ſi chiameranno π, δ; avremo $x = g + \pi + 1$; ovvero $x = g + \delta + 1$, ſecondo che ſarà $m > n$, o contrariamente $n > m$.

COROLLARIO V.

Se ſarà $m = n$; cioè ſe ambedue i fattori a, b avranno un egual numero di cifre, volendo determinare il numero x de' decimali che deve avere il fattore a, acciocchè il prodotto ne abbia *ſicuri* n.° g; avremo $x = g + \delta + 1$, e volendo determinare il numero y che deve avere il ſecondo fattore b, avremo $y = g + \pi + 1$

$$x = g + \delta + 1$$
$$y = g + \pi + 1$$

COROLLARIO VI.

Nella medeſima ſuppoſizione di $m=n$, ſe r o δ, ovvero ambedue ſaranno $=0$, cioè ſe il fattore a, o b, ovvero ambedue ſaranno *puramente decimali*; nel primo caſo il numero delle cifre decimali, che dovrà avere il ſecondo fattore, ſarà $y=g+1$; ed altrettante dovrà averne il primo nel ſecondo caſo; ed ambedue nel terzo.

COROLLARIO VII.

Perciocchè i valori $x=g+\delta+1$; $y=g+r+1$ ſono nati dalla ſuppoſizione di $m=n$; reciprocamente facendo $x=g+\delta+1$; ed $y=g+r+1$, ne riſulterà $m=n$. E perciocchè nella ſteſſa ſuppoſizione i valori di x, y dipendono dalle ſole quantità g, r, δ; date queſte, ſi potranno determinare i valori delle medeſime x, y.

ANNOTAZIONE I.

Le *equazioni* $x=g+\delta+1$; $y=g+n+1$ determinano generalmente il numero delle cifre decimali, che deve avere ciaſcheduno dei due fattori *difettoſi*; acciocchè in qualunque caſo il prodotto difettoſo abbia ſicuramente il numero g di cifre decimali *ſicure*. Dalle formole $p+q-(m-1)$: $p+q-(n-1)$ del Coroll. I. ſi ricava che in alcuni particolari caſi due decimali meno in ciaſcheduno dei due fattori poſſono baſtare all'intento.

ANNOTAZIONE II.

Anzi ſiccome rariſſime volte accaderà che la ſomma de' due parziali *errori* maſſimi componenti l' *errore* totale maſſimo del prodotto *difettoſo* abbia cifre n.° $m+1$, o $n+1$; e per l'ordinario queſto numero non oltrepaſſerà m, o n; quindi ordinariamente con una cifra decimale meno delle determinate dalle equazioni del Coroll. V. in ciaſcheduno dei due fattori, ſi otterrà nel prodotto il n.° g di cifre decimali *ſicure*. Per la qual coſa le equazioni determinanti il numero delle decimali cifre in ciaſcheduno de' due fattori a, b ſaranno ordinariamente le ſeguenti

$$x = g + \delta$$
$$y = g + \pi$$

PROPOSIZIONE V.

TEOREMA.

Se un numero *proſſimo difettoſo* a avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un n.° s di fattori interi, o *eſatti* b, c, d ecc. li quali abbiano riſpettivamente cifre n, u, r ecc. il prodotto *difettoſo* $a \times b \times c \times d$ ecc. non potrà avere cifre *incerte* nè più di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $- s$

DIMOSTRAZIONE.

Il prodotto $b \times c \times d$ ecc. de' fattori interi, o *eſatti*, non può aver più cifre di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $+ 1 - s$ (Coroll. IV. Prop. I.). Ora nel primo di queſti caſi l'errore del fattore *difettoſo* a non può eſtenderſi nel prodotto difettoſo $a\ b\ c\ d$ ecc. più di cifre $n + u + r$ ecc.; e nel ſecondo non meno di cifre $n + u + r$ ecc. $- s$ (Prop. III.). Dunque nè più nè meno potranno eſſere le cifre *incerte* del medeſimo prodotto.

COROLLARIO I.

Chiamato t il numero di tutti i fattori a, b, c, d ecc. che ſi moltiplicano tra loro; ſarà $t = s + 1$; ed $s = t - 1$. Dunque fatta la ſoſtituzione, il prodotto *difettoſo* non potrà avere cifre *incerte* nè più di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $- t + 1$

COROLLARIO II.

Perciocchè il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non può aver cifre nè più di $m + n + u + r$ ecc.; nè meno di $m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - t$

$+1-t$ (Coroll. IV. Pro. 1.), ſottratto il minimo numero $n+u+r$ ecc. $+1-t$ delle cifre *incerte* dal maſſimo numero $m+n+u+r$ ecc. delle cifre dello ſteſſo prodotto; e reciprocamente il maſſimo numero $n+u+r$ ecc. di quelle dal minimo numero $m+n+u+r$ ecc. $+1-t$ di queſte: il medeſimo prodotto non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1+t=m+t-1$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-t-(n+u+r)$ ecc. $=m-t+1$.

COROLLARIO III.

Se il fattore *difettoſo* a avrà cifre decimali n.^{o} p, e gli altri fattori b, c, d ecc. ſaranno numeri interi; il prodotto $a\,b\,c\,d$ ecc. non potrà avere cifre decimali *ſicure* nè più di $p-(n+u+r)$ ecc. $-1+t$, nè meno di $p-(n+u+r)$ ecc. Quindi date le quantità n, u, r ec. ſi determinerà quanti caratteri decimali almeno debba avere il medeſimo fattore, acciocchè il detto prodotto abbia *ſicuramente* un dato numero g di cifre decimali *ſicure*. Imperocchè chiamato x il numero da determinarſi, avremo l'equazione $g=x-(n+u+r)$ ecc.; e per conſeguenza $x=g+n+u+r$ ecc.

COROLLARIO IV.

Che ſe i fattori b, c, d ecc. ſaranno *eſatti*, ed avranno cifre decimali riſpettivamente n.^{i} q, f, l ecc. il prodotto $a\,b\,c\,d$ ecc. non potrà avere cifre decimali *ſicure* meno di $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $=p-(n-q)-(u-f)-(r-l)$ ecc. Ed eſſendo $n-q$, $u-f$, $r-l$ ecc. eguali riſpettivamente a numeri delle cifre, che compongono le parti intere de' fattori b, c, d, ecc.; ſe queſti numeri ſi chiameranno δ, ϕ, μ ecc., il numero delle cifre decimali *ſicure* nel prodotto $abcd$ ecc. non potrà eſſere minore di $p-\delta-\phi-\mu$ ecc.

COROLLARIO V.

Nello ſteſſo modo ſi dimoſtrerà che il prodotto *difettoſo* $a\,b\,c\,d$ ecc. non può aver cifre decimali *ſicure* più di $p-$

$\delta - \phi - \mu$ ecc. $- 1 + t$. Per la qual coſa l'intervallo tra il maſſimo e minimo limite dell'eſtenſione dell'errore nel medeſimo prodotto ſarà di cifre decimali n.° $t - 1$; onde dato il minimo poſſibile numero di cifre decimali *ſicure* nel prodotto, ſi avrà ſenz'altro il maſſimo; e reciprocamente.

COROLLARIO VI.

Date le quantità δ, ϕ, μ, ecc. e dato in oltre il numero delle decimali *ſicure*, che deve avere il *difettoſo* prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc.; il qual numero ſi dica g; ſi determinerà facilmente il numero delle decimali, che deve avere il fattor difettoſo a. Imperocchè chiamato x queſto numero, ſi avrà l'equazione $x = g + \delta + \phi + \mu$ ecc. (Coroll. IV.).

ANNOTAZIONE.

Nel caſo del Coroll. III. l'equazione $x = g + n + u + r$ definiſce il numero delle cifre decimali del fattor difettoſo per ogni caſo. In alcuni caſi particolari però ne può baſtare un minor numero ſino a $g + n + u + r$ ecc. $+ 1 - t$, cioè tante meno, quanti ſono i fattori interi $s = t - 1$.

Lo ſteſſo ſi dirà dell' equazione $x = g + \delta + \phi + \mu$ ecc. del Coroll. preced. Che ſe de' fattori b, c, d ecc. alcuni ſaranno interi, ed altri *eſatti*, baſterà in queſta equazione in luogo di δ, ϕ, μ ecc. ſoſtituire n, u, r ecc. così a cagion d'eſempio ſe il fattore b ſarà intero, e gli altri *eſatti*; l'equazione determinante il numero delle cifre decimali nel fattor difettoſo a ſarà $x = g + n + \phi + \mu$ ecc.

PROPOSIZIONE VI.

TEOREMA.

Poſte tutte le altre coſe come nella Prop. precedente, ſe tre fattori b, c, d, ecc. uno o più, o tutti ancora ſaranno *proſſimi difettoſi*; il prodotto difettoſo $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *incerte* nè più della ſomma $m + n + u + r$ ecc. accreſciuta d' una unità, e diminuita in ſeguito del numero delle cifre che compongono il minor fattor *difettoſo* (avente cioè minor numero di cifre); nè meno della medeſima ſomma accreſciuta, e diminuita come ſopra, ed in oltre del numero t di tutti i fattori a, b, c, d ecc.

Così ſe il minor fattore difettoſo ſarà b; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *incerte* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $+1-n$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-(n+t)$.

DIMOSTRAZIONE.

Oltre il fattore a ſia *proſſimo difettoſo* ancora il fattore b, e ſia $m>n$. Conſiderato il fattore a come *eſatto;* l' errore del fattore b non può eſtenderſi nel prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. nè più oltre di cifre $m+u+r$ ecc., nè meno di cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.); e conſiderato come *eſatto* il fattore b; l' errore del fattore a non può eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre di cifre $n+u+r$ ecc. nè meno di cifre $n+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.). Ora la ſomma de' due errori aventi cifre $m+u+r$ ecc.; $n+u+r$ ecc. non può aver più cifre di $m+u+r$ ecc. $+1$; e la ſomma de' due errori aventi cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$; $n+u+r$ ecc. $+1-t$ non può aver cifre meno di $m+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. II.). Dunque l'errore totale non può eſtenderſi nel prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. nè più oltre di cifre $m+u+r$ ecc. $+1=m+n+u+r$ ecc. $+1-n$; nè meno di cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t=m+n+u+r$ ecc. $+1-n+t$.

Se oltre a' fattori a, b ſarà *difettoſo* anche c; conſiderati come eſatti i fattori a, b; l' errore del fattore c non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\ b\ c\ d$ nè più oltre di cifre $m+n+r$ ecc.; nè meno di cifre $m+n+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.). Ora ſuppoſto che ſia $m>n>u$; la ſomma de' tre errori maſſimi aventi cifre $m+u+r$ ecc. $n+u+r$ ecc. $m+n+r$ ecc. non può aver più cifre di $m+n+r$ ecc. $+1$; e la ſomma de' tre errori minimi aventi cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$; $n+u+r$ ecc. $+1-t$; $m+n+r$ ecc. $+1-t$ non può aver cifre meno di $m+n+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. II.). Dunque l'errore totale del prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non può eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre di cifre $m+n+r$ ecc. $+1=m+n+u+r$ ecc. $+1-u$; nè meno di cifre $m+n+r$ ecc. $+1-t=m+n+u+r$ ecc. $+1-(u+t)$.

La ſteſſa dimoſtrazione vale qualunque ſia il numero de' fattori *difettoſi* a, b, c, d ecc. Dunque ecc.

COROLLARIO I.

Suppoſto adunque che c a cagion d'eſempio ſia il minor numero *difettoſo* ed a il maſſimo; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $-(m+n+r)$ ecc. $-1+t=u+t-1$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-t-(m+n+r)-1=u-t$.

COROLLARIO II.

Sottratto il minimo numero $u-t$ delle cifre *ſicure* dal numero maſſimo $u+t-1$ delle medeſime, ſi ha la differenza $2t-1$, che dinoterà la diſtanza tra i due limiti della maggiore e minor poſſibile eſtenſione dell' errore totale nel *difettoſo* prodotto.

COROLLARIO III.

Se i numeri *proſſimi difettoſi* a, b, c, d ecc. avranno riſpettivamente cifre decimali n.ⁱ p, q, f, l ecc.; nella ſteſſa ſuppoſizione del Coroll. I.; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre decimali *ſicure* nè più di $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+r)$ ecc. $-1+t$; nè meno di $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+r)-1$.

COROLLARIO IV.

Quindi fatto come nel Coroll. IV. Prop. prec. $m-p=\pi$; $n-q=\delta$; $r-l=\mu$ ecc.; il medeſimo prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre decimali *ſicure* nè più di $f+t-\pi-\delta-\mu$ ecc. -1; nè meno di $f-\pi-\delta-\mu$ ecc. -1.

COROLLARIO V.

Adunque date le quantità t, π, δ, μ ecc. ſi determinerà quante cifre decimali debba avere il proſſimo fattore c; acciocchè il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. abbia ſicuramente un dato numero g di decimali *ſicuri*. Imperocchè chiamato z il numero da determinarſi, avremo l'equazione $g = z - \pi - \delta - \mu$ ecc. $- 1$; epperò $z = g + \pi + \delta + \mu$ ecc. $+ 1$.

COROLLARIO VI.

Poſto che ſia $m = n = u = r$ ecc.; cioè che tutti i fattori a, b, c, d ecc. abbiano un egual numero di cifre, sarà $m + n + u$ ecc. $= m + n + r$ ecc. $= m + u + r$ ecc. $= n + u + r$ ecc.; ed eguali ſaranno i limiti della maggiore, e minore poſſibile eſtenſione dell' errore di ciaſchedun *proſſimo difettoſo* fattore nel prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc.; ed avrà egualmente luogo quanto ſi è determinato in queſta Propoſizione, cioè che l'errore totale del prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre di cifre $m + n + r$ ecc. $+ 1 = m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - u$; nè meno di cifre $m + n + r + 1 - t = m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - (u + t)$

COROLLARIO VII.

Per la qual coſa nelle formole del Coroll. III. $p + q + f + l$ ecc. $-(m + n + r) - 1 + t$; $p + q + f + l$ ecc. $-(m + n + r)$ ecc. $- 1$ eſprimenti il maggior e minor numero poſſibile de' decimali *ſicuri* nel prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc., in luogo di $m + n + r$ ecc. ſi potrà ſoſtituire quale ſi voglia delle altre tre ſopraccennate quantità. Ora ſoſtituito ſucceſſivamente $n + u + r$ ecc.; $m + u + r$ ecc.; $m + n + u$ ecc. ſi hanno le nuove formole

1\. $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1+t = p+t-\delta-\phi-\mu$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1 = p-\delta-\phi-\mu$ ecc. -1
2\. $p+q+f+l$ ecc. $-(m+u+r)$ ecc. $-1+t = q+t-\pi-\phi-\mu$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(m+u+r)$ ecc. $-1 = q-\pi-\phi-\mu$ ecc. -1
3\. $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+u)$ ecc. $-1+t = l+t-\pi-\delta-\phi$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+u)$ ecc. $-1 = l-\pi-\delta-\phi$ ecc. -1

COROLLARIO VIII.

Quindi date le quantità t, π, δ, ϕ, μ ecc. ſi determinerà quanti caratteri decimali debba avere ciaſcheduno de' fattori a, b, c, d ecc. acciocchè il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. ne abbia ſenza fallo *ſicuri* n.° g; imperocchè chiamati x, y, z, ξ ecc. i numeri delle cifre decimali da determinarſi in ciaſcheduno de' fattori a, b, c, d ecc., ſi troverà, come nel Coroll. V.

$$x = g + \delta + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$y = g + \pi + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$z = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$\xi = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1$$
ecc.

COROLLARIO IX.

E perciocchè queſte equazioni ſono nate dalla ſuppoſizione di $m = n = u = r$ ecc.; così per lo contrario inſtituendo queſte equazioni, ſi avrà neceſſariamente $m = n = u = r$ ecc.; cioè i fattori a, b, c, d ecc. avranno tutti un egual numero di cifre.

ANNOTAZIONE I.

I. Le equazioni del Coroll. VIII. determinano il numero delle cifre decimali, che deve avere ciaſcheduno de' fattori, acciocchè il prodotto *difettoſo* abbia generalmente ed in ogni caſo il numero g di decimali *ſicuri* che è neceſſario all' intento. In alcuni caſi particolari poi il numero delle cifre decimali in ciaſcheduno fattore a, b, c, d ecc. potrà eſſere minore, ma non mai dal definito nelle ſeguenti equazioni

$$x = g + \delta + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$y = g + \pi + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$z = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$\xi = g + \pi + \delta + \phi \text{ ecc. } + 1 - t$$
ecc.

II. Quindi ciaſchedun fattore non potrà mai avere cifre decimali meno delle determinate nel Coroll. VIII. di

$$(g+\delta+\varphi+\mu\,\text{ecc.}+1)-(g+\delta+\varphi+\mu\,\text{eccc.}+1-t)=t$$

ANNOTAZIONE II.

E ſiccome rare volte accaderà che l'errore totale maſſimo abbia più cifre del maſſimo errore parziale; quindi le equazioni determinanti il numero delle cifre decimali in ciaſcheduno de' fattori a, b, c, d ecc. ſaranno per l' ordinario le ſeguenti

$$\begin{aligned} x&=g+\delta+\varphi+\mu\ \text{ecc.}\\ y&=g+\pi+\varphi+\mu\ \text{ecc.}\\ z&=g+\pi+\delta+\mu\ \text{ecc.}\\ \xi&=g+\pi+\delta+\varphi\ \text{ecc.}\\ &\text{ecc.}\end{aligned}$$

ANNOTAZIONE III.

Se tra fattori a, b, c, d ecc. alcuni, per eſempio b ſarà intero, o *puramente decimale;* nel primo caſo in luogo di δ, che a lui appartiene, ſi ſoſtituirà il numero n delle di lui cifre nelle equazioni del Coroll. VIII.; o in queſte ultime, e nel ſecondo ſi farà $\delta=0$ nelle medeſime equazioni, e ſi avrà il numero delle decimali cifre, che deve avere ciaſchedun altro fattore.

PROPOSIZIONE VII.

TEOREMA.

Le cifre *ſicure* del prodotto *difettoſo* o non differiſcono dalle corriſpondenti cifre del prodotto *eſatto;* o ſe differiſcono, la differenza non oltrepaſſa una di quelle eguali parti, o unità che vengono eſpreſſe dall' ultima delle medeſime cifre *ſicure*.

Così a cagion d' eſempio ſe le cifre *ſicure* del *difettoſo* prodotto ſaranno 0.386; queſte non potranno differire da altrettante cifre *eſatte* del prodotto *eſatto* più di $\frac{1}{1000}$

DIMOSTRAZIONE.

La differenza tra i prodotti *difettoſo* ed *eſatto* è eguale all'*errore* totale del medeſimo *difettoſo* prodotto. Dunque aggiungendo a queſto prodotto il detto *errore*; la ſomma eſprimerà il prodotto eſatto. Ora ſe le cifre *incerte* del prodotto *difettoſo* ſaranno n.° m; unendo la di lui parte *incerta* alla corriſpondente parte dell'error totale, la ſomma può avere cifre $m+1$; ma non più (*Prop.* II.); e la prima cifra di queſta ſomma non può eſſere maggiore di 1 (Ann. Prop. II.). Dunque aggiugnendo l'errore totale al difettoſo prodotto; l'ultima cifra decimale *ſicura* non può eſſere accreſciuta più di 1. Dunque le cifre *ſicure* del *difettoſo* prodotto non poſſono differire da altrettante cifre *eſatte* del prodotto *eſatto* più di quello che è ſtato determinato nella Propoſizione.

Il caſo, che ſommando la parte *incerta* del prodotto, e la corriſpondente parte dell'errore totale, l'ultima decimale cifra *ſicura* debba eſſere accreſciuta d'una unità, non può accadere, che quando la ſomma abbia cifre $m+1$, ed ancora ordinariamente che l'errore totale s'eſtenda nel difettoſo prodotto più che è poſſibile. Quindi l'una e l'altra di queſte due coſe ſeparatamente preſe non avvenendo che rare volte, e più raramente ancora, che ambedue ſi combinino inſieme; per l'ordinario l'ultima cifra *ſicura* ſarà altresì eſatta. Dunque le cifre *ſicure* del *difettoſo* prodotto o non differiſcono dalle corriſpondenti cifre del prodotto *eſatto*; o ſe differiſcono, la differenza ecc.

ANNOTAZIONE.

L'ultima delle cifre *ſicure* del prodotto determinate come ſi è detto, ſarà più facilmente *eſatta* quanto maggiore ſarà il numero de' fattori, che ſi moltiplicano tra loro. Imperocchè creſcendo il numero de' fattori, creſce la diſtanza tra limiti della maſſima, e minima eſtenſione dell'errore totale nel prodotto (Coroll. II. Prop. VI.); quindi il medeſimo errore vagando per così dire ſecondo i differenti caſi per queſta diſtanza, più difficilmente toccherà il limite maſſimo; e per conſeguenza l'ultima delle cifre *ſicure* ſarà più facilmente eſente dall' accreſcimento di quella unità, la quale dalla ſomma della parte *incerta* e dell'errore totale ſcorre nella cifra, che la ſteſſa *incerta* parte immediatamente precede.

COROLLARIO.

Quindi ordinariamente il numero delle cifre *eſatte* nel prodotto difettoſo o ſarà eguale al numero delle di lui cifre *ſicure* determinate dalle noſtre equazioni, o non ne ſarà minore che di una. Per la qual coſa determinato nel prodotto *difettoſo* il n.° $g+1$ delle cifre *ſicure*, ſi avrà altresì per l'ordinario determinato nel medeſimo prodotto il n.° g delle cifre *eſatte*.

ANNOTAZIONE.

Ho detto in queſto Corollario *ordinariamente*; concioſſiachè può alcuna volta avvenire altrimenti. Sia il prodotto proſſimo difettoſo 436.1999; il di lui errore 13478, il quale ſi eſtenda nel medeſimo prodotto per due cifre. Sommati aſſieme il prodotto, e l'errore, naſcerà il prodotto *eſatto* come ſegue

Prodotto *difettoſo* . . .	436.1999
Errore	13478
Prodotto eſatto	436.2012478

nel qual eſempio ſi vede che le due cifre decimali *ſicure* 19 del prodotto *difettoſo* differiſcono ambedue dalle corriſpondenti cifre *eſatte* 20 del prodotto *eſatto*. In queſti caſi però, che ſaranno rariſſimi, ſarà ſempre vero quanto abbiamo dimoſtrato in queſta Propoſizione, cioè che la parte *ſicura* del prodotto *difettoſo* non differirà dalla corriſpondente parte del prodotto *eſatto* più di una di quelle unità, che compongono l'ultima cifra *ſicura* del difettoſo prodotto.

ANNOTAZIONE II.

Da quanto ſi è detto nel Coroll. di queſta Propoſizione reſta in gran parte ſoddisfatto alla difficoltà propoſta nell'

Ann. II. alla Prop. III., e vi ſi ſoddisferà pienamente in ſeguito.

ANNOTAZIONE III.

Occorrendo adunque di dover moltiplicare tra loro il numero t (non maggiore di dieci) di fattori a, b, c, d ecc., quali ſi è detto nella Prop. VI. in maniera che il prodotto $abcd$ ecc. abbia il determinato numero g di decimali *ſicuri*; ſi daranno in primo luogo a ciaſcheduno de' fattori *proſſimi difettoſi* tanti caratteri decimali, quanti ſono indicati dalle equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI., oſſervando quanto ſi è detto nell' Annot. III. dopo il Coroll. IX. della medeſima Propoſizione. In ſeguito moltiplicati tra loro i medeſimi fattori, ſi traſcureranno alla fine del prodotto tante decimali cifre, quante ſon indicate dal n.° $m \times (t-1)-1$ (Coroll. III. e IX. Prop. VI.). Il reſtante del prodotto ſarà il riſultato che ſi deſidera.

Ogni qual volta in vece delle equazioni del Coroll. VIII. ſi faceſſe uſo delle equazioni recate nell' Annot. II. dopo il Coroll. IX., il numero de' decimali da traſcurarſi alla fine del prodotto dovrà eſſere $m \times (t-1)$.

ANNOTAZIONE IV.

Perchè poi ne' caſi, che le parti intere de' fattori ſieno compoſte di molte cifre, e varj ſieno i medeſimi fattori, il numero delle decimali cifre ne' prodotti creſce ad iſmiſura, ed il calcolo rieſce perciò molto lungo e tedioſo; a queſt' incomodo ſi potrà in parte rimediare nel ſeguente modo. Aſſegnato a ciaſcheduno fattore il numero delle cifre decimali, come ſi è detto nell' Annot. precedente, e moltiplicato il primo fattore pel ſecondo, ſi traſcurino nel prodotto cifre n.° $n-1$ ſenza fallo *incerte* (Prop. IV.). Si moltiplichi in ſeguito il reſtante per il terzo fattore, e ſprezzate di nuovo nel prodotto cifre $n-1=u-1$ ſenza dubbio *incerte*, ſi moltiplichi il reſtante per il quarto fattore; e così di ſeguito. In fine traſcurate tutte le altre, ſi ritengano nell' ultimo prodotto tante decimali cifre, quante da principio ci eravamo propoſto di avere *ſicure*. La ragione di queſto compendio ſi è che le cifre *incerte* de' fattori non poſſono produrre che incertezza ne' prodotti; quindi traſcurandole ſucceſſivamente, niente ſi pregiudica al grado di eſattezza, che nell'ultimo prodotto ſi deſidera.

Nell'Appendice a queſt'Opuſcolo daremo un metodo aſſai facile per fare con molto maggior brevità e ſpeditezza queſte moltiplicazioni.

ANNOTAZIONE V.

Nelle precedenti Propoſizioni abbiamo ſciolto il Problema propoſto nella prefazione, ogni qual volta i fattori da moltiplicarſi tra loro non ſiano più di dieci. Paſſiamo ora a rendere generale la ſoluzione di queſto Problema; cioè ad eſtenderla a qualunque numero di fattori.

DEFINIZIONE VII.

Chiamerò *proſſimo eſatto* quel prodotto *proſſimo* difettoſo, le di cui cifre decimali *ſicure*, determinate dalle noſtre equazioni, ſono altresì eſatte; e dirò *proſſimo* mancante quello, nel quale l'ultima cifra *ſicura* è minore dell'eſatta.

PROPOSIZIONE VIII.

LEMMA.

Se un numero qualunque di fattori a, b, c, d ecc.; ciaſcheduno de' quali ſia parte intero, e parte decimale, ſi moltiplicheranno tra loro, la parte intera del prodotto $abcd$ ecc. non potrà contenere più cifre della ſomma de' numeri delle cifre, che compongono le parti intere de' medeſimi fattori.

Così ſe i numeri delle cifre componenti le parti intere de' fattori a, b, c, d ecc. ſaranno chiamate π, δ, ϕ, μ ecc. la parte intera del prodotto $abcd$ ecc. non potrà contenere più cifre di $\pi+\delta+\phi+\mu$ ecc.

DIMOSTRAZIONE.

Siano m, n, u, r ecc. i numeri delle cifre, che compongono i fattori a, b, c, d ecc., e p, q, f, l ecc. i numeri delle cifre decimali, che trovanſi ne' medeſimi fattori. Il prodotto $abcd$ ecc. non può avere più cifre di $m+n+u+r$ ecc. (Prop. I.); ma il medeſimo prodotto deve neceſſariamente avere cifre decimali n.° $p+q+f+l$, nè più, nè meno, ſiccome già è noto per la dottrina de' decimali. Dunque lo ſteſſo prodotto non potrà avere cifre *intere* più di $m+n+u+r$ ecc. $-p-q-f-l$ ecc. $=\pi+\delta+\phi+\mu$ ecc.

COROLLARIO.

Se alcuno tra' fattori a, b, c, d ecc. ſarà *intero*, o *puramente decimale*, ſarà egualmente vera la propoſizione. Imperocchè ſe ſupporremo per eſempio che il fattore b ſia intero, ed il fattore d ſia puramente decimale, poſto n in luogo di δ, e fatto $\mu=o$; il numero delle cifre intere nel prodotto non potrà eſſere maggiore di $\pi+n+\phi$ ecc.

PROPOSIZIONE IX.

TEOREMA.

Se due, o più (ſino a dieci) prodotti *proſſimi eſatti* ſi moltiplicheranno tra loro; il nuovo prodotto non potrà avere cifre decimali *ſicure* più di quelle che nelle propoſizioni IV. V. e VI. ſi ſono determinate ne' prodotti nati dalla moltiplicazione de' fattori *proſſimi difettoſi*.

DIMOSTRAZIONE.

I prodotti *proſſimi eſatti* nulla differiſcono da' fattori *proſſimi difettoſi*, ſiccome è manifeſto. Dunque de' prodotti nati dalla moltiplicazione di quelli ſi verificherà quanto avviene ne' prodotti di queſti.

PROPOSIZIONE X.

PROBLEMA.

Dato un numero qualunque di fattori *proſſimi* difettoſi; determinare in ciaſcheduno di eſſi il preciſo numero de' caratteri decimali, acciocchè il prodotto nato dalla moltiplicazione de' medeſimi fattori tra loro abbia ſicuramente un determinato numero di cifre decimali *ſicure*.

SOLUZIONE.

Si concepiſcano moltiplicarſi tra loro più fattori *difettoſi* (non però più di dieci). Dato in ciaſcheduno di queſti il numero delle cifre, che compone la parte intera; ſarà dato altresì il maggior poſſibile numero delle cifre componenti la parte intera del prodotto (Prop. VIII.). Queſto prodotto ſi chiami A. Intendaſi ſimilmente moltiplicarſi tra loro quanti ſi vogliano altri *difettoſi* fattori, purchè non ſiano più di dieci; ſi avrà un altro prodotto, che chiameremo B; nel quale parimenti ſarà determinato il maggior poſſibile numero delle cifre componenti la di lui parte intera (Prop. VIII.). Suppongaſi ora che moltiplicando tra loro i prodotti A, B, naſca quell'ultimo prodotto D, nel quale vuolſi un determinato numero di cifre decimali *ſicure*. Dato nel prodotto D il numero delle decimali *ſicure*; e dati inoltre i numeri delle cifre componenti le parti intere de' prodotti A, B, ſi determinerà il numero delle cifre decimali *eſatte* che deve avere ciaſcheduno de' medeſimi prodotti A, B (Coroll. V. Prop. IV.). In ſeguito dato il numero delle decimali *eſatte* nel prodotto A, ſi determinerà in ciaſcheduno de' fattori, che l' hanno compoſto, il numero de' caratteri decimali (Coroll. VIII. Prop. VI.). E lo ſteſſo diſcorſo applicando a ciaſcheduno de' fattori, che hanno prodotto B; ſarà determinato in ciaſcheduno de' venti fattori il preciſo numero de' caratteri decimali, acciocchè l' ultimo prodotto D nato dalla moltiplicazione di tutti i fattori tra loro abbia ſenza fallo quel determinato numero di cifre *ſicure*, che ſi deſidera.

ANNOTAZIONE I.

Coll' iſteſſo metodo ſi può paſſare a determinare in un numero maggiore di fattori il preciſo numero de' caratteri decimali, che deve aſſegnarſi a ciaſcheduno de' medeſimi; acciocchè l' ultimo prodotto abbia *ſicuramente* un dato numero di cifre decimali *ſicure*.

ANNOTAZIONE II.

I. Ma per riſchiarare vie più queſta propoſizione, ſiano a, b, c, d, e ecc. un certo numero di fattori, che non oltrepaſſi il dieci. I numeri delle cifre, che compongono le loro parti intere, ſiano riſpettivamente eſpreſſe colle lettere π, δ, ϕ, μ, θ, ecc. Siano parimenti a', b', c', d', e' ecc. un certo numero di altri fattori non maggiore di dieci, le parti intere de' quali abbiano riſpettivamente cifre n.^{i} π', δ', ϕ', μ', θ', ecc.; e debbano tutti moltiplicarſi tra loro in maniera, che l' ultimo prodotto abbia *ſicuramente* il determinato numero g di caratteri decimali *ſicuri*. Moltiplicati tra loro in primo luogo i fattori a, b, c, d, e ecc. naſca il prodotto $a b c d e$ ecc. $= A$; e moltiplicati parimenti tra loro tutti i fattori a', b', c', d', e' ecc. naſca il prodotto $a' b' c' d' e'$ ecc. $= B$. La parte intera del prodotto A non può aver più cifre di $\pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc., e la parte intera del prodotto B non può contenere più cifre di $\pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. Dunque perciocchè l' ultimo prodotto $A \times B$ deve avere cifre *ſicure* n.° g; il prodotto A dovrà avere cifre decimali *eſatte* n.° $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1$ (Coroll. V. Prop. IV.); ed il prodotto B dovrà avere caratteri decimali *eſatti* n.° $g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1$ (ſteſſo Coroll.). Dunque al fattore a dovranno aſſegnarſi cifre decimali n.° $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1 + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1 + 1$ (Coroll. VIII. Prop. VI. e Coroll. Prop. VII.); ed al fattore a' cifre decimali n.° $g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1 + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1 + 1$

II. Per la qual coſa ſe i numeri delle cifre decimali che deve avere ciaſcheduno de' fattori a, b, c, d, e ecc. ſi chiameranno x, y, z, ξ, υ ecc., avremo

$$\begin{aligned}
x &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+1+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+2\\
y &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+1+\pi+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+2\\
z &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+1+\pi+\delta+\mu+\theta\text{ ecc.}+2\\
\xi &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+1+\pi+\delta+\phi+\theta\text{ ecc.}+2\\
\upsilon &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+1+\pi+\delta+\phi+\mu\text{ ecc.}+2
\end{aligned}$$

Similmente chiamati x', y', z', ξ', υ' ecc. i numeri delle cifre decimali da aſſegnarſi a ciaſcheduno de' fattori a', b', c', d', e' ecc.; ſi avrà

$$\begin{aligned}
x' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+1+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+2\\
y' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+1+\pi'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+2\\
z' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+1+\pi'+\delta'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+2\\
\xi' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+1+\pi'+\delta'+\phi'+\theta'\text{ ecc.}+2\\
\upsilon' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+1+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'\text{ ecc.}+2
\end{aligned}$$

ANNOTAZIONE III.

III. E perciocchè rare volte accaderà, che l'errore totale de' prodotti A, B debba far creſcere d'una unità l'ultima delle loro decimali cifre *ſicure* determinate ſecondo le date regole ne' medeſimi prodotti; e ciò più raramente ancora avverrà nell' ultimo prodotto $A\times B$ (Annot. Prop. VII.); i numeri delle decimali cifre da darſi a ciaſcheduno de' fattori, dalla moltiplicazione de' quali naſcerà il prodotto $A\times B$, ſaranno d'ordinario determinati dalle ſeguenti equazioni

$$\begin{aligned}
x &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}\\
y &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+\pi+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}\\
z &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+\pi+\delta+\mu+\theta\text{ ecc.}\\
\xi &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+\pi+\delta+\phi+\theta\text{ ecc.}\\
\upsilon &= g+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}+\pi+\delta+\phi+\mu\text{ ecc.}\\
x' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+\delta'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}\\
y' &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+\pi'+\phi'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}\\
z &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+\pi'+\delta'+\mu'+\theta'\text{ ecc.}\\
\xi &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+\pi'+\delta'+\phi'+\theta'\text{ ecc.}\\
\upsilon &= g+\pi+\delta+\phi+\mu+\theta\text{ ecc.}+\pi'+\delta'+\phi'+\mu'\text{ ecc.}
\end{aligned}$$

ANNOTAZIONE IV.

Le equazioni che abbiamo recate nell'Ann. I. n.° II. di queſta propoſizione determinano generalmente il numero delle decimali cifre da aſſegnarſi a ciaſchedun fattore; acciocchè in ogni poſſibile caſo l' ultimo prodotto abbia ſenza fallo quel determinato numero di cifre decimali *ſicure*, che ſi deſidera. Le equazioni della ſteſſa Annot. n.° III. poſſono baſtare, come già ſi è detto, per il maggior numero de' caſi. In alcuni particolari caſi poi poſſono eſſere ſufficienti all' intento molto minori numeri di cifre decimali in ciaſcheduno de' fattori difettoſi a, b, c, d, e ecc. Siano m, n, u, r, k, ecc. i numeri delle cifre, che compongono i fattori a, b, c, d, e ecc. e p, q, f, l, b ecc. i numeri delle cifre decimali che in ciaſcheduno de' medeſimi riſpettivamente ſi trovano; il prodotto $a\ b\ c\ d\ e$ ecc. $= A$ non può aver cifre meno di $m + n + u + r + k$ ecc. $- (t - 1)$; (Coroll. IV. Prop. I.); per conſeguenza la di lui parte intera non potrà contenere meno di cifre $m + n + u + r + k \text{ ecc.} - (t - 1) - p - q - f - l - b \text{ ecc.} = \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} - t + 1$. Similmente la parte intera del prodotto B nato dalla moltiplicazione de' fattori a', b', c', d', e', ecc. aventi cifre n.^{i} m', n', u', r', k' ecc.; e caratteri decimali n.^{i} p', q', f', l', b' ecc. non potrà avere cifre meno di $m' + n' + u' + r' + k' \text{ ecc.} - (t - 1) - p - q - f - l - b \text{ ecc.} = \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} - t + 1$. Quindi ragionando come nell' Annot. II. ſi troverà che il fattore a potrà aver cifre decimali ſino a $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta \text{ ecc.} - t + 1 + 1 + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + 1 = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta \text{ ecc.} - t + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 4$. Per la qual coſa il medeſimo fattore a non potrà mai avere un numero di cifre decimali minore del determinato nell' equazione I. dell' Annot. II. alla Prop. X. n.° II. di $t - 1$. E lo ſteſſo ſi dovrà dire riſpetto ad ogni altro fattore b, c, d, e ecc. a', b', c', d', e' ecc.

ANNOTAZIONE V.

Nelle equazioni di queſta Propoſizione X. avranno luogo le oſſervazioni, che altrove abbiamo fatto, particolarmente nel Coroll. VI. Prop. IV.

PARTE

PARTE SECONDA

Che contiene l' applicazione dell' eſpoſta Teoria alla Pratica.

DEFINIZIONI.

I.

FRazioni *comuni* di una data quantità chiamo quelle parti, nelle quali la medeſima quantità ſi ſuole comunemente dividere, e ſottodividere. Così a cagion d' eſempio i ſoldi, e danari ſi diranno frazioni comuni della lira; le once, punti ecc. frazioni comuni del braccio, o piede; e così delle altre.

II.

Frazioni *decimali* dico quelle, le quali hanno per denominatore l' unità con alquanti zeri appreſſo; come ſono $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{100}$; $\frac{9}{1000}$

PROPOSIZIONE I.

LEMMA.

Convertire le frazioni comuni di una data quantità in frazioni decimali.

SOLUZIONE.

Si ſommino in primo luogo tutte le frazioni comuni della data quantità. Quindi moltiplicato per 10 il numeratore di queſta ſomma, ſe ne divida il prodotto per il di lei denominatore. In ſeguito moltiplicato di nuovo per 10 il reſtante di queſta diviſione, ſi divida queſto nuovo prodotto per lo ſteſſo denominatore. Si continui all' iſteſſo modo queſta operazione ne' ſuſſeguenti reſtanti, e ſi avrà l' intento.

Così volendo ridurre a decimali le ſrazioni comuni di lira 9 ſold. 6 dan.; riduco in primo luogo le frazioni 9 ſold. 6 dan. a 114 danari; o ſiano $\frac{114}{240}$ di lira. Divido in ſeguito 1140 per 240; ed ho il quoziente 4 col reſtante 180. Divido di nuovo 1800 per 240 ed ho il numero quoziente 7 col ſecondo reſtante 120. Divido 1200 per 240, ed ho 5 per quoziente ſenza alcun reſtante. Dunque la quantità 9. ſold. 6. dan. ſi cambia eſattamente in 0.475 lire.

DIMOSTRAZIONE.

La frazione $\frac{114}{240}$ del recato eſempio è eguale a $\frac{114000\ \text{ecc.}}{240\times 1000\ \text{ecc.}}$. E perciocchè $\frac{114000}{240}$ trovaſi eguale a 475; ſarà $\frac{114}{240}=\frac{475}{1000}$ frazione decimale.

ANNOTAZIONE.

La ſteſſa dimoſtrazione avrà luogo in tutti i caſi, ne' quali non altrimenti che nell' apportato eſempio la diviſione preſcritta nella ſoluzione riuſcirà eſatta, e ſi applicherà facilmente a qualunque altro caſo, nel quale, come più ſpeſſo avviene, la diviſione non s'interrompe giammai; ed il quoziente che naſce è per conſeguenza un numero ſenza fine di cifre decimali.

Egli è noto in queſti caſi, che quanto più ſi continua la diviſione, tanto più il quoziente eſpreſſo co' decimali ſi accoſta al valore della data quantità, che in decimali ſi converte; ed interrompendo la diviſione, il quoziente trovato differiſce dalla ſteſſa data quantità meno di una di quelle unità, che compongono l' ultima di lui cifra.

PROPOSIZIONE II.

LEMMA.

Ridurre le frazioni decimali alle comuni.

SOLUZIONE.

Si moltiplichi la data frazione decimale per il denominatore della frazione comune, alla quale la decimale ſi vuol ridurre, ed il prodotto darà quello che ſi cerca.

Sia per eſempio da ridurre a ſoldi e danari la frazione decimale di lira 0.342. Perciocchè la lira è compoſta di 20 ſoldi; ſi moltiplichi 0.342 per 20, ed il prodotto 6.84 ſoldi indicherà che la propoſta frazione vale 6 ſoldi, e 84 centeſimi di ſoldo. Si moltiplichi ora la parte decimale 0.84 di ſoldi per 12 (numero de' danari, che contiene il ſoldo), e ſi avrà il prodotto 10.08 danari, cioè 10 dan., e 8 centeſimi di danaro. Dunque la propoſta frazione 0.342 lire vale lo ſteſſo che 6. ſoldi 10. dan. e $\frac{8}{100}$ o ſiano $\frac{2}{25}$ di danaro.

DIMOSTRAZIONE.

La frazione decimale 0.342 di lira è eguale a $\frac{0.342 \times 20}{20} = \frac{6.84}{20} = \frac{6}{20} + \frac{0.84}{20}$. Similmente $\frac{0.84}{20}$ è eguale a $\frac{0.84 \times 12}{20 \times 12} = \frac{10.08}{240}$. Ma le parti venteſime di lira ſono ſoldi; e le parti 240.^{sime} di lira ſono danari. Dunque la propoſta frazione decimale di lira 0.342. vale veramente 6. ſoldi e 10. danari con otto centeſimi di danaro.

La ſteſſa dimoſtrazione vale di qualunque altro caſo.

DEFINIZIONE III.

La quantità che ſorte riducendo una data frazione comune a decimali chiameremo in ſeguito *Quantità ridotta*.

PROPOSIZIONE III.

LEMMA.

Determinare il preciſo numero delle decimali cifre, che deve avere la quantità *ridotta*; acciocchè eſſa differiſca dalla data quantità comune meno di una qualſivoglia parte comune di queſta

SOLUZIONE.

Si continui la riduzione ſino a tanto che la quantità *ridotta* abbia tante cifre decimali, quante ſono le cifre, che formano il denominatore della frazione eſprimente la detta parte comune, e ſi avrà l'intento.

Così per eſempio ſe riducendo a decimali le parti comuni di braccio ſi voleſſe che la quantità *ridotta* differiſſe dalla comune meno di un atomo; perciocchè l' atomo è la $\frac{1}{1728}$ parte di braccio, ſi continuerà la riduzione ſino a quattro decimali cifre incluſivamente.

DIMOSTRAZIONE.

Nel recato eſempio la quantità *ridotta* differirà dalla data meno di $\frac{1}{10000}$ di braccio (Annot. Prop. preced.). Ora è $\frac{1}{10000} < \frac{1}{1728}$. Dunque la quantità *ridotta* differirà dalla data meno di $\frac{1}{1728}$ di braccio, o ſia di un atomo.

Dando alla quantità *ridotta* tre ſole cifre decimali, eſſa differirà dalla data meno di $\frac{1}{1000}$ di braccio. Ora è $\frac{1}{1000} > \frac{1}{1728}$. Dunque la medeſima quantità ridotta può differire dalla quantità data più di $\frac{1}{1728}$ di braccio, o ſia di un atomo

Dunque quattro caratteri decimali, e non meno, ſi richieggono nella quantità *ridotta;* acciocchè eſſa ſicuramente differiſca dalla data meno di un atomo. E la ſteſſa dimoſtrazione ha luogo in ogni altro caſo.

PROPOSIZIONE IV.

LEMMA.

Fare che la quantità *ridotta* contenga tutte le parti, o ſiano unità di quella frazione comune, alla quale eſſa viene limitata.

SOLUZIONE.

Date alla quantità *ridotta* tante decimali cifre, quante ſono ſtate determinate nella Prop. precedente; ſi prolunghi in ſeguito la riduzione ad una cifra decimale di più; e ſe queſta oltrepaſſa il 5; ſi aumenti d'una unità l'ultima delle già determinate cifre decimali, e ſi avrà quanto ſi deſidera.

DIMOSTRAZIONE.

Senza il detto accreſcimento la quantità *ridotta* è minore della data; ma la differenza è minore di una di quelle eguali parti, o unità, che ſono eſpreſſe dall' ultima di lei cifra decimale (Ann. alla Prop. I.). E nella fatta ſuppoſizione la detta differenza ſarà maggiore della metà di una delle medeſime parti. Dunque accreſcendo d'una unità l'ultima delle decimali cifre determinate come ſopra, la quantità ridotta diverrà bensì maggiore della data; ma l' eccesſo ſarà minore della metà di una delle ſteſſe parti. Per conſeguenza molto più minore della metà di una di quelle parti, che ſono eſpreſſe dalla frazione comune (Dimoſtraz. della Prop. preced.). Dunque la quantità ridotta conterrà tutte, e non più di quelle unità, o parti eguali che ſono eſpreſſe dalla frazione comune.

ANNOTAZIONE. I.

Può accadere alcuna volta, che quantunque la cifra decimale oltre le determinate nella Prop. III. non oltrepaſſi il 5, convenga nondimeno accreſcere d'una unità l' ultima delle determinate, acciocchè la quantità ridotta contenga interamente la frazione comune, alla quale è ſtata limitata. Eccone un eſempio. Sia data la frazione $\frac{2053}{105120}$ di un anno civile, la quale debbaſi ridurre a frazione decimale in maniera, che queſta contenga eſattamente i giorni, e le ore, e nulla più. Perciocchè l'ora è la $\frac{1}{8760}$ parte del detto anno, la frazione decimale, che differiſca dalla data meno di un'ora, ſarà 0.0195. (Prop. I. e III.). Ora la cifra decimale, che, continuando la riduzione, viene in ſeguito a queſte, è 3. Eppure la frazione 0.0195 convertita in giorni ed ore dà 7 giorni, 2 ore ecc.; dove la propoſta frazione $\frac{2053}{105120}$ contiene 7 giorni, 3 ore, 5 minuti.

Ne' caſi ſimili a queſto è troppo difficile, ſe non anche impoſſibile, determinare generalmente quando l'ultima cifra decimale debba eſſere accreſciuta d' una unità. Imperocchè accaderà ſovente, che facendo queſto accreſcimento la quantità ridotta contenga una unità di più di quelle, che formano l'ultima frazione comune che eſſa eſprime, e contiene.

ANNOTAZIONE II.

Ma eccettuatine pochi caſi, ſenza aumentare l' ultima decimale cifra della quantità ridotta, queſta conterrà interamente quella comune frazione, alla quale è ſtata limitata. E per perſuaderci di ciò baſta ridurre a decimali le frazioni comuni di quelle quantità, le quali negli umani uſi ſi ſogliono più comunemente ſottomettere a calcolo.

Queſte quantità ſono *Moneta*, *Eſtenſione*, *Peſo*, *Tempo*, *Archi* ovvero *Angoli*.

La *Moneta* ſi divide ordinariamente in lire, ſoldi, e danari.
L'*Eſtenſione* in piedi, once, punti, atomi, minuti, momenti ecc.
Il *Peſo* in libbre, once, danari, grani.
Il *Tempo* in anni, meſi, giorni, ore, minuti primi, ſecondi ecc.
Gli *Angoli* in gradi, minuti primi, ſecondi, terzi ecc.

MONETA.

Il ſoldo è della lira la parte $\frac{1}{20} = 0.05$

Il danaro è della lira la parte $\frac{1}{240} = 0.0041$ ecc.

ESTENSIONE.

L'oncia è del piede la parte $\frac{1}{12} = 0.082$ ecc.

Il punto è del piede la parte $\frac{1}{144} = 0.0069$ ecc.

L'atomo è del piede la parte $\frac{1}{1728} = 0.00057$ ecc.

Il minuto è del piede la parte $\frac{1}{20736} = 0.000048$ ecc.

Il momento è del piede la parte $\frac{1}{248832} = 0.0000040$ ecc.

PESO.

L'oncia è della libbra la parte $\frac{1}{12} = 0.082$ ec.

ovvero la parte $\frac{1}{28} = 0.035$ ecc.

Il danaro è della libbra la parte $\frac{1}{288} = 0.0034$ ecc.

ovvero la parte $\frac{1}{672} = 0.0014$ ecc.

Il grano è della libbra la parte	$\frac{1}{7912}$	$=0.00013$ ecc.
ovvero la parte	$\frac{1}{16128}$	$=0.000062$ ecc.

TEMPO.

Il meſe è dell' anno la parte	$\frac{1}{12}$	$=0.082$ ecc.
Il giorno è dell' anno civile la parte	$\frac{1}{365}$	$=0.0027$ ecc.
L' ora è dello ſteſſo anno la parte	$\frac{1}{8760}$	$=0.00011$ ecc.
Il minuto primo è dello ſteſſo anno la parte	$\frac{1}{525600}$	$=0.0000019$ ecc.
Il minuto ſec.° è dello ſteſſo anno la parte	$\frac{1}{31536000}$	$=0.000000031$ ecc.

ANGOLI.

Il minuto primo è del grado la parte	$\frac{1}{60}$	$=0.016$ ecc.
Il minuto ſec.° è del grado la parte	$\frac{1}{3600}$	$=0.00027$ ecc.
Il minuto terzo è del grado la parte	$\frac{1}{216000}$	$=0.0000041$ ec.

Ora gettando lo ſguardo ſopra queſte Tavole, ſi vede ſubito che eccettuati i caſi, ne' quali ſi tratti o di danari e grani riferiti alla libbra come all' unità; o di ore, e minuti primi riferiti all' anno; o di minuti primi riferiti al grado; ne' quali caſi una parte o unità della comune frazione equivale

vale a un dipreſſo a una parte, o unità della corriſpondente frazione decimale; negli altri ſi richieggono più parti decimali per formarne una ſola della frazione comune.

Per la qual coſa in queſti ultimi caſi la quantità ridotta, ſenza ricevere alcun accreſcimento nell' ultima decimale cifra, anzi coll'eſſerne diminuita di qualche unità, potrà contenere interamente quella comune frazione, alla quale eſſa è ſtata limitata.

ANNOTAZIONE III.

Poſti queſti Lemmi, applicheremo la teoria della prima Parte alla pratica; il che faremo con varj Problemi de' più facili e comuni; per agevolarne l'intelligenza a chicheſia. Ma da queſti potrà ogn' uno comprendere in qual maniera ſe ne debba far uſo ne' Problemi più difficili, ed aſtruſi di Matematica, e dell' Aſtronomia.

I. Si oſſervi ſolamente in primo luogo, che quanto ſi è detto, e dimoſtrato nelle Prop. III. e IV. di queſta Parte intorno alle quantità *ridotte* ſi verificherà ancora di qualunque prodotto proſſimo *eſatto*; nulla differendo queſto da quelle.

II. Si oſſervi in ſecondo luogo, che alle cifre decimali *eſatte* determinate nelle medeſime Propoſizioni per le quantità *ridotte* ſoſtituiremo ne' prodotti difettoſi le cifre ſicure. Alla difficoltà, che potrebbe naſcere dalla differenza che paſſa tra queſte e quelle (Prop. VII. e Coroll. Par. I.), ſoddisferemo a ſuo luogo.

PROPOSIZIONE V.

PROBLEMA I.

S'è fatta convenzione di pagare 85 lire per ogni braccio di certa manifattura. Si domanda qual ſomma debbaſi sborſare per braccia 34, once 9, punti 11 della ſteſſa manifattura.

Soluzione.

Convien moltiplicare 85 lire per 34 br. 9 onc. 11 punti. Siccome però non v'è coſtume di pagare le parti di lira minori di un danaro; a me baſterà di limitare il prodotto ſino al giuſto numero di danari, e nulla più. A queſto fine riduco le frazioni comuni della quantità 34 brac., 9 onc., 11. punti a decimali (Prop. I.); ed imperciocchè il prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.), e due ſono le cifre del fattore intero 85, continuo queſta riduzione ſino a cinque caratteri decimali (Coroll. IV. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 34.82638 lire. Moltiplico queſta per 85, e naſce il prodotto 2960.24230, nel quale traſcurate le due ultime cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.) rimane per la cercata ſomma 2960.242 lire = 2960 lir. 4 ſold. 10 danari (Prop. II.).

Annotazione.

La ſomma da pagarſi calcolata col metodo comune, trovaſi eſſere eſattamente 2960 lir. 4 ſold. 10 $\frac{1}{3}$ dan. = 2960.2430 ecc. (Prop. I.)

Una ſola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* avrebbe reſo inutile il calcolo.

PROPOSIZIONE VI.

Problema II.

Quanto coſtano 40 braccia, 3 onc., 6 punti di certa manifattura in ragione di 3 lire, 4 ſold. 6 dan. il braccio?

Soluzione.

Il cercato coſto è il prodotto del prezzo 3 lir. 4 ſold. 6 dan. moltiplicato per la quantità della manifattura. Riduco adunque le frazioni comuni del dato prezzo a decimali (Prop. I.), e trovo il numero eſatto 3.225 lire. Riduco ſimilmente a decimali le frazioni comuni della manifattura (Prop. I.); ed imperciocchè nel preſente caſo, come nel precedente, il prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.), ed una ſola cifra forma la parte intera del fattore *eſatto*; continuo queſta riduzione ſino alla quarta cifra decimale incluſivamente (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità *ridotta* 40.2916. Moltiplico in ſeguito tra loro le due quantità *ridotte*; e naſce il prodotto *difettoſo* 129.9404100, e traſcurate le ultime quattro cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.); il reſtante 129.940 lire = 129 lir. 18 ſold. 9 dan. ſarà il coſto cercato.

ANNOTAZIONE.

Queſto coſto calcolato col metodo comune trovaſi eſſere *eſattamente* 129 lire, 18 ſold. 9 $\frac{1}{4}$ dan. = 129.9406 ecc. lire (Prop. I.).

Anche in queſto Problema una ſola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* 40.2916 avrebbe reſo l' ultimo riſultato minore del cercato.

PROPOSIZIONE VII.

PROBLEMA III.

Qual è il prezzo di brente di vino 450$\frac{1}{2}$, o ſiano 450.5 in ragione di 34 lir. 8 ſold. 5 dan. la brenta?

SOLUZIONE.

Riduco le frazioni comuni di lira a decimali; e perciocchè il prodotto deve avere tre cifre *ſicure* (Prop. III.), e tre ſono le cifre che compongono la parte intera del fattore *eſatto* 450.5; prolungo queſta riduzione ſino a ſei decimali cifre (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 34.420833. Moltiplico queſta per 450.5, e traſcurate nel prodotto 15506.5852665 le ultime quattro cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.); rimane pel coſto cercato 15506.585 lir. = 15506 lir. 11 ſold. 8 dan. (Prop. II.)

ANNOTAZIONE.

Calcolando il coſto col metodo comune, queſto trovaſi eſſere *eſattamente* 15506 lir. 11 ſold. 8 $\frac{1}{2}$ dan. = 15506.5854 ecc. (Prop. I.)

Nel preſente Problema non meno che ne' due antecedenti una ſola decimale meno nella quantità ridotta difettoſa avrebbe fatto naſcere un riſultato minore del trovato.

PROPOSIZIONE VIII.

PROBLEMA IV.

Quante braccia di manifattura ſi compreranno col prezzo di 44 lir. 10 ſold. 6 dan. in ragione di 2 braccia, 3 once, 9 punti per lira?

SOLUZIONE.

Convien moltiplicare la quantità 2 br. 3 onc. 9 pun. per 44 lir. 10 ſold. 6 dan. Riduco adunque in primo luogo a frazioni decimali le frazioni comuni 10 ſold. 9 dan., ed il dato prezzo ſi muta in 44.525 lire eſattamente. Riduco ſimilmente le frazioni comuni di braccio; e perciocchè ſuppoſto ch' io voglia nel prodotto tener conto anche de' punti, li quali ſono la $\frac{1}{144}$ parte di braccio, lo ſteſſo prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.); e nell' altro fattore eſprimente il prezzo, la parte intera è compoſta di due cifre; continuo queſta riduzione ſino alla quinta decimale cifra (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.), ed ho la quantità ridotta 2.31944 braccia. Moltiplico queſta per 44.525, e naſce il prodotto 103.27306500; nel quale ſprezzate le cinque ultime cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.) rimane per la quantità cercata 103.273 braccia = 103 braccia, 3 onc. 3 punti,

ANNOTAZIONE I.

Col metodo comune ſi ſarebbe trovato *eſattamente* 103 brac. 3 once, $3\frac{7}{20}$ punti $=$ 103.2732 ecc.

Una ſola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* 2.31944 avrebbe fatto naſcere un prodotto minore del cercato.

ANNOTAZIONE II.

Gli eſempj fin' ora addotti appartengono a' caſi della Prop. III. Par. I. Paſſiamo ad illuſtrare i caſi delle Propoſizioni ſeguenti.

PROPOSIZIONE VIII.

PROBLEMA V.

Quanto coſtano 150 braccia, 6 once, 7 punti di manifattura in ragione di 12 lire, 10 ſold., 7 dan. il braccio?

SOLUZIONE.

Il cercato coſto deve eſſere il prodotto delle due quantità date nel Problema moltiplicate tra loro. Riduco adunque le frazioni comuni del propoſto prezzo a decimali, e perciocchè il prodotto deve eſſere limitato a danari, e deve per conſeguenza contenere tre decimali *ſicure*; e tre ſono le cifre che compongono la parte intera del moltiplicatore; prolungo queſta riduzione fino a ſette decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 12.5291666 lire. Riduco ſimilmente le frazioni comuni del moltiplicatore a decimali; e perchè la parte intera del moltiplicando è compoſta di due cifre, prolungo queſta riduzione fino a ſei decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.), ed ho la ſeconda quantità ridotta 150.548611. Con ciò ottengo un egual numero di cifre in ambedue i fattori, cioè $m = n = 9$ (Coroll. VII. Prop. IV. Par. I.). Moltiplico tra loro le due quantità ridotte; ed ho il prodotto 1886.2486286175926 lire; nel quale ſprezzate le ultime dieci cifre decimali *incerte* (Prop. IV. Par. I. e di lei Annot. II.); rimane pel coſto cercato 1886.248 lire = 1886 lir. 4 ſold. 11 danari.

ANNOTAZIONE.

Il metodo comune dà per metodo *eſatto* 1886 lir. 4 ſold. $11\frac{97}{144}$ dan. = 1886.2486 ecc. lire.

Se ci foſſimo ſerviti delle equazioni aſſegnate nell' Annot. II. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I. ſi avrebbero avute le due quantità ridotte 12.529166 lir. e 150.54861; dalle quali ſarebbe nato il prodotto 1886.24832575926; nel quale ſprezzate le ultime otto cifre decimali, ſarebbe rimaſto pel coſto cercato 1886.248 lir. come ſopra.

Con una ſola cifra decimale meno delle determinate in queſte equazioni in ambedue i fattori ſi avrebbe avuto il prodotto 1886.247497176, dal quale ſarebbe nato lo ſteſſo coſto; ma con due decimali meno anche in un ſol fattore, ſarebbe nato un riſultato minore del biſogno (Annot. I. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I.)

PROPOSIZIONE IX.

PROBLEMA VI.

Quante tavole quadrate, e quanti piedi, ed once di tavola contiene una ſuperficie rettangola; la di cui lunghezza è 130 tavole, 7 piedi, 8 once, 11 punti; e la larghezza è 17 braccia, 4 piedi, 5 once?

SOLUZIONE.

La quantità cercata deve eſſere il prodotto delle due dimenſioni date nel Problema moltiplicate tra loro. Riduco adunque a decimali le frazioni comuni della lunghezza; e perciocchè dall' una parte il prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.), e dall' altra due ſono le cifre che formano la parte intera dell'altezza, continuo queſta riduzione ſino a ſei cifre decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.); ed ho la lunghezza ridotta 130.645254 tavole. Riduco ſimilmente le frazioni comuni della larghezza a decimali, e per una conſimile ragione continuando la riduzione ſino a ſette ciſre decimali, ho la larghezza ridotta 17.3680555. Moltiplico tra loro le due quantità ridotte; ed ho il prodotto 2269.0540122835970; e ſprezzate le ultime dieci cifre incerte (Prop. IV. Par. I.), rimane per la cercata miſura 2269.054 tavole quadrate = 2269 tav. quad., o piedi, 7 once di tavola quadrata.

Se oltre alle once aveſſi voluto ritenere nel prodotto il numero ancora de' punti, li quali ſono la $\frac{1}{1728}$ parte di tavola, avrei prolongate le riduzioni della lunghezza e larghezza ad una ciſra decimale di più, ed avrei avuto le due quantità ridotte 130.6452546, e 17.36805555; le quali quantità moltiplicate tra loro danno il prodotto 2269.054039236138030; del quale traſcurate le ultime undeci cifre *incerte*, ſarebbe rimaſta per la cercata miſura 2269.0540 tav. quad. = 2269 tav. quad., o pied., 7 once, 9 punti.

E ſe foſſe ſtato duopo di determinare ancora il numero eſatto degli atomi, ciaſcheduno de' quali è la $\frac{1}{20736}$ parte di tavola, avrei continuata la riduzione della lunghezza ſino a otto decimali cifre, e la riduzione della larghezza ſino a nove decimali, ed avrei avuto due quantità ridotte, le quali moltiplicate tra loro, e ſprezzate nel prodotto le ultime dodici decimali cifre, avrebbero laſciato per la cercata miſura 2269.05403 tav. quad. = 2269 tav. quad. o pied., 7 onc. 9 punti, 4 atomi.

ANNOTAZIONE.

La miſura *eſatta* della propoſta ſuperficie calcolata col metodo comune è 2269 tav. quad., o pied., 7 onc. 9 punt. 4 at. 7 minuti = 2269.054040 ecc.

Uſando le equazioni aſſegnate nell' Annot. II. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I. ſi avrebbero avute le prime due quantità ridotte 130.64525; e 17.368055; le quali moltiplicate tra loro avrebbero dato il prodotto 2269.05388748875, nel quale ſprezzate le ultime otto cifre decimali *incerte*, ſarebbe rimaſto per la cercata miſura 2269.053 tav. quad. non altrimenti che ſi è ritrovato di ſopra; e continuando il calcolo ſi ſarebbero trovate le altre medeſime parti, che di ſopra ſi ſono determinate.

Ma una ſola cifra decimale meno in ambedue i fattori, anzi in un ſolo di eſſi, avrebbe fatto naſcere un riſultato minore del biſogno.

PROPOSIZIONE X.

PROBLEMA. VIII.

Qual è la miſura di un corpo avente per lunghezza 15 tavole, 3 piedi, 6 once, 9 punti; per larghezza 9 tavole, 7 piedi, 4 once, 3 punti, e per altezza 8 tav. 6 piedi?

SOLUZIONE.

Suppoſto che il prodotto ſi voglia limitare a punti di tavola, e nulla più; perciocchè il punto è la $\frac{1}{1728}$ parte di tavola, e due ſono le cifre che formano ambe le parti intere della larghezza ed altezza; riducendo le frazioni comuni della lunghezza a decimali, prolungo queſta riduzione ſino a ſette decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.). Ma trovo il fattore *eſatto* 15.296875. Per la ſteſſa ragione riducendo le frazioni comuni della larghezza, ed altezza a decimali, continuo queſta riduzione nella prima ſino a otto decimali; ed ho 9.61284722 tavole; e ad altrettante dovrei continuare la riduzione della ſeconda, ma trovo il fattore *eſatto* 8.5 tav. Perciò diminuiſco d' una decimale la quantità proſſima già trovata (Coroll. VI. Prop. V. Par. I.), ed ho 9.6128472. Queſta moltiplico per il prodotto degli altri due fattori eſatti; ed ho l'ultimo prodotto 1249.89543710625000; nel quale traſcurate le ultime dieci cifre *incerte* (Prop. III.

Par. I.) rimane per la cercata miſura 1249.8954 tav. cube = 1249 tav. cub. 10 piedi, 8 once, 11 punti di tavola cuba.

Se oltre a' punti aveſſi voluto limitare il prodotto non ſolo agli atomi, ma ancora a' momenti, li quali ſono la $\frac{1}{2985984}$ parte di tavola, avrei continuato la riduzione della larghezza ſino a dieci decimali, ed avrei avuto la quantità *ridotta* 9.6128472222; la quale moltiplicata per il prodotto degli altri due fattori eſatti, avrebbe fatto naſcere l'ultimo prodotto 1249.89543999277031250; e ſprezzate le ultime dieci cifre decimali *incerte* (Prop. III. Par. I.) ſarebbe rimaſto per la cercata miſura 1249.8954399 tav. cub. = 1249 tav. cub. 10 piedi, 8 once, 11 punti, 3 atomi, 10 minuti, 1 momento.

Colle regole comuni ſi trova per prodotto *eſatto* delle tre propoſte dimenſioni, e per conſeguenza per miſura *eſatta* del dato corpo 1249 tav. cub., 10 piedi, 8 once, 11 punti, 3 atomi, 10 minuti, 1 $\frac{1}{2}$ momenti = 1249.89543999 ecc.

Una ſola decimale meno nel fattor *difettoſo* avrebbe fatto naſcere de' prodotti minori de' cercati.

PROPOSIZIONE XI.

PROBLEMA VIII.

Un certo pezzo di marmo di figura parallelepipeda è ſtato valutato 50 lir. 6 ſoldi 7 danari il piede cubo. La di lui lunghezza è 3 piedi, 4 once, 7 punti; la larghezza 3 piedi, 4 once, e l'altezza 2 piedi, 7 once. Si domanda quale ſia il totale di lui prezzo?

SOLUZIONE.

Il prezzo cercato deve eſſere eguale al valore di un'oncia moltiplicato per la quantità del marmo. Ora queſta quantità è il prodotto delle tre date dimenſioni moltiplicate tra loro. Dunque il prezzo cercato deve eſſere il prodotto, che naſce moltiplicando tra loro le quattro quantità date nel Problema.

Attenendomi adunque alle equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI. Par. I., dovrò riducendo le frazioni comuni della lunghezza, larghezza, ed altezza prolungare ciaſcheduna riduzione ſino a otto caratteri decimali, e riducendo il dato valore, continuare la riduzione ſino a ſette decimali; e per conſeguenza avrò le ſeguenti quantità *ridotte proſſime difettoſe*

Lunghezza. . . . = 3.38194444 piedi
Larghezza . . . . = 3.33333333 piedi
Altezza . . . . . = 2.58333333 piedi
Valore . . . . . . = 50.3291666 lire

Moltiplico la prima quantità ridotta per la ſeconda, ed ho il primo prodotto 11.2731481220601852; nel quale ſprezzate le ultime otto cifre ſenza ſallo *incerte* (Prop. IV. Par. I., e di lei Annot. II.; ed Annot. IV della Prop. VII. Par. I.) rimane 11.27314812. Moltiplico queſto reſtante per la terza quantità ridotta; ed ho il ſecondo prodotto 29.1222992724228396; nel quale traſcurate le ultime otto cifre ſicuramente *incerte* (Prop. IV. Par. I.) ſi ha il reſtante 19.12229927. Moltiplico finalmente queſto reſtante per l' ultima quantità ridotta, ed ho l' ultimo prodotto 1465.70104821184672; nel quale ritenute le ſole tre prime decimali cifre, ſi avrà per prezzo cercato 1465.701 lire = 1465 lir. 14 ſold.

Annotazione.

Il calcolo comune dà per prezzo eſatto del propoſto marmo 1465 lir. 14 ſoldi, o $\frac{659}{2592}$ danari = 1465.7010 ecc. lire.

Adoperando le equazioni dell' Annotazione II. Prop. VI. Par. I. ſi avrebbe avuto lo ſteſſo riſultato; ma una ſola cifra decimale meno delle determinate in queſte equazioni in ciaſcheduno de' quattro fattori avrebbe fatto naſcere l' ultimo riſultato minore del cercato.

PROPOSIZIONE XII.

PROBLEMA IX.

Tizio il primo giorno di Febbrajo del 1790 impiega verſo Sempronio il capitale di 30500 lire, 6 ſoldi, 7 danari all' annuo intereſſe di 5 lire, 5 ſoldi, 9 dan. per 100 con le ſeguenti condizioni. 1.ª che Sempronio reſtituirà il capitale quando a lui piacerà. 2.ª che Sempronio non pagherà gli intereſſi ſe non quando reſtituirà il capitale. 3.ª che in compenſazione del danno ſofferto da Tizio per una tale dilazione nel pagamento degli intereſſi, Sempronio reſtituendo il capitale, e pagando nel medeſimo tempo la ſomma degli intereſſi, di queſta ſomma pagherà l'annuo frutto di 3 lire, 5 ſoldi, 5 danari per 100 per i due terzi del tempo decorſo dall' impiego ſino all' atto di reſtituzione del capitale. Dopo 10 anni, 9 meſi, e 22 giorni ſi determina Sempronio a reſtituire il capitale. Si domanda qual ſomma oltre il capitale debba Sempronio pagare a Tizio?

SOLUZIONE.

La cercata ſomma da pagarſi da Sempronio è compoſta di due; cioè della ſomma riſultante degli intereſſi del capitale, e della ſomma de' frutti di queſta ſteſſa prima ſomma. Ora la prima richiede la moltiplicazione delle tre quantità; *Capitale impiegato*; *Annuo di lui intereſſe diviſo per* 100; e *Tempo dell' impiego*. La ſeconda eſige che il prodotto di queſte tre quantità ſi moltiplichi in oltre per le altre due date nel Problema; cioè per l'annuo frutto della ſomma degli intereſſi diviſo per 100; e per i due terzi del tempo dell' impiego.

Richiedendo il Problema che l' ultimo prodotto venga limitato al giuſto numero de' danari, e nulla più, e per conſeguenza che lo ſteſſo prodotto abbia tre cifre decimali *ſicure*, ſecondo le equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI. Par. I.; riducendo in primo luogo a decimali le frazioni comuni del capitale; dovrei prolongare queſta riduzione ſino a caratteri decimali $3+1+1+2+1+1=9$. Ma ſiccome il ſecondo, e queſto fattore diviſi per 100 divengono *puramente decimali*; perciò il numero de' caratteri decimali da darſi al primo fattore, o ſia al capitale ridotto ſarà $=7$ (Annot. III. Prop. VI. Par. I.); e ſeguendo la ſteſſa regola nella riduzione degli altri fattori *difettoſi*; ed oſſervando che il tempo dell' impiego del capitale è $10\,\frac{293}{365} = 10\,\frac{59}{73}$ anni, ſi avranno le ſeguenti quantità ridotte.

Capitale ridotto lire	30500.3291666 ecc.
Annuo intereſſe diviſo per 100 lir. . .	0.052875 *eſatto*
Tempo dell' impiego. Anni	10.8082191780 ecc.
Annuo frutto degli Intereſſi diviſo per 100 lire	0.0327083333 ecc.
Due terzi del tempo anni	7.20547945205

Moltiplico il primo fattore ridotto per il ſecondo; ed ho il prodotto 1613.7049049046839750; nel quale traſcurate le ultime quattro cifre ſenza fallo *incerte* (Prop. III. Par. I.), rimane 1612.704904683. Moltiplico queſto reſtante per il terzo fattore; ed ho il ſecondo prodotto 17430.4680792494625905740; nel quale traſcurate le undici ultime decimali cifre ſenza fallo *incerte* (Prop. IV. Par. I.), rimane 17430.4680782. Ritenute in queſto reſtante le ſole tre prime decimali cifre, ſi avrà per la prima ſomma da pagarſi da Sempronio 17430.468 lire = 17430 lir. 9 ſold. 4 danari.

Moltiplico il reſtante 17430.4680792 per il quarto fattore, ed ho il prodotto 570.1215600846898439736; nel quale traſcurate le ultime dieci decimali cifre ſenza fallo *incerte*, moltiplico il reſtante 570.121560084 per il quinto ed ultimo fattore, ed ho l' ultimo prodotto 4107.99918635595147197220; nel quale ritenute le ſole tre prime decimali cifre, ſi avrà 4107.999 lire = 4107 lir. 19 ſold. 11 dan.; e tale ſarà la ſeconda ſomma da pagarſi da Sempronio.

ANNOTAZIONE.

Il metodo comune dà eſattamente per la prima ſomma 17430 lir. 9 ſold. $4\frac{694036}{1752000}$ danari; e per la ſeconda 4107 lir. 19 ſoldi, $11\frac{214343943123}{351100800000}$.

Secondo l' Annot. I. n.° II. Prop. VI. ſarebbe poſſibile che ciaſcheduno de' cinque fattori aveſſe cinque cifre decimali meno. Ma nel preſente caſo diffalcando ciaſchedun fattore di queſto numero di cifre decimali; l'ultimo riſultato, o ſia prodotto rieſce minore del biſogno. Levandone però quattro, l'ultimo prodotto ſi trova eſſere $4107.998 = 4107$ lir. 19 ſoldi, 11 dan. come prima.

PROPOSIZIONE XIII.

PROBLEMA X.

Tizio il primo giorno di Marzo impiega verſo Sempronio il capitale di 158205 lire, 10 ſoldi, 7 danari all'annuo intereſſe di 10 lire, 9 ſoldi, 5 danari per 100 con i ſeguenti patti, 1.° che Sempronio non pagherà gli intereſſi che nell' atto di reſtituire il capitale. 2.° che queſta reſtituzione egli dovrà fare dopo 6 anni compiti. 3.° che in caſo di contravvenzione o in tutto, o in parte al ſecondo patto, l'intereſſe della ſomma non pagata anderà creſcendo ſucceſſivamente ogni anno d'un venteſimo; di maniera che ſe prima pagava 10 lir. 9 ſold. 5. dan. per 100; dopo il preſcritto termine pagherà il primo anno $10.^{l.}\ 9.^{\text{ſ}.}\ 5.^{d.} + \frac{10.^{l.}\ 9.^{\text{ſ}.}\ 5.^{d.}}{20} = 10.^{l.}\ 19.^{\text{ſ}.}\ 10\frac{13}{20}$ dan.; il ſecondo anno $10.^{l.}\ 19.^{\text{ſ}.}\ 10\frac{13}{20}$ dan. $+ \frac{10.^{l.}\ 19.^{\text{ſ}.}\ 10\frac{13}{20}}{20} = 11.^{l.}\ 10.^{\text{ſ}.}\ 10\frac{233}{400}$ danari; e così di ſeguito, rimanendo però ſempre in libertà di Sempronio il pagare a Tizio ogni anno quella parte della ſomma dovutagli, che a lui piacerà. Sempronio compiti i primi ſei anni rende a Tizio il capitale; e ritiene la ſomma de' frutti prodotti dal medeſimo capitale; ed alla fine del ſeguente anno paga a Tizio la detta ſomma, e ne ritiene i frutti; e così egli fa ſucceſſivamente fino a tanto che dopo 7 anni, 6 meſi, e 15 giorni oltre i ſei pattuiti ſi riſolve di ſoddisfare interamente Tizio. Si domanda quanto Sempronio debba ultimamente pagare a Tizio.

SOLUZIONE.

Per poco che ſi rifletta ſi ſcorge ſubito che la quantità cercata è compoſta di due parti; cioè dell' intereſſe del ſettimo anno dopo i primi ſei, e della parte dell' intereſſe dell' ottavo proporzionale alla parte 6 meſi, 15 giorni dello ſteſſo ottavo anno. Ora la prima di queſte parti ſi trova moltiplicando dieci fattòri ſucceſſivamente l'uno dopo l'altro tra loro; cioè il capitale, ſuo corriſpondente intereſſe diviſo per 100 e 6 anni, ed in ſeguito ciaſcheduno degli intereſſi variabili di ſette anni; la ſeconda eſige che ſi continui la moltiplicazione per l'intereſſe variabile dell' ottavo anno traſcorſo dopo i primi ſei, o ſia del quattordiceſimo computato dal principio dell' impiego, e finalmente per la parte 6 meſi, e 15 giorni dello ſteſſo quattordiceſimo anno.

Siccome però toltone il primo, e terzo fattore, gli altri tutti ſono *puramente decimali*; quindi uſando le equazioni recate nell' Annot. II. alla Prop. X. Par. I. ſarà $g=3$, $\pi=6$, $\phi=1$, e tutte le altre lettere ſaranno $=0$. Dunque ſecondo le medeſime equazioni il primo fattore dovrà avere cifre decimali $3+1+1+2=7$; il ſecondo $3+6+1+1+2=13$, e così degli altri. Per la qual coſa i fattori ridotti ſaranno i ſeguenti.

Capitale ridotto lire	158205.5291666
Intereſſe ridotto, e diviſo per 100	.1047083333333
Tempo anni	6.000000000000
Intereſſe variabile del 7.° anno	.1099437499999
Intereſſe variabile dell' 8.° anno	.1154409374998
Intereſſe variabile del 9.° anno	.1212129843747
Intereſſe variabile del 10.° anno	.1272736335934
Intereſſe variabile dell' 11.° anno	.1336373152730
Intereſſe variabile del 12.° anno	.1403191810366

Intereſſe variabile del 13.° anno	.1473351400884
Intereſſe variabile del 14.° anno	.1547018970928
Sei meſi, e 15 giorni $= \frac{199}{365}$ anni	.5452054794520

Moltiplico adunque tra loro i primi tre fattori, ed ho il prodotto 99392.62369888, traſcurate le ulteriori cifre *incerte*, il qual prodotto è la ſomma degli intereſſi del capitale pel decorſo de' primi ſei anni.

Moltiplico in ſeguito queſta ſomma per il quarto fattore *ridotto*, ed il prodotto, che quindi ne naſce per il quinto; e così ſucceſſivamente. Porrò qui tutti i ſucceſſivi prodotti per ſoddisfazione di chi voleſſe prenderſi l'incomodo di riſcontrare il calcolo.

Moltiplicando i primi tre fattori ſi ha	99392.62369888
Moltiplicando per il quarto ſi ha. . .	10927.597771763
Moltiplicando per il quinto ſi ha . . .	1261.492131392
Moltiplicando per il ſeſto ſi ha	152.906226008
Moltiplicando per il ſettimo ſi ha	19.461312813
Moltiplicando per l'ottavo ſi ha	2.600757594
Moltiplicando per il nono ſi ha	0.3649361756
Moltiplicando per il decimo ſi ha	0.05376794956
Moltiplicando per l'undecimo ſi ha	0.08318001485
Moltiplicando per l'ultimo ſi ha.	0.00443501998

Dunque le due quantità da pagarſi ultimamente da Sempronio ſono 0.053 lire = 1 ſoldo. 0 $\frac{12}{100}$ danari; e 0.004 lir. = $\frac{96}{100}$ danari = 1 dan.

ANNOTAZIONE.

Col metodo comune ſi trova per la prima quantità 1 ſoldo $0.\frac{14844669028329558352193909113}{164156206417654579200000000000}$; e per la ſeconda $1\frac{2889103200702737490}{36813014226762545291}$ danari.

Ecco il calcolo parimenti tutto diſteſo.

Primo fattore *eſatto*	158205 lir.	10 ſold.	7 dan.
Secondo fattore *eſatto*. . .	10	9	5
Terzo fattore *eſatto*	6 anni		
Quarto fattore *eſatto* . . .	10 lir.	19 ſold.	$10\frac{13}{20}$ dan.
Quinto fattore *eſatto* . . .	11	10	$10\frac{233}{400}$
Seſto fattore *eſatto*	12	2	$5\frac{893}{8000}$
Settimo fattore *eſatto*. . .	12	14	$6\frac{90753}{160000}$
Ottavo fattore *eſatto* . . .	13	7	$3\frac{945813}{3200000}$
Nono fattore *eſatto*	13	0	$7\frac{42262073}{64000000}$
Decimo fattore *eſatto*. . .	14	14	$8\frac{55503533}{1280000000}$
Undecimo fattore *eſatto*. .	15	9	$4\frac{21645574193}{25600000000}$

Duodecimo fattore *eſatto* $\frac{199}{365}$ anni

Ora moltiplicando tra loro i primi tre fattori eſatti, e dividendo il prodotto per 100 ſi ha eſattamente 99392 lir. 12 ſold. $5\frac{2750}{4000}$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per il quarto fattore, e dividendo per 100, ſi ha 10927 lir. 11 ſold. $11\frac{993246523}{1920000000}$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per il quinto fattore, e dividendo per 100 ſi ha il nuovo prodotto 1261 lir. 9 ſold. $10\frac{2055830553923859}{18432000000000000}$ danari.

Moltiplicando

Moltiplicando queſto prodotto per il ſeſto fattore, e dividendo per 100, naſce il nuovo prodotto eſatto 152 lir. 18 ſold.

$$3\ \frac{25273134057 2}{1179648000000}$$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per il ſettimo fattore, e dividendo per 100, ſi ha 19 lir. 9 ſold.

$$2\ \frac{3239172726199355000716}{45298483200000000000000}$$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto eſatto per l'ottavo fattore, e dividendo per 100 naſce il nuovo prodotto 2 lir. 12 ſold.

$$0\ \frac{63254753561404972742550615}{347892350976000000000000000}$$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per il nono fattore, e dividendo per 100, ſi ha 7 ſoldi

$$3\ \frac{312432325314428999820039355609417324895}{534362651099136000000000000000000000000}$$ danari.

Perchè dall'una parte i rotti cominciano a divenire intrattabili, e dall' altra il numeratore della frazione del precedente prodotto può, come ogn'un vede, ſenza alcun ſenſibile errore ſupporſi eguale a 312432325314429, nè la differenza di queſto numero dall' eſatto può far naſcere alcuna ſenſibile variazione nel reſtante del calcolo; quindi per non gettare inutilmente e fatica e tempo, in luogo dell' ultimo precedente prodotto prenderemo 7 ſoldi, $3\ \frac{312432325314429}{534362651099136}$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per il decimo fattore, e dividendo per 100, ſi ha il nuovo prodotto 1 ſoldo

$$0\ \frac{14844669028329558352193909113}{16415620641765457920000000000}$$ danari.

Moltiplicando queſto prodotto per l' undecimo fattore, e dividendo per 100, ſi ha $1\ \frac{98600303295914045 6}{100857573224006973 4}$ danari.

Finalmente moltiplicando queſto prodotto per l'ultimo fattore, ſi ha l'ultimo prodotto $1\ \frac{2889103200702737490}{3681301422676254529 1}$ danari.

Annotazione I.

Secondo queſto calcolo le due quantità da pagarſi da Sempronio ſono, la prima 1 ſoldo o $\frac{14844}{16415}$ ecc. danari; la ſeconda 1 $\frac{2889}{36813}$ ecc. danari.

Dall' ultimo prodotto trovato col noſtro metodo ſi ſcorge ſubito che ſarebbe ſtato inutile il diminuire ciaſcheduno de' dodici ſattori diſettoſi di qualche ciſra decimale.

Annotazione II.

Gli eſempj che abbiamo apportati ne' Problemi della ſeconda Parte fanno abbaſtanza vedere la corriſpondenza che paſſa tra la pratica e la teoria che abbiamo eſpoſta nella prima Parte, la quale corriſpondenza ſe ſi ſcorge in ogni altro eſempio, ne' due recati ne' Problemi VII. e X ſi dà particolarmente a divedere; nel primo de' quali coll' aſſegnato metodo ſi è limitato l' ultimo prodotto ſino a quell' unico momento, al quale volevaſi eſſo limitare; e nel ſecondo dopo la moltiplicazione di tanti ſattori ſi è trovato quell' unico danaro, che contiene il prodotto eſatto. In più luoghi poi ſi è avvertito eſſere ſtato neceſſario ne' *diſettoſi* ſattori il numero de' decimali determinato dalle noſtre equazioni per limitare l' ultimo prodotto a quel preciſo diſetto, che ſi deſidera.

Perchè però l' induzione cavata da' noſtri eſempj non forma una regola generale, perciò conviene che togliamo di mezzo quelle difficoltà, che nella pratica della noſtra teoria potrebbono occorrere. Ed in primo luogo la difficoltà che potrebbe naſcere dalla differenza che paſſa tra le cifre *ſicure* ed *eſatte* de' prodotti (Annot. III. n.° 11 Par. II.) ſi toglierà, ogni qual volta il Problema eſiga tanta delicatezza, col mezzo del Coroll. della Prop. VII. Par. I. L' eccezione poi, che a queſto Corollario abbiamo fatta nella ſeguente Annotazione, ſi toglierà parimente col mezzo della Prop. IV. Par. II. ed Annot. III n.° III.

La ſeconda difficoltà naſce da quanto ſi è detto nell' Annot. I. della ſteſſa Prop. IV. Par. II. riportato a ciò che ſi è notato nell' Annot. III. n.° II. Ma queſta difficoltà verrà parimenti levata nella riduzione che ſi farà delle decimali frazioni alle frazioni comuni. Imperocchè quanto rimarrà oltre le unità componenti quella frazione comune, alla quale ſi è voluto limitare l'ultimo prodotto, indicherà doverſi accreſcere d'una unità la medeſima comune frazione. Così nell' eſempio recato nella citata Annotazione I. riducendo la frazione 0.0195 a giorni ed ore; ſi trova 7 giorni, 2 ore, e rimane $\frac{82}{100}$ d'ora; la quale frazione indica doverſi accreſcere d'una unità le 2 ore. Per queſta ragione nell'ultimo prodotto del Prob. X. alla frazione de' danari ſi è ſoſtituito il danaro. Generalmente poi preſcindendo dall'accreſcimento, di cui abbiamo parlato nella Prop. IV. Par. II. ſarà ſempre vero, che il difettoſo prodotto trovato colle regole, che abbiamo date nella prima Parte, differirà dal prodotto eſatto meno di una di quelle parti, o unità che formano, e compongono l'ultima frazione comune, alla quale ſi è voluto limitare il medeſimo difettoſo prodotto.

Con ciò credo, ſe non erro, di avere ſoddisfatto generalmente al propoſto Problema „ Suppoſto che debbanſi moltiplicare tra loro alcuni fattori difettoſi in qualunque numero, determinare il preciſo numero di caratteri decimali, che a ciaſcheduno de' medeſimi deveſi aſſegnare, acciocchè l'ultimo prodotto ſi trovi limitato a quel preciſo difetto, nè più nè meno, che ſi deſidera.

APPENDICE.

Abbiamo negli addotti eſempj fatta per diſteſo la moltiplicazione de' numeri *decimali* per dare più chiaramente a divedere la corriſpondenza della pratica coll' eſpoſta teoria. Per altro, come abbiamo avvertito nell' Annot. V. al Coroll. VIII. della Prop. VI. Par. I., la medeſima moltiplicazione ſi può accorciare di molto nella ſeguente maniera.

I. S' inverta l' ordine delle cifre di tutti i fattori eccettuatone uno. Così a cagion d' eſempio ſe i fattori ſaranno due, e ſi dovrà moltiplicare 34.82638 per 85; s' inverta il ſecondo ſcrivendolo così 58. In ſeguito queſto ſi collochi ſotto il primo in maniera, che la cifra 5 della unità ſi trovi ſotto una cifra decimale inferiore di due gradi almeno a quella che ſi vuol ritenere nel prodotto, avvertendo che ogni qual volta nel primo fattore non vi foſſe un numero ſufficiente di caratteri decimali, queſto deeſi ſupplire col mezzo di zeri aggiunti. Così nell' addotto eſempio, ſe ſi vorranno nel prodotto ritenere tre caratteri decimali, ſi ſcriverà il ſecondo fattore ſotto il primo nel ſeguente modo.

$$\begin{array}{r} 34.826380 \\ 58 \end{array}$$

II. La moltiplicazione di ciaſcheduna cifra del moltiplicatore ſi comincierà per la cifra del moltiplicando, che le ſta immediatamente ſopra, ſenza avere alcun riguardo a quelle, che nello ſteſſo moltiplicando vengono in ſeguito a diritta. Così la cifra 5 del moltiplicatore 58 ſi comincierà a moltiplicare per l' 8 che le ſta ſopra, ſprezzato il zero.

III. Tutti i particolari prodotti, che naſcono dalla moltiplicazione di ciaſcheduna cifra del moltiplicatore, ſi ſcriveranno l' uno ſotto l' altro in maniera che la prima cifra alla deſtra di ciaſcheduno ſi trovi ſotto la prima cifra del primo.

IV. Se i fattori decimali ſaranno molti, ſi oſſerverà nella loro moltiplicazione quanto ſi è detto nei n.^{i} II. e III., e nel prodotto ſi renderanno col ſolito punto decimali tanti caratteri, quanti ha il moltiplicando $+ 1$, e queſto numero ſi diminuirà di tante cifre, quante ſono quelle, che formano la parte intera del moltiplicatore. Così dovendo moltiplicare il fattore a per il fattore b, ſe quello avrà cifre decimali n.° p; e queſto avrà cifre *intere* numero n; il numero de' caratteri decimali da aſſegnarſi al prodotto $a \times b$ dovrà eſſere $p + 1 - n$.

Ecco l' applicazione di queſto accorciamento a ciaſcheduno de' Problemi della ſeconda parte.

I.

```
          34.826380
                 58
          ---------
          278611040
           17413190
          ---------
Prodotto  2960.242|30
```

II.

```
          40.29160
             522.3
          --------
          12087480
            805832
             80582
             20145
          --------
Prodotto  129.940|39
```

III.

```
          34.4208330
               5.054
          ----------
          1376833320
           172104165
                   0
             1721040
          ----------
Prodotto  15506.585|25
```

IV.

```
            2.3 1 9 4 4 0
                5 2 5.4 4
          ---------------
            9 2 7 7 7 6 0
              9 2 7 7 7 6
              1 1 5 9 7 0
                  4 6 3 8
                  1 1 5 5
          ---------------
          1 0 3.2 7 2|9 9
Prodotto  1 0 3.2 7 3
```

V.

```
          1 2.5 2 9 1 6 6 6
          1 1 6 8 4 5.0 5 1
          -----------------
          1 2 5 2 9 1 6 6 6
            6 2 6 4 5 8 3 0
                6 2 6 4 5 5
                  5 0 1 1 6
                  1 0 0 1 6
                      7 5 0
                        1 2
          -----------------
Prodotto  1 8 8 6.2 4 8|4 6
```

VI.

```
          1 3 0.6 4 5 2 5 4
          5 5 5 0 8 6 3.7 1
          -----------------
          1 3 0 6 4 5 2 5 4
            9 1 4 5 1 6 7 5
              3 9 1 9 3 5 6
                7 8 3 8 7 0
                1 0 4 5 1 2
                      6 5 0
                        6 5
                          5
          -----------------
          2 2 6 9.0 5 3|8 7
Prodotto  2 2 6 9.0 5 4
```

Lo ſteſſo prodotto ſi ha moltiplicando gli altri due fattori 17.36805555, e 130.6452546 del medeſimo Problema.

E moltiplicando i ſattori 130.64525462; e 17.368055555 dello ſteſſo Problema, ſi ha il ſeguente prodotto.

```
          1 3 0.6 4 5 2 5 4 6 2
          5 5 5 5 0 8 6 3.7 1
        -----------------------
          1 3 0 6 4 5 2 5 4 6 2
            9 1 4 5 1 6 7 8 2 2
              3 9 1 9 3 5 7 6 2
                7 8 3 8 7 1 5 0
                1 0 4 5 1 6 1 6
                      6 5 3 2 0
                          6 5 0
                            6 5
                              5
        -----------------------
          2 2 6 9.0 5 4 0 3|8 2
Prodotto  2 2 6 9.0 5 4 0 4
```

VII.

```
            1 3 0.0 2 3 4 3 7 5
              2 2 7 4 8 2 1 6.9
          ---------------------
          1 1 7 0 2 1 0 9 3 7 5
              7 8 0 1 4 0 6 2 2
                1 3 0 0 2 3 4 3
                  2 6 0 0 4 6 8
                  1 0 4 0 1 8 4
                      5 2 0 0 8
                        9 1 0 0
                          2 6 0
                            2 6
          ---------------------
Prodotto  1 2 4 9.8 9 5 4|3 8 6
```

Nello ſteſſo Problema moltiplicando gli altri due fattori ſi ha il prodotto come ſegue.

130.02343750

2222748216.9

117021093750

7801406250

130023437

26004686

10401872

520092

91014

2600

260

26

2

1249.8954398|9

Prodotto 1249.895439 9

VIII.

3·381944444

33333333·3

1014583332

101458332

10145832

1014582

101457

10143

1014

99

9

1. Prodotto 11.27314800|0

33333385.2

225462960|0

56365740

9018512

338193

33819

3381

```
                              3 3 6
                                3 3
                                  3
                -------------------
2.° Prodotto      2 9.1 2 2 2 9 7 7
                  6 6 6 1 9 2 3.0 5
                -------------------
                1 4 5 6 1 1 4 8 8 5
                      8 7 3 6 6 8 7
                        5 8 2 4 4 4
                        2 6 2 0 9 8
                            2 9 1 2
                            1 7 4 6
                              1 7 4
                                1 2
                -------------------
                1 4 6 5.7 0 0|8 5 8
Ult.° Prodotto  1 4 6 5.7 0 1
```

IX.

```
3 0 5 0 0.3 2 9 1 6 6 6
            5 7 8 2 5 0.
-----------------------
                      0
1 5 2 5 0 1 6 4 5 8 3 0
    6 1 0 0 0 6 5 8 3 2
    2 4 4 0 0 2 6 3 2 8
      2 1 3 5 0 2 3 0 3
        1 5 2 5 0 1 6 0
-----------------------
1 6 1 2.7 0 4 9 0 4 5 3
  8 7 1 9 1 2 8 0 8.0 1
-----------------------
1 6 1 2 7 0 4 9 0 4 5 3
  1 2 9 0 1 6 3 9 2 3 2
      1 2 9 0 1 6 3 9 2
          3 2 2 5 4 0 8
            1 6 1 2 7 0
            1 4 5 1 4 3
                1 6 1 2
                1 1 2 7
                  1 2 8
```

```
              17430.4680765
             3333338072330.
             ______________
                          0
                52291404228
                 3486093614
                 1220132760
                   13944368
                     522912
                      52290
                       5229
                        522
                         51
                          3
             ______________
              570.121559770
              50254974502.7
             ______________
              570.121559770
              50254974502.7
             ______________
              3990858918390
               114024311954
                 2850607795
                  228048620
                   39908505
                    5131089
                     228048
                      28505
                       1140
                         25
             ______________
Ult.° Prod.°  4107.999184071
```

X.

```
             158205.5291666
             3333333807401.
             ______________
              1582055291666
                63282211664
                11074387037
                  126564416
```

```
        4746165
         474615
          47460
           4746
            474
             45
              3
 --------------
 16565.43728291
              6
 --------------
 99392.62369746
  9999947349901.
 --------------
 99392.62369746
   894533613273
    89453361321
     3975704944
      298177869
       69574834
        3975704
         894528
          89451
           8937
            891
             81
 --------------
10927.597771579
  8994739044511.
 --------------
 10927597771579
  1092759777157
   546379888575
    43710391084
     4371039108
       98348373
        3278277
         764925
          43708
           9828
            981
             80
```

```
---------------------------
1 2 6 1.4 6 2 1 3 1 3 6 7 5
  7 4 7 3 4 8 9 2 1 2 1 2 1
---------------------------
1 2 6 1.4 9 2 1 3 1 3 6 7 5
  7 4 7 3 4 8 9 2 1 2 1 2 1.
---------------------------
1 2 6 1 4 9 2 1 3 1 3 6 7 5
  2 5 2 2 9 8 4 2 6 2 7 3 4
    1 2 6 1 4 9 2 1 3 1 3 6
      2 5 2 2 9 8 4 2 6 2 6
        1 2 6 1 4 9 2 1 3 1
          2 5 2 2 9 8 4 2 6
          1 1 3 5 3 4 2 8 9
            1 0 0 9 1 9 3 6
                5 0 4 5 9 6
                  3 7 8 4 2
                    8 8 2 7
                      5 0 4
                        8 4
---------------------------
1 5 2.9 0 9 2 2 6 0 0 8 0 6
  4 3 9 5 3 3 6 3 7 2 7 2 1.
---------------------------
1 5 2.9 0 9 2 2 6 0 0 8 0 6
  3 0 5 8 1 8 4 5 2 0 1 6 0
  1 0 7 0 3 6 4 5 8 2 0 5 6
      3 0 5 8 1 8 4 5 2 0 0
      1 0 7 0 3 6 4 5 8 2 0
          4 5 8 7 2 7 6 7 8
            9 1 7 4 5 5 3 2
              4 5 8 7 2 7 6
                4 5 8 7 2 7
                  7 6 4 5 0
                  1 3 7 6 1
                      4 5 6
                        6 0
---------------------------
1 9.4 6 1 3 1 2 8 0 3 9 8 2
    3 7 2 5 1 3 7 3 6 3 3 1
---------------------------
1 9 4 6 1 3 1 2 8 0 3 9 8 2
  5 8 3 8 3 9 3 8 4 1 1 9 4
    5 8 3 8 3 9 3 8 4 1 1 7
```

```
       1 1 6 7 6 7 8 7 6 8 1 8
           5 8 3 8 3 9 3 8 4 0
           1 3 6 2 2 9 1 8 9 6
               5 8 3 8 3 9 3 6
                 1 9 4 6 1 3 1
                   9 7 3 0 6 5
                     3 8 9 2 2
                     1 3 6 2 2
                         5 8 2
   ---------------------------
   2.6 0 0 7 5 7 5 9 4 7 1 0 5
     6 6 3 0 1 8 1 9 1 3 0 4 1
   ---------------------------
   2.6 0 0 7 5 7 5 9 4 8 1 0 5
   1 0 4 0 3 0 3 0 3 7 9 2 4 0
         7 8 0 2 2 7 2 7 8 4 4
           2 6 0 0 7 5 7 5 9 4
           2 3 4 0 6 8 1 8 3 1
               2 6 0 0 7 5 7 5
               2 0 8 0 6 0 5 6
                   2 6 0 0 7 5
                         7 8 0 0
                       1 5 6 0
                         1 5 6
   ---------------------------
  .3 6 4 9 3 6 1 7 5 6 7 8 3 6
     4 8 8 0 0 4 1 5 3 3 7 4 1
   ---------------------------
   3 6 4 9 3 6 1 7 5 6 7 8 3 6
   1 4 5 9 7 4 4 7 0 2 7 1 3 2
     2 5 5 4 5 5 3 2 2 9 7 4 6
       1 0 9 4 8 0 8 5 2 7 0 1
         1 0 9 4 8 0 8 5 2 6 8
           1 8 2 4 6 8 0 8 7 5
               3 6 4 9 3 6 1 7
               1 4 5 9 7 4 4 4
                     2 9 1 9 2
                       2 9 1 2
                         1 4 4
 -----------------------------
 .0 5 3 7 6 7 9 2 2 5 6 6 8 6 7
     8 2 9 0 7 8 8 1 0 7 4 5 1.
```

```
             0 5 3 7 6 7 9 2 2 5 6 6 8 6 7
               2 6 8 8 3 9 6 1 2 8 3 4 3 0
                 2 1 5 0 7 1 6 9 0 2 6 7 2
                   3 7 6 3 7 5 4 5 7 9 6 2
                         5 3 7 6 7 9 2 2 5
                         4 3 0 1 4 3 3 7 6
                           4 8 3 9 1 1 2 8
                             3 7 6 3 7 5 3
                                 4 8 3 8 4
                                   1 0 7 4
                                     4 2 4
            -------------------------------
            .0 8 3 1 7 9 9 9 6 2 3 8 2 9 5
                 0 2 5 4 9 7 4 5 0 2 5 4 5.
            -------------------------------
             4 0 5 8 9 9 9 8 1 1 9 1 4 7 5
               3 3 2 7 1 9 9 8 4 9 5 3 1 6
                 4 1 5 8 9 9 9 8 1 1 9 1 0
                   1 6 6 3 5 9 9 9 2 4 7 6
                       4 0 5 8 9 9 9 8 1 0
                         3 3 2 7 1 9 9 8 4
                           5 8 2 2 5 9 9 3
                             7 3 8 6 1 9 1
                               3 3 2 7 1 6
                                 4 1 5 8 5
                                   1 6 6 2
          ---------------------------------
Ul.° Pr.° .0 4 4 3 5 0 1 7 9 9 2 0 9 1 1 8
```

DELLA COSTRUZIONE

D'UN TERMOMETRO AD INDICE.

Del P. GIOVAMBATISTA da S. Martino.

IN un ſecolo di diſcuſſione, e di analiſi, quale è il noſtro, ove il corſo rapido delle idee non è più trattenuto dagli oſtacoli, che l'ignoranza vi ſolea opporre; quando la meditazione, ed il travaglio non ceſſano di perfezionare ogni coſa; mentre il tutto progrediſce con la maggiore energia; ed allorchè ſotto a' noſtri occhj medeſimi le diſcipline, le ſcienze, le manifatture, le arti van percorrendo una carriera immenſa; in un ſecolo, io dico, di tanta efferveſcenza, e di luce, ove ogni coſa tende, e par che ſia giunta al ſublime, non ſi ſa poi concepire, come il Termometro, quell' iſtrumento sì eſſenziale ai progreſſi delle noſtre cognizioni, e che tiene il più intimo rapporto co' biſogni dell'uomo, quaſi che sfuggito ei foſſe all'attenzione dei Fiſici, non ſieſi giammai allontanato di un paſſo dalla ſemplice ſua coſtruzione primiera. In fatti da *Drebbellio*, che fu il ſuo primo inventore, fino a' noſtri bei giorni, niun cambiamento è ſtato mai praticato intorno alla ſua montatura; l'unico arneſe, di cui ha fatto mai ſempre comparſa, fu quello di una ſemplice palla ſoffiata all'eſtremità di un cannello; le attenzioni ſteſſe più ſerie dell'*Accademia del Cimento*, d'un *Amontons*, d'un *Bernulli*, d'un *Fahrenheyt*, d'un *Cavendiſh*, d'un *Kraſt*, d'un *Reaumur*, d'un *de Luc*, d'un *Lorgna* furono unicamente dirette a renderne più eſatte le indicazioni, ſenza averne punto variata la forma eſteriore: ſicchè quel medeſimo triviale aſpetto, ch'ei preſentava due ſecoli fa, lo ha coſtantemente ritenuto, e con pochiſſima variazione tuttavia lo conſerva. Furono, egli è vero, progettati di tempo in tempo, ed anche eſeguiti varj altri Termometri diverſamente modellati; come quelli a diaccio, a mattone, a teſtuggine; ma poichè non giunſero mai ad eſſere nè autenticati dall'uſo, nè avvalorati dai ſuffragi del Pubblico, baſterà perciò averli nominati, ſenza prenderci la briga di metterli a calcolo.

Non ſarà quindi, mi luſingo, diſcaro agli amatori delle fiſiche produzioni, ſe porgo loro la deſcrizione d'un Termometro a mercurio, in tutt'altra guiſa coſtruito dagli uſuali, e comuni; il quale, mediante un indice, che dee girare ſul proprio aſſe, viene indicando i gradi della varia temperatura notati alla circonferenza di un quadrante. Egli è più di due luſtri, dacchè avendo coſtruito ad indice il mio Igrometro con tunica villoſa, cercava di dare anche al Termometro una montatura analoga. Le molte, e varie difficoltà, che m'inſorſero, furono il motivo, che ne abbandonaſſi per allora l'idea: ed ora ſenza punto ricercarla, mi ſi è offerta ſpontaneamente al penſiere. Niuno meglio di me conoſce la piccolezza di queſto ritrovato; eſſo non merita per verun conto di eſſere annoverato nella ſerie di quelle luminoſe ſcoperte, che fanno onore all'umanità; non ſi tratta, che di variare unicamente il meccaniſmo ad uno ſtrumento, il quale già prima eſiſteva. Pure il meccaniſmo è nuovo tra noi, e lo è altresì, per quanto io mi ſappia, anche altrove; e tutte le coſe nuove hanno il vantaggio di eſſere accolte con gradimento, e con piacere. Io ſon certo altresì, che quando ſarò giunto a ſpiegare il mio diſegno, ſembrerà eſſo men degno di riputazione, e di ſtima; ma un pregiudizio egli è queſto comune a tutte quelle verità, le quali ci ſi preſentano in tutta la loro naturale ſchiettezza. Quando ſiam giunti a comprenderle, noi rimanghiamo ſtorditi, che per tanto tempo ſe ne ſieno rimaſte avviluppate, e ſepolte, ſenza preſentarſi alla mente degli uomini. Enuncierò dunque in brievi termini la mia idea; darò una ſpiegazione ſuccinta del nuovo Termometro ad indice; inſegnerò la maniera di coſtruirlo; e preverrò in fine alcune obbiezioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla ſua montatura.

La figura prima della Tavola anneſſa rappreſenta il novello ſtrumento oſſervato di proſpetto. Egli è coſtruito ſulla forma di una teca rotonda, lavorata nel ſuo contorno a cornici, a indorature, a intagli, come meglio può piacere

al

al guſto particolare di ciaſcuno. Si erge la teca, ed è ſoſtenuta dal ſuo piedeſtallo, travagliato eſſo pure con que' lavori, che ad altri vanno meglio a grado. In fine un criſtallo conveſſo al di fuori, ſimile nella forma a quelli degli oriuoli da taſca, cuopre la ſuperficie del quadrante, e dà compimento al lavoro. La figura ſeconda mette ſott' occhio il Termometro ſteſſo, ma veduto in profilo. Qui facilmente ſi ſcuopre il meccaniſmo, che dee dar moto all' indice, onde abbia a marcare i gradi della varia temperatura. Quindi *ABCDEF* è una caraffina di vetro piena di mercurio, il quale dilatandoſi, o reſtringendoſi, ſecondo i varj gradi del caldo, o del freddo, fa alzare, od abbaſſare il galleggiante *D*, che poggia alla ſuperficie del mercurio ſteſſo. Conſiſte queſto galleggiante in un tubettino di vetro, contenente alcune goccie di mercurio, e può giungere a peſo di dieci, o dodici grani. Si ſoſpende ad un filo avvolto per l' altro capo attorno alla girella *H*; e vien poi ſormontato dal contrappeſo *G*, di cinque, o ſei grani, pendente eſſo pure da un filo accomandato alla girella ſteſſa. Sicchè quando il mercurio creſce, e ſi dilata pel calore, eſſo porta in alto il galleggiante, ed allora il contrappeſo fa girar l' indice a deſtra; per l' oppoſto allorchè, mediante il freddo, il mercurio ſi reſtringe, e diſcende, con eſſo diſcende pure il galleggiante, il quale vincendo la reſiſtenza del contrappeſo, fa girar l' indice a ſiniſtra. Queſto in brievi termini è tutto l' artificio della nuova montatura, che per verità non può eſſer nè più ſemplice, nè più naturale. Ma affinchè il fiſico eſecutore ſia in grado di coſtruire ogni coſa a dovere, ſi rendon neceſſarie alcune preliminari avvertenze.

Uno de' punti eſſenziali è quello di proporzionare in guiſa le dimenſioni, che quando ſia compiuto il Termometro, l' indice non debba fare più di una ſola rivoluzione. Ella è coſa troppo evidente, che ſe l' indice oltrepaſſaſſe queſti limiti, ſi renderebbero ambigue le ſue indicazioni, ed i termini eſtremi del freddo, e del caldo verrebbero a confonderſi inſieme. Non è però neceſſario, che l' iſtrumento abbia ad eſprimere quel numero di gradi, che comunemente ſi oſſervano ne' Termometri ordinarj, cominciando da parecchi gradi al di ſotto del ghiaccio, fino all' acqua bollente. Baſta, che il noſtro Termometro ſegni i ſoli gradi di calore, di cui ne' noſtri climi è ſuſcettibile l'atmosfera, il che parlando di un Termometro, il quale dee rimaner ſedentario entro ad una ſtanza, ſi riduce tutto al più a gradi 40 di *Reaumur*, cioè dai gradi dieci, o circa ſotto allo zero, ſino ai gradi 30 ſuperiori: e con queſto mezzo l'iſtrumento ſi rende anche vie più ſenſibile; per la ragione, che quanto è minore il numero de' gradi notati alla circonferenza di un quadrante, tanto più ampia rieſce l'eſtenſione di ciaſcun grado. Ora tutta l'arte conſiſte nel far sì, che la circonferenza della girella *H* ſia uguale alla diſtanza, che dee percorrere il mercurio nello ſcendere, e ſalire lungo il collo della caraffina, per la diminuzione, e per l'aumento di 40 gradi di calore. Suppongaſi perciò, che la detta girella abbia ſei linee del piede di Parigi di circonferenza. Imperciocchè quantunque una tale dimenſione ſia affatto arbitraria, pure atteſe tutte le circoſtanze troveremo eſſer deſſa la più conveniente. Ciò ſuppoſto, egli è neceſſario, che anche il mercurio della caraffina, paſſando dalla temperatura di gradi dieci ſotto allo zero, fino ai gradi 30 ſuperiori, che in tutti fanno la ſumma di gradi 40, non ſi aumenti, nè s' innalzi più di ſei linee, lungo il collo della caraffina. In tal maniera uguali eſſendo e la circonferenza della girella, e la ſalita del mercurio, l'indice conſeguentemente non farà che una ſola rivoluzione attorno al proprio aſſe, ed ogni coſa andrà a dovere. Ora per conſeguire la fin qui richieſta proporzione due coſe ſi rendon neceſſarie; la prima è quella d'indagare di quanto ſi aumenti il volume del mercurio fra due punti cogniti di calore; la ſeconda di ſtabilire quel rapporto tra la capacità del ventre della caraffina, e la capacità del ſuo collo, che a norma del conoſciuto aumento, di cui è capace il mercurio, determini la ſalita di ſei linee.

Il celebre, ed illuſtre Sig. Cav. *Lorgna*, che a titolo di onore, e di gratitudine io nomino, decoro già, ed ornamento della noſtra Italia, uomo inſigne nelle fiſiche, e nelle matematiche diſcipline, Inſtitutore, ed attual Preſidente della *Società Nazionale*; il Sig. *Anton-Mario Lorgna*, io dico, con numero ben grande di eſperimenti, che a tutta ragione io chiamo *originali*, e *primitivi*, ha ritrovato, che dal punto del ghiaccio, che comincia a diſcioglierſi, fino al punto dell'acqua, che bolle, ſotto a' pollici 27:6 del Barometro, il volume del mercurio ſi dilata da 10000 fino a $10159 \frac{55237}{360000}$. Dietro una ſcorta sì giudizioſa, ed eſatta, fin dall'anno 1789 ho io pure iſtituita una ſerie di molte oſſervazioni, che eſpoſi nell'*Articolo intorno alla maniera di correggere il Barometro* inſerito nel Tomo ſecondo delle mie Opere. Da queſte ſperienze mi riſultò, che il volume del mercurio al punto del ghiaccio, che ſi fonde, ſta al volume del medeſimo mercurio al grado dell'acqua bollente, nel tempo in cui il Barometro ſegna pollici 28, come 10000 a $10159 \frac{167}{1000}$. Ma poſciachè per l'oggetto qui contemplato non ſi ricerca un'eſattezza sì minuta; perciò, traſcurando i rotti, poſſiamo a tutta ſicurezza, e ſenza ſenſibile errore computare il detto aumento di $\frac{16}{1000}$: di maniera che ſe allo zero di Reaumur il volume del mercurio è come 1000, ei diviene proſſimamente come 1016 al grado dell'acqua bollente. Ora eſſendo l'aumento del mercurio proporzionale ai gradi del calore, almeno fino a un certo punto; ne ſiegue, che ſe gradi 80 di calore aumentano il ſuo volume di $\frac{16}{1000}$; gradi 40 dovranno aumentarlo di $\frac{8}{1000}$, ſecondo la ſeguente analogia $80 : \frac{16}{1000} = 40 : \frac{8}{1000}$. Perciò poſto il volume del mercurio a gradi dieci ſotto il ghiaccio, come 1000; ei diverrà come 1008 ai gradi 30 ſuperiori.

Conoſciuto l'aumento, di cui è capace il mercurio pel calore di 40 gradi, nulla più ci reſta, che a ſcegliere la caraffina *ABF* della fig. 2. la quale ſia di tal calibro, che la capacità del ſuo ventre *AB* ſia alla capacità di ſei linee longitudinali del ſuo collo, cioè, da *C* fino ad *E*, nel già indicato rapporto di 1000 ad 8. A tale effetto ſtabiliſcaſi primieramente il diametro dello ſteſſo collo di linee due di

Parigi: larghezza, che io giudico la più opportuna, ſul rifleſſo, che ſe il detto collo foſſe notabilmente più ampio, la ſalita del mercurio ſarebbe poco ſenſibile, e per renderla tale, converrebbe accreſcere in foggia enorme il corpo della caraffina; e ſe pel contrario il collo foſſe molto più riſtretto, ſervirebbe d'impedimento al galleggiante, il quale dee giuocare liberamente ſu e giù, ſenza urtare nelle pareti. In quanto alla ſua lunghezza, baſta che ſia di un pollice, o circa. Quando ſieſi così ſtabilito il diametro del collo, noi giugneremo toſto a conſeguire la deſiata reciproca proporzione, come 8 a 1000 ſe il corpo della caraffina avrà dieci linee di diametro, e linee 30 di altezza. Imperciocchè eſſendo le capacità de' tubi in ragione compoſta delle baſi, e delle altezze, e le baſi eſſendo come i quadrati de' diametri; perciò due linee di diametro ſopra ſei linee di altezza daranno pel collo della caraffina la capacità di linee cubiche $18 \frac{84}{100}$. Così pure linee dieci di diametro ſopra 30 linee di altezza daranno la capacità di 2355 linee cubiche pel corpo della caraffina; la proporzione delle quali capacità è preciſamente, come 8 a 1000, ſecondo la ſeguente formula $8 : 1000 = 18 \frac{84}{100} : x = 2355$. Il che è appunto quello, che da noi ſi andava rintracciando.

La difficoltà di rinvenire un recipiente di una tal proporzione, e di un tal calibro non è tale, che abbia a ſgomentar l'animo di chi che ſia. Primieramente non è neceſſario, che tai rapporti ſieno preſi a tutto rigore di calcolo: baſta averli per approſſimazione. Che ſe di ſiffatte caraffine non foſſe poſſibile averne alle fornaci; ſi può ſupplire col prendere un cilindro del diametro della caraffina ſopra indicata, e alla fiamma della lampada inneſtarvi un cannello del diametro di due linee, che ſuppliſca le veci del collo. Potremmo anche ſervirci di un tubo da Barometro della lunghezza di pollici 63 o poco più, chiuſo da una parte, ripiegato più volte ſopra ſe ſteſſo, perchè occupi minore ſpazio, con l'avvertenza, che alla diſtanza di un pollice dalla eſtremità aperta prenda una direzione verticale per ricevere il galleggiante alla ſuperſicie del mercurio. In tal guiſa, occupando il mercurio alla temperatura di gradi dieci ſotto allo zero pollici $62\frac{1}{2}$, che fanno linee 750; allorchè il calore verrà ad aumentarſi di 40 gradi, il mercurio ſalirà ad occupare altre ſei linee, perchè $1000:8=750:6$ e noi otterremo anche per queſta via la richieſta proporzione. In ogni caſo ſi potrebbe anche all'eſtremità di un cannello da Barometro, ſempre del diametro di due linee, ſoffiare una palla; la quale perchè ſerbaſſe la neceſſaria proporzione, converrebbe che aveſſe linee $16\frac{1}{2}$ per un di preſſo di diametro. Allora la ſua capacità ſarebbe di 2348 linee cubiche; ed il ſuo rapporto con la capacità di ſei linee del cannello ſarebbe come $997\frac{207}{471}$ ad 8 cioè meno di tre linee di differenza della eſatta proporzione; il che è coſa affatto traſcurabile. Contuttociò, non convien diſſimularlo, i recipienti di figura sferica ſono i meno opportuni di quelli di tutt'altra forma per l'uſo qui ricercato. Imperciocchè il mercurio, che ſi trova al centro della palla, richiede più tempo per metterſi in equilibrio con la temperatura dell'aria, e l'iſtrumento rieſce conſeguentemente più tardo nelle ſue indicazioni.

Ognun ſa, che per la coſtruzione de' Termometri di qualunque maniera il mercurio merita la preferenza ſopra qualunque altro liquore, che poteſſe impiegarſi. 1. Perchè il mercurio, ben purgato che ſia, non ſi attacca sì facilmente alle pareti de' tubi; 2. perchè la ſua dilatazione è proporzionale ai gradi del calore, almeno fino al punto dell' acqua bollente; 3. perchè eſſendo ottimo conduttore del calore, ſi riſcalda, e ſi raffredda più prontamente di qualunque altro fluido; 4. perchè reſiſte ſenza congelarſi ai freddi anche ſtraordinarj de' noſtri climi, ed è ſuſcettibile di un maſſimo calore prima di bollire. Oltre a tutte queſte ragioni, il Termometro ad indice richiede di eſſere coſtruito a mercurio per un altro rifleſſo, cioè, perchè dovendo neceſſariamente rimanere aperto l'orificio *F* della caraffina, ogni altro liquore verrebbe ben preſto a ſvaporare, e l'iſtrumento perderebbe così ogni ſuo pregio. Egli è neceſſario altresì purgare il mercurio da tutte le parti eterogenee, e farlo bollire entro la caraffina ſteſſa per renderlo eſente da ogni particella di aria.

I calcoli, che più ſopra ho rapportati intorno alla capacità relativa tra il collo ed il ventre della caraffina, servono ſoltanto per ragguagliare in qualche guiſa la ſalita del mercurio con la circonferenza della girella, onde l'indice non abbia a compiere che una ſola evoluzione attorno al proprio aſſe. Ma tutte queſte attenzioni non baſtano, perchè l'iſtrumento ſegni con preciſione i gradi dell'attuale temperatura. A tale oggetto è neceſſario graduarlo, ſecondo la maniera ſolita a praticarſi cogli altri Termometri ordinarj, cioè, ſegnando in eſſo due termini, i quali ſervano di norma alla ſua graduazione. Siccome però, dopo di avere alleſtito l'iſtrumento, ſarebbe coſa troppo imbarazzante quella di dovere immergere la caraffina entro al ghiaccio, ed all'acqua riſcaldata, per fiſſarne i due punti normali; atteſochè la montatura ſteſſa ſervirebbe d'impedimento per operar comodamente; perciò in pratica ſarà coſa più facile il ſervirſi di una piccola ſtufa. Entro a queſta ſi chiude il Termometro ad indice, che ſi vuol graduare, unitamente ad un altro Termometro ordinario a mercurio, diviſo ſecondo la graduazione di *Reaumur*, oppur anche ſecondo quella di *Fahrenheyt*, ſe così piace. Indi col mezzo del ghiaccio ſi riduce la ſtufa ad una temperatura delle più fredde, come ſarebbe al termine del ghiaccio, oppure ai gradi 5 al di ſopra: dacchè non è punto neceſſario cominciare dal termine de' gradi dieci inferiori. Vi ſi laſciano gli ſtrumenti pel tratto almeno di mezz'ora; ed oſſervando poſcia il grado marcato dal Termometro ſemplice, ſi fa un punto, ove l'indice dell'altro ſe ne reſta immobile. In ſeguito ſi riſcalda la ſtufa medeſima fino ai gradi 25, o 30 ſopra il diaccio, vi ſi collocano di nuovo i due Termometri, e dopo un eguale ſpazio di tempo, ſi nota nella circonferenza del quadrante l'altro punto ſuperiore, dividendo in fine la diſtanza fra queſti due termini in tanti gradi, quanti ſaranno ſtati indicati dal Termometro ſemplice; e così rimane graduato l'iſtrumento.

Quantunque la ragione, e l'eſperienza ſi uniſcano di concerto a perſuaderci dell'ottima riuſcita del nuovo Termometro, pure io non dovea laſciarmi sfuggire alcune obbiezioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla ſua coſtruzione, ed al ſuo meccaniſmo. La prima fra queſte obbiezioni, che ci ſi offra al penſiere, è quella dell' attrito, il quale può ſervire di oſtacolo alla pronta e libera rivoluzione dell' indice. Queſta è quella oppoſizione medeſima, che altre volte fu fatta al Barometro del Signor *Hook*, coſtruito eſſo pure ad indice; ſenza per altro, che le appoſte difficoltà abbiano potuto impedire la rapida propagazione del medeſimo ſtrumento per tutta l' Europa. Contuttociò non ſi niega il fatto; nè convien diſſimulare queſta ſpecie di ritardo, cui poſſono andar ſoggette tutte le macchine di queſto genere. Ovunque vi ſia contatto, vi dee eſſere neceſſariamente anche attrito. Non per tanto ho l' onore di far rimarcare, che diminuendoſi l' attrito in ragione diretta alla minorazione delle ſuperficie, e delle maſſe; ſe ſi avrà l' attenzione, che l' indice, il perno, il filo, e tutto il reſtante ſieno ridotti alla poſſibile ſottigliezza, l' attrito diverrà tanto piccola coſa, che non ſarà per verun modo calcolabile. L' oſſervazione coſtante ſerve di conferma, e di prova a quanto vengo ora dall' aſſerire. Egli è omai oltre a dieci meſi, dacchè io ho coſtruito, e tengo preſſo di me queſto novello Termometro, nè ceſſando di viſitarlo più volte al giorno, il trovo di una eſattezza tale, che ſicuramente non mi ſarei neppure immaginata. Egli è ſenſibiliſſimo alle più leggiere impreſſioni dell' atmosfera. Eſſendo poſto accanto ad un Termometro ſemplice a mercurio, il ſiegue d' un paſſo il più uniforme in tutte le ſue variazioni. Baſta poi toccar ſemplicemente con la polpa di un dito la caraffina del mercurio, perchè l' indice ſalga toſto a viſta d' occhio. Il ſolo reſpiro della bocca, diretto a quella parte, è ſufficiente a metterlo in movimento. Se entro alla mia ſtanza venga da cotal ſervo ad introdurſi o neve, o fuoco, o diaccio, o che che altro capace di variarne la temperatura, fra tutti i circoſtanti deſſo è ſempre il primo ad accorgerſene, e a darcene pronto avviſo. Che ſe per tutto queſto intervallo fu sì puntuale nell' eſeguimento delle ſue indicazioni, non v' ha ragione alcuna di temere, che tale non ſia per mantenerſi anche per lunga ſerie d' anni.

La ſeconda difficoltà, che potrebbe eſſer promoſſa, è quella del filo, cui è appeſo il galleggiante; il quale eſſendo ſuſcettibile di allungamento, e di contrazione, ſecondo la varia ſiccità, od umidità dell'aria, può indurre de' notabili ſconcerti nelle indicazioni dell'iſtrumento. A tutti queſti temuti ſconcerti io pongo opportuno riparo con una cautela, ch'è delle più ſemplici. Immergo il filo, prima di farne uſo, nell'olio di lino bollente, indi aſciugato, il faccio paſſare leggiermente per la cera; nè dopo queſta operazione il filo è più ſoggetto ad eſſere alterato. Per aſſicurarmene d'una maniera atta a conciliarſi la confidenza del pubblico, preſi uno di queſti fili della lunghezza di 20 piedi, gli praticai il ſurriferito artificio, ed avendolo in ſeguito fatto paſſare da un grado di maſſima ſiccità fino a quello della umidità eſtrema col tenerlo immerſo nell'acqua per dodici ore continue, non diede il minimo ſegno di accorciamento: dovechè un altro filo di egual lunghezza, ſenza queſto apparecchio, ſi raccorciò di quindici linee. Queſta è una di quelle prove parlanti, la quale val più di quanti mai poſſano recarſi ragionamenti in contrario.

La neceſſità di dover tenere aperto l'orificio della caraffina contenente il mercurio può dar motivo ad una terza oppoſizione. Il mercurio ne' termometri ordinarj, che ſogliono eſſer chiuſi al di ſopra, quando viene a dilatarſi pel calore, dee vincere nel ſalire la reſiſtenza del proprio peſo. Nel Termometro ad indice, che rimane aperto, oltre alla reſiſtenza del proprio peſo, incontra anche quella della colonna di aria, che vi gravita ſopra. E ſiccome la gravità dell'aria non è ſempre eguale in tutti i tempi, nè in tutti i luoghi, così il mercurio non trovando una reſiſtenza ſempre uniforme, dovrà eſſer vario, ed irregolare nella ſua dilatazione. A queſta ſpecioſa difficoltà io riſpondo, col riferire un'eſperienza, che mi ſembra dover eſſer deciſiva. Nel lungo mio, e continuato eſercizio di coſtruire de' Termometri ordinarj a mercurio, dopo che io gli avea chiuſi ermeticamente, e notati in eſſi i due termini fiſſi del ghiaccio, e dell'acqua bollente, tornava di nuovo ad aprirli, e ſtandoſene così aperti, gli facea nuovamente paſſare all'acqua bollente, e al ghiaccio. Non è riferibile il gran numero di volte, che io ho ripetuta queſta operazione, ove ho coſtantemente

mente rimarcato, che quando il mercurio era ben purgato dall'aria, eſſo indicava con la più ſcrupoloſa preciſione gli ſteſſi termini del ghiaccio, e dell'acqua bollente, tanto ſe il Termometro era chiuſo, quanto ſe era aperto. Il che prova evidentemente, che quando ſi abbia l'attenzione di ben purificare il mercurio dall'aria, non è punto neceſſario chiudere il Termometro alla ſua eſtremità ſuperiore.

Io ſo, che fino a queſt'ora ſi è ſempre creduto, e ſi continua tuttavia a credere, che per la eſattezza di queſti ſtrumenti ſia neceſſario il doverli chiudere: ma una tale opinione da altro non può eſſer derivata, ſe non ſe dal non aver fatto il dovuto rifleſſo al fluido, che s'impiega, ſe ſia elaſtico, o no. Per rimarcarne la differenza, dobbiam farci riſovvenire, che la forza eſpanſiva del calore è una delle più potenti, che ſi riſcontrino in natura. Se le ſoſtanze, che ne vengono dilatate, ſono prive di elaſticità, niente può reſiſtere all'impeto grandioſo della loro dilatazione. Eſſe rompono, ſquarciano, infrangono ogni coſa, ed il peſo dell'aria è meno di un atomo rimpetto alla forza energica di queſta eſpanſione. Non così avviene, allorchè i fluidi, che ſi riſcaldano, ſono compreſſibili, ed elaſtici. Queſti, dilatati dal calore, cedono fino a un dato termine agli oſtacoli, che incontrano in ragion combinata e della forza, che gli aumenta, e della reſiſtenza, che loro è oppoſta. Mille eſempj ne abbiamo di ciò ſotto gli occhi, ed un momento ſolo di rifleſſione è baſtante a farceli riſovvenire. Ecco dunque la ragione del gran divario rapporto alla coſtruzione de' Termometri. Se noi faceſſimo uſo di fluidi elaſtici, converrebbe neceſſariamente chiuderli al di ſopra; perchè cedendo eſſi alla preſſione dell'aria eſterna, non ſeguirebbero eſattamente la regolar dilatazione indotta dal calore. Ma finchè continueremo a ſervirci del mercurio, il quale non è punto compreſſibile, e finchè avremo l'attenzione di ben purgarlo dall' aria, potremo a talento laſciare aperto il tubo del Termometro, ſenza punto mancare alla ſua eſattezza, e ſenza temere verun ritardo dalla preſſione dell'aria. Non laſcieremo in fine di avvertire, che il purificare il mercurio dalla meſcolanza dell'aria, come più ſopra abbiamo accennato, è una delle cautele più eſſenziali; del che me ne ſono convinto con la ſeguente ſperienza. Eſtraſſi da un eſatto Termometro il ſuo mercurio, il quale era diligentemente purgato dall'aria, laſciando ſegnati lungo il cannello del medeſimo i due punti del ghiaccio, e dell'acqua bollente. Riempj in ſeguito lo ſteſſo ſtrumento di altro mercurio non purificato in tal doſe preciſamente, che poſto entro al ghiaccio, ſegnaſſe lo ſteſſo punto dello zero, che ivi era già prima notato. Fattolo indi paſſare all'acqua bollente, ſe ne rimaſe di alcuni gradi al di ſotto del termine colà marcato. Avendo poſcia ripetuta altre volte la medeſima ſperienza, conobbi, che queſto abbaſſamento era ſempre in ragione compoſta e alla quantità dell'aria rimaſta entro al mercurio, ed al peſo dell'atmosfera, che regnava al tempo dell'eſperienza.

Del reſto quantunque in gran parte ſvaniſcano le oppoſizioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla coſtruzione del Termometro fin qui deſcritto; io non per tanto ſarò ſempre di buona fede co' miei leggitori, e ſpoglio d'ogni prevenzione, accorderò di buon grado, che trattandoſi di fiſiche ſperienze, ſarà ſempre miglior conſiglio ſervirſi del Termometro ordinario a mercurio: a quella guiſa che anche il Barometro Torricelliano merita per queſto riguardo la preferenza ſopra tutti gli altri complicati, e compoſti. Se con un zelo poco degno della imparzialità di un filoſofo io voleſſi ſoſtenere il contrario; il riſultato de' miei sforzi ſarebbe l'illuſione, e l'inganno. Contuttociò ſenza anche eſſer prevenuti, non potrà negarſi, che il Termometro ad indice non offra dei rimarcabili vantaggi affatto proprj della ſua coſtruzione. Serve eſſo primieramente a tutti gli uſi della ſocietà, e della vita umana, ove non ſi eſiga una dilicatezza affatto eſtrema, e porge allo ſteſſo tempo il beneficio di una graduazione ampla, comoda, eſteſa, e viſibile a qualunque occhio indebolito, ed infermo. Nel che ſono ordinariamente difettoſi, e mancanti i Termometri uſuali. Quindi le comuni querele, ed il poco lodevole conſiglio di appigliarſi a quelli, che vengono coſtruiti con lo ſpirito di vino per eſſere alquanto più diſcernibili, tuttochè ſommamente difettoſi per altri riguardi. Dalla ſenſibilità artificialmente accreſciuta di queſto ſtrumento ne ſiegue, che ogni grado di eſſo può eſſere agevolmente diviſo in parti decimali; e a ſtima d'occhio, ſe ſi vuole, anche in parti centeſime. Finalmente oltre al comodo perſonale, ſerve anche per abbellimento della ſtanza; dacchè la ſua elegante ſtruttura può ricevere un riſalto non ordinario da tutti que' fregi, co' quali piacerà ad altri di volerlo adornare. Per la qual coſa io mi luſingo, che un Termometro di tal foggia ſia per incontrare un favorevole accoglimento preſſo tutte le perſone di genio; e che d'ora in poi comincerà ad aver luogo sì ne' pubblici, che ne' privati gabinetti, ove fra le altre macchine di Fiſica ſarà la ſua brillante ed onorevole comparſa.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

FIGURA PRIMA.

Offre la figura prima il Termometro ad indice, oſſervato in proſpetto.

QRST è una teca circolare adorna nel ſuo contorno a intagli, a indorature, a cornici, come meglio piace.

OP è un indice, il quale per un meccaniſmo, che rimane al di dietro, gira attorno al proprio aſſe, e ſegna i gradi della varia temperatura, marcati alla circonferenza del quadrante. Tutta la ſuperficie della teca ſi cuopre con un vetro concavo-conveſſo, ſimile a quelli degli oriuoli da taſca.

VZ è il piedeſtallo della teca, travagliato eſſo pure a cornici, a rilievi, a intagli, come meglio può gradire.

FIGURA SECONDA.

Rappreſenta la figura ſeconda il medeſimo Termometro ad indice, veduto in profilo.

ABCDEF è una caraffina di vetro piena di mercurio, aperta in *F*, e ſcelta di tal calibro, che arrivando il mercurio in *C* alla temperatura di gradi 10 ſotto allo zero di Reaumur, s'innalzi poſcia di ſei linee, ed arrivi in *E*, allorchè la temperatura è di gradi 30 al di ſopra.

H è una piccola girella di legno conſiſtente con una ſcanalatura nel ſuo contorno, nella quale riceve il filo *DG*. Queſta girella ha ſei linee di circonferenza, computandola dal fondo della detta ſcanalatura.

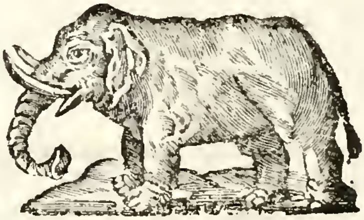
D è un galleggiante del peſo di 10, o 12 grani, il quale ripoſa ſulla ſuperficie del mercurio. Eſſo è formato di un tubettino, o boccetta di vetro, ſoffiata alla lampada, e contiene alquante gocce di mercurio. Pende queſto galleggiante da un filo, il quale è fiſſato, e ſi avvolge attorno alla girella *H*.

G è un contrappeſo, il quale può eſſere di piombo, o di qualunque altro metallo, dacchè non rimane eſſo in contatto col mercurio. Pende eſſo pure da un filo avvolto alla ſteſſa girella, e deve eſſer più leggiero del galleggiante, in guiſa che quando il mercurio innalza il detto galleggiante, eſſo faccia girar l'indice da una parte; e pel contrario quando il galleggiante diſcende, reſti vinta la forza del contrappeſo, e l'indice giri in ſenſo contrario.

IL è il perno della girella *H*, il quale deve eſſer ſottiliſſimo quanto uno de' più minuti aghi da cucire.

OP è l'indice fermato all'eſtremità del perno *I*, il quale riceve il movimento dalla ſalita, e dalla diſceſa del mercurio, mediante il galleggiante, la girella, ed il contrappeſo.

MN è la teca medeſima della figura prima col ſuo piedeſtallo, oſſervata di fianco.



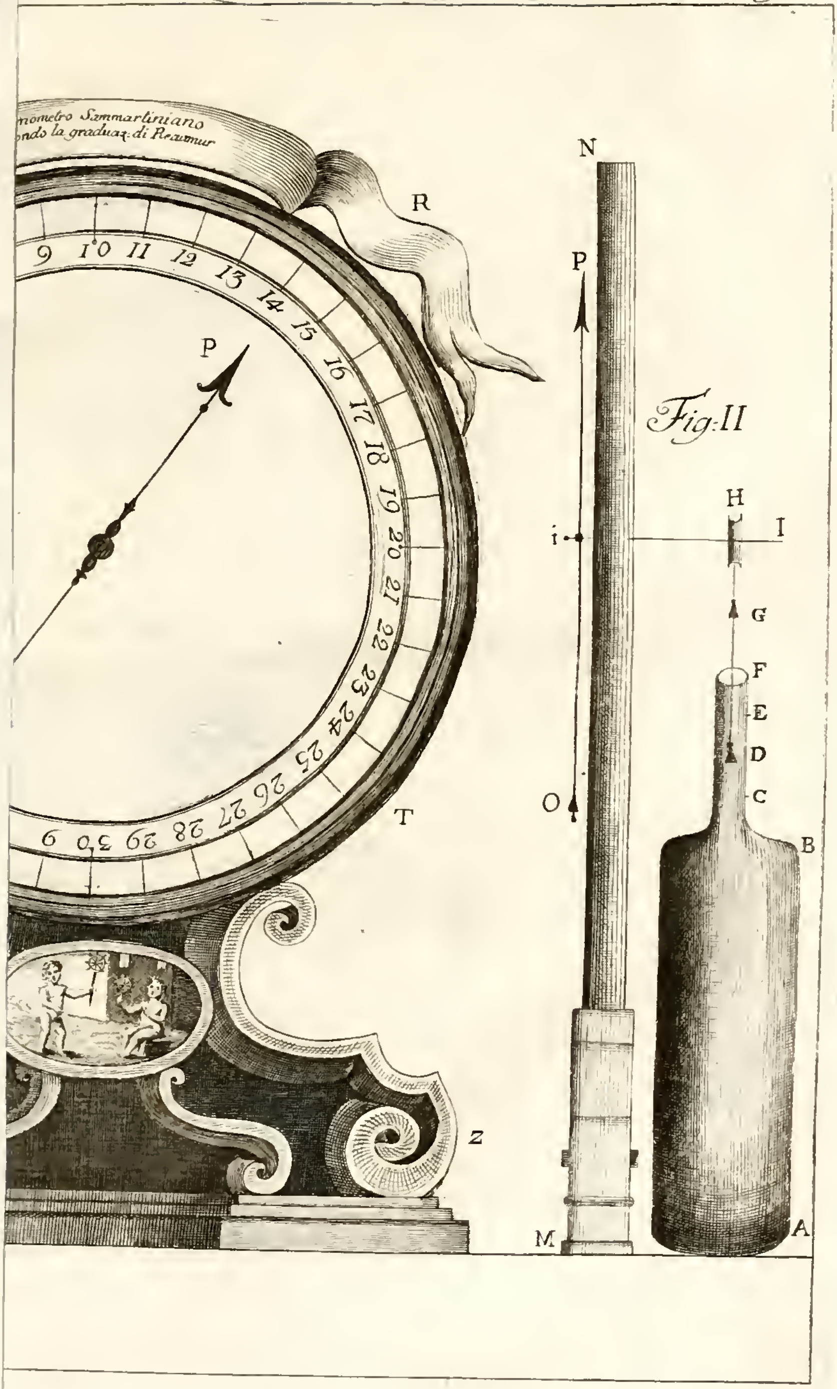


Fig: II

nometro Sammartiniano
ondo la graduaz: di Reaumur
9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 9
R
P
T
Z
N
P
i
O
M
H
I
G
F
E
D
C
B
A

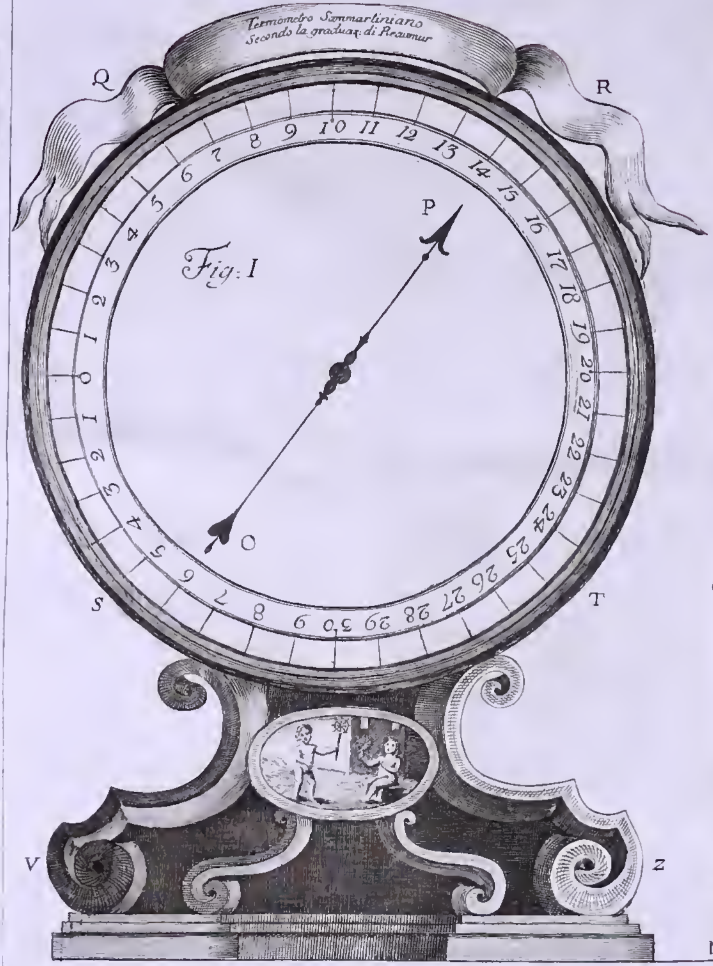


Fig:I

Termometro Sammartiniano
Secondo la graduaz: di Reaumur
Q
R
P
O
S
T
V
Z
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
1 2 3 4 5 6 7 8 9

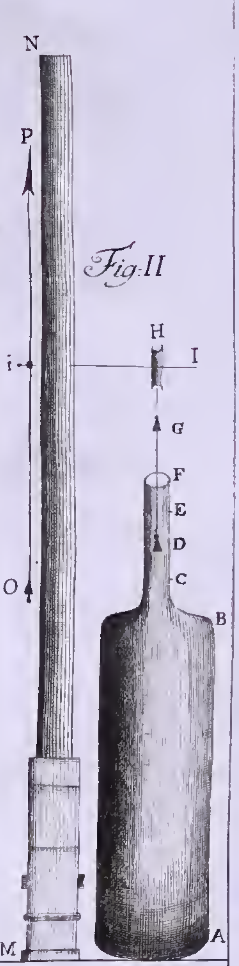


Fig:II

N
P
i
O
M
H
I
G
F
E
D
C
B
A

FENOMENO

DI ALCUNE VAMPE DI CALDO IN MEZZO AL FREDDO

Del Sig. Ab. Giuseppe Toaldo

MOnſignor *Lucio Doglioni* Decano della Cattedrale di Belluno, Letterato molto cognito, Socio Nazionale dell' Accademia di Padova, partecipommi un fenomeno particolare ſucceduto a Belluno nell' inverno 1791, il quale ſebbene ſia ſtato dolce e ſenza nevi qui al piano nella Marca Trivigiana e nella Lombardia tutta, regalò tuttavia le montagne forſe trenta volte di neve, quaſi ogni ſettimana, e queſte con proporzionato freddo. Ecco pertanto l' articolo della ſua lettera degli 11. Feb. 1791.

„ Più volte nello ſcorſo meſe di Gennajo, così al monte,
„ che al piano, abbiamo veduto cadere in poca quantità
„ la neve, la quale, ſopraggiunto il Sirocco, ſi è a poco a
„ poco dileguata a riſerva di quelle ſituazioni che guardano
„ il Settentrione, ove fortemente agghiacciataſi ſi è finora
„ mantenuta.

„ Nella notte de' 27 Gennajo ricominciò a cadere la
„ neve, e continuò, benchè interrottamente, ne' giorni 28
„ e 29, talchè ne rimaſe all' altezza di un buon palmo ricoperto
„ il terreno. Nella Domenica, cioè ai 30, ebbeſi
„ vento freddo, che più gagliardo ſi fece anche ſentire nel
„ giorno ſeguente de' 31, ſino all' avvicinarſi della notte;
„ quando cangiataſi l' aria, verſo le cinque ore, ſi convertì
„ in un vento *sì* caldo, che tutti a un tratto ſi ſentirono
„ i tetti a grondare sì fortemente, come ſe abbondante pioggia
„ foſſe caduta. In tal guiſa tutta la notte continuò; e
„ nel giorno dopo, che fu il primo di Febbrajo, ſi fece più
„ caldo ancora il vento ſentire, per modo che a memoria
„ noſtra niuno ricordaſi di avere a queſta ſtagione ſentito

,, l'eguale. Infatti i panni aggravavano, il Sole era cocente,
,, ed il paſſeggio anche il più moderato promoveva ſenſibiliſſima
,, la traſpirazione. Fino all' imbrunir della notte
,, durò il vento, ora più ora meno forte, il quale non ſolo
,, liquefece la neve, ma aſciugò e i tetti, e il terreno ne'
,, luoghi non affatto ſettentrionali, poichè nelle ſituazioni
,, intieramente diſeſe dal Sole disfece bensì la neve pochi
,, giorni prima caduta, ma non ebbe forza di ſciogliere in
,, sì breve tempo la neve, ed il ghiaccio da un meſe innanzi
,, formati.

,, Nella notte ſeguente, e nel giorno appreſſo, cioè ai
,, 2 di Febbrajo l' aria ſi fece ſentire aſpra e cruda, e così
,, ha continuato, e continua tuttavia.

,, Nel tempo del vento caldo il Termometro eſpoſto all'
,, aria, ma non al Sole, ſi alzò ſino a tre gradi ſopra il
,, temperato.

,, La ſtravaganza di queſto fenomeno non ſarebbe maravigliosa,
,, ſe da altre circoſtanze non foſſe ſtata accompagnata.
,, E primieramente qui ſi vociſera, che al di fuori di
,, queſti monti il ſuddetto vento caldo non ſiaſi ſentito. Perſone,
,, che dal Trivigiano ſe ne ritornavano qua, aſſicurano
,, di non averlo ſentito prima, che ſuperato il monte di S.
,, Boldo ſiano entrati nel Bellunese, ove cominciarono a
,, conoſcere il vento, ed a provare il tepore di un'aria diverſa.
,, Lo ſteſſo aſſerirono altri venuti da Caſtelfranco.

,, E' poi conſiderabile, che a tutti univerſalmente pareva
,, che il vento ſuddetto provenisse dal ſettentrione: e per
,, verità, riſpetto a noi, eſſo uſciva dal canale di Cadore,
,, cioè da quella gola di monti, che apreci la ſtrada pel Cadorino.

,, Finalmente non ſi deve ommettere un' altra rifleſſione,
,, e queſta ſi è, che appunto nelle contrade del Cadore,
,, e di Agordo, a noi ſettentrionali, il vento ſi provò e più
,, lungamente, e più gagliardo, e più caldo. Nell' Agordino
,, mi aſſicura perſona di ottima intelligenza e dottrina, che
,, il vento sì fortemente ſoffiava, che dalle cime de' monti
,, ſeco traſportava le nevi. Nel Cadorino poi tanta era la
,, furia, che impauriva la gente per timore di qualche diſgrazia,
,, e invitata dal ſuono delle campane, ricorreva a

,, pregar nelle Chieſe, affinchè il Signore ſi degnaſſe di al-
,, lontanare il temuto flagello. Nulla per altro di ſiniſtro è
,, avvenuto negli accennati diſtretti, a riſerva di gran copia
,, di affezioni reumatiche, da cui ſono ſtati quegli abitanti,
,, ceſſato il vento, attaccati. Quanto alla direzione del ven-
,, to, i Cadorini ſteſſi ſentivano, che loro proveniva dalle
,, gole de' monti di Ampezzo a loro ſettentrionali.

,, Il territorio Feltrino eziandio, ſituato nella ſteſſa val-
,, le, in cui ſiamo noi, ha provato gli effetti dello ſteſſo fe-
,, nomeno; ſe non che, o per ritrovarſi colà il terreno di
,, molto maggior copia di nevi coperto, o perchè il vento
,, minor grado aveſſe di calore, la neve non ſi è liquefatta
,, che per metà della ſua altezza. Come io non poſſo crede-
,, re, che il Settentrione ſia per favorirci mai di alcun ven-
,, to caldo, così inclino ad opinare, che il vento ſuddetto,
,, Auſtrale ſenza dubbio, a noi perveniſſe di riverbero, ſicchè
,, ei pareſſe proveniente dal Settentrione. Infatti le bandiere
,, de' campanili più volte oſſervate ſegnavano Oſtro-ſirocco; e
,, ſebbene il saperſi, che queſto vento levava le nevi delle ci-
,, me de' monti, poſſa indurre a penſare, che per ciò appun-
,, to non foſſe vento di ripercuſſione, tuttavia riflettendo che
,, dietro ai noſtri monti, altri ce ne ſono più alti, l' ob-
,, biezione facilmente riſolveſi.

Sin qui Monſig. *Doglioni*. Io vi feci allora queſta riſpoſta.

La ringrazio aſſai, Monſig. veneratiſſimo, della partecipazione fattami di codeſto fenomeno, di un vento fuor di ſtagione così caldo, che in brevi ore ſquagliò la neve ed il ghiaccio, la notte ultima di Gennajo, e giorno primo del corrente Febbrajo. Così poteſſi formarle una riſpoſta che ſoddisfaceſſe me, ed appagaſſe la dotta ſua curioſità. Ma è di queſto come di tanti altri fenomeni della natura: ſi poſſono addurre delle congetture, delle coſe probabili, a modo noſtro; ma una dimoſtrazione, che convinca, ſin ora non ſi conoſce, mentre non ſi capiſce ancora bene la generazione delle nuvole, delle pioggie, de' venti, e di altri fenomeni ordinarj cotidiani familiariſſimi: dirò pertanto quello che mi verrà in mente ſecondo gli ſcarſiſſimi miei lumi.

E prima le poſſo confermare quello che le fu riferito, che in queſti diſtretti baſſi, fuor dei monti, il fenomeno o non ſi fece ſentire, o così poco che non ſi ſarebbe mai immaginato un effetto così forte, come è il da lei deſcritto, dentro delle montagne. Si alzò invero qualche poco di più de' giorni precedenti il Termometro nel dopo pranzo del 31; ma la mattina ſeguente tornò ancora al gelo; e ſolamente li 2 Feb. il Sole riſcaldò molto, montando il Termometro, nell'ore pomeridiane, a gradi 7 ſopra del gelo. Si vede che il fenomeno ſi limitò nei diſtretti non eſteſiſſimi di coteſte montagne, e valli, e non ſi propagò che dopo.

Non voglia però credere, Monſignore, che tal fenomeno ſia rariſſimo, o nuovo. Senza diffondermi nell'iſtoria Meteorologica a cercar eſempj rimoti, poſſo addurre più di un eſempio notato ne' miei regiſtri. Nel grande inverno proſſimo 1788 — 89, aveva già il freddo preſo poſſeſſo in Decembre; e nel giorno di Natale era a gradi 9: la ſera ſi abbonacciò, e nel giorno ſeguente 26 era calato 5 gradi, anche in Padova: ma ſi ſeppe che nelle montagne Vicentine de' ſette Comuni, ed anche in Feltre, vi fu impreſſione ſiroccale, che in quella notte ſquagliò quaſi tutta la neve; non è detto ſe foſſe con vento.

Ma un eſempio inſigne, che può baſtare per tutti, è quello che ho anche ſtampato (nella prima Edizione del mio *Saggio Meteorologico*) nella deſcrizione del ſingolare nevoſo inverno 1770. Ecco le parole ſteſſe: *La mattina dei 25 Gennajo ſentiſſi di repente cambiata l' aria e un caldo affannoſo; il Termometro balzò dalli* $5\frac{1}{2}$ *di freddo a' 5 di caldo. Stando in Padova, circa le ore 10 della notte precedente, verſo l' orizonte tra Levante e Tramontana, videſi una o più fiamme nell' aria: ſui monti ſubalpini di Baſſano e Maroſtica fu un turbine violentiſſimo, con ſoſpetto di terremoto, ma caldo e affogante in modo, che qualche perſona fu coſtretta farſi levar ſangue: quello che v' è di più ſingolare è, che queſto caldo venne con vento di verſo Tramontana.* Eſempio più ſimile di queſto difficilmente ſi può trovare. Il mal è, che tanto il ſuo, che il mio, incontra la medeſima oſcurità e difficoltà a ſpiegarſi.

La prima ſpiegazione, che mi ſi preſenta, è quella che non iſfuggì ai lumi di V. S. Illm̃a Revm̃a, cioè del vento ſiroccale ripercoſſo dalle alte montagne dell' Alpi più interne.

Io l'ho detto, ripetuto, e lo tengo per fermo, che tutti li venti piovoſi buraſcoſi che ſi vengono di Greco Tramontana, non ſono ſe non che ſiroccali riverberati: ſono queſti umidi e caldi, della qual natura non ſono i veri venti Greco Boreali. Con queſti venti caldi nell' atmosfera ſuperiore ſpiega il Signor di *Sauſſure* le diſceſe del Barometro che ſi oſſervano in queſti tempi. Ella non mi fa cenno di Barometro: ma negli eſempj ſopra riferiti vi ho ſempre notato conſiderabili diſceſe. Il Barometro in queſt'anno, per dirlo in paſſando, fece particolari ſalti, e potrebbe dare la tortura ai Meteoriſti, ſe badaſſero, come il popolo, alle cartelle, che ſegnano *pioggia*, *vento*, *ſereno* ecc. Ma ſanno, che il Barometro non ſegna ſe non che la preſſione dell'atmosfera, la qual può eſſere sbilanziata in luoghi rimoti, come fu li 22 Dec. proſſimo, che infierì per tutta l'Inghilterra quel terribile Uragano riferito dalle gazzette. Ora una grande diſceſa di Barometro ſucceſſe anche nel caſo noſtro; cominciò quella ſera delli 31; ma non arrivò al maſſimo che due giorni dopo, come fece anche il caldo; e avrebbe dovuto piuttoſto precedere. Ne' giorni precedenti avevo oſſervato, e notato un gran cinghione ſopra del Golfo che moſtrava un filone di Sirocco: condenſato e accumulato queſto dentro le Alpi interne, può eſſerſi ſcatenato, e ritorto con quel vento di Tramontana. Nè ſi ſtupiſca, che il vento rifleſſo foſſe violento; poichè, anzi all'oppoſto, i venti rifleſſi ſono oſſervati eſſer ſempre più gagliardi dei diretti, e lo devono eſſere, perchè agiſcono con una maſſa di aria condenſata e quaſi doppia. Che poi tali venti d'Oſtro regnaſſero nell' alta atmosfera quella ſteſſa ſera, benchè al baſſo foſſero di Maeſtro Tramontana; oltre la congettura or ora accennata d' indicio rimoto, uno vicino ne porgono molte antenne di nuvole, che ſi videro in Ponente: io ne vidi, e ne notai, ſino a ſette una ſopra l'altra, dirette da Oſtro a Tramontana con qualche inclinazione al Greco, tetro roſſeggianti quali fiamme, e tali apparivano altre nuvole globoſe in Oſtro; e mi fecero ſpezie, eſſendo queſti ſegni temporaleſchi, ed ai navigatori minaccie di fortuna; poichè i venti cominciano in alto, e ſcendono abbaſſo; le nuvole globoſe ne ſono gonfiate, come otri, moſtrano di eſſer gravide; le antenne vengono tracciate dai venti ſteſſi già ſpiegati, e ne moſtrano la direzione, come li così chiamati *Piedivento*, che moſtrano come un ventaglio, o tanti alberi di un ceſpuglio, e ſono i raggi del vento. Per concluder dunque, non è improbabile, che quel calore foſſe un colpo di Sirocco riverberato.

Qualche difficoltà mi genera il vedere, che tal vento, tal impreſſione ſi limitò al breve cerchio di coteſte valli e montagne; e molto più riſtretto fu quel vento Baſſaneſe del 1770, che moſtra di eſſere ſtato anche più caldo e più forte; non pare, che un vento generale, qual è l'alto Sirocco, poſſa andar così riſtretto.

E non ſi potrebbe piuttoſto penſare, che foſſe un'eſploſione particolare di aliti caldi dalla terra, o anche dall'aria che tanti fluidi raccoglie nel ſuo ſeno? Di ſimili eruzioni ſo di averne letto molte, che arrivarono a ſoffocare delle perſone, tanto nelle minere, che ſopra terra: ciò che può aver luogo ſpezialmente dentro le gran montagne, le quali ſpeſſo cavernoſe, rinſerrano nelle viſcere loro tante materie di eſalazioni minerali, infiammabili ecc. Credo, che aliti ſimili ſieno quelli che ſprigionandoſi, e non potendo uſcire, producono li terremoti: e indizio di tali eruzioni in queſte buffe di caldo preſtar ne poſſono le fiamme veduteſi o ſimultaneamente, o in molta vicinanza di tempo, nell'aria; del che oltre le fiamme che accompagnarono il turbine di Baſſano, fanno fede le altre che mi trovo aver notate in quell'iſteſſo inverno 1770. Così notai, *Mercordì* 20 *Dec. NB*: *la mattina, dalle ore* 10 *ſino alle* 19 *ſentiſſi in Vicenza caldo grande: un Contadino nella vicina villa di Bruſegana ſul Bacchiglione vide alle ore* 12 *un fuoco dalla terra alzarſi nell'aria, e ſpargerſi lungo il fiume; produſſe caldo intenſo; ſciolſe in un momento la brina ed il ghiaccio; e queſta par eſſer ſtata la vampa che ſi fece ſentire propagata ſu per il fiume ſino a Vicenza.*

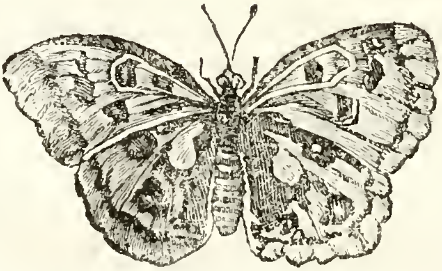
Veramente nel proſſimo caſo di Belluno non ſono notate fiamme, benchè poteſſero eſſer comparſe in valli od altri luoghi non oſſervati: ma le due notti ſeguenti viderſi volar per l'aria de'globi di fuoco; e qui in Padova, intorno la mezza notte, notò il Dott. *Chiminello* verſo Garbino molte quaſi colonne di fuoco, che parevano alzarſi ſopra le Terme di Abano; e la terza ſera ſi oſſervò un' Aurora Boreale; fenomeni tutti analoghi, che dimoſtrano una materia focoſa vagante tra la terra e l'atmosfera. Succedono tali fenomeni, come li temporali di eſtate, i quali non dobbiamo già credere che vengano da luoghi molto rimoti: ſi generano in vicinanza, colle proſſime eruzioni, combinazioni, ed effervescenze di fluidi aeriformi, generati, o ſprigionati dalla terra o dall' aria ſteſſa, come l'ho detto altrove degli *ardori del cielo*, la maggior parte dei quali ſono localiſſimi. Un indizio di queſta eruzione di aliti, anche nella buſſa Belluneſe, parmi ſia queſto; che l' impreſſione della medeſima non ſi fece ſentire qui in Padova ſe non il giorno ſeguente, 2 del meſe, avendo impiegato tanto tempo a diffonderſi per lo ſpazio di 50 a 60 miglia, quanta preſſo a poco è la diſtanza di queſti paeſi.

Per altro, li venti di Oſtro ſono bensì comunemente tenuti per caldi ed umidi, e ſpeſſo lo ſono; ma non ſempre, nè in tutti i luoghi. Più fiate ho notato venti Auſtrali aſciutti aſciuttiſſimi, talora freddiſſimi; e ſopra gli alti monti rieſcono queſti venti, per le oſſervazioni de' Sigg. de *Luc*, e di *Sauſſure*, freddi del pari che i ſettentrionali: ed in genere, ogni vento è della temperatura del clima per cui è paſſato; vuol dire, che fa caldo o freddo, umido, o pur aſciutto, ſecondo gli aliti che incontra in quel tratto di atmosfera, amplo o limitato, ſecondo le ſorgenti, e lo ſviluppo degli aliti medeſimi. Il che ci fa credere, che ſe quel vento di Belluno foſſe anche ſtato un Sirocco rifleſſo, non poteva però produrre un tal caldo, ſenza la meſcolanza di una moſſa di eſalazioni che aveſſe ritrovato in quelle valli. In genere, io tengo, che gli uragani tutti naſcano dall'urto di una moſſa d' aria, o alituoſa, o anche pura, generata, o ſviluppata di nuovo dalla terra, o dall'atmosfera.

Queſto è quanto per ora mi ſovviene di poter dire per iſpiegare il riferito fenomeno. Gradiſca, Monſignore, la mia ubbidienza e buona volontà ecc. Padova 17 Febbrajo 1791.

P. S.

Li 13 Febbrajo 1792 tirava qui in Padova un vento di Levante quarta di Greco, freddiſſimo, piccantiſſimo: queſto ſi fece ſentire ſino alle radici dei monti Vicentini: quando verſo l'ora di veſpro per tutto quel Pedemonte, voltoſſi un vento di Maeſtro Tramontana, caldo a ſegno, che levava il reſpiro: faceva molto romore, e conducea ſeco nuvole berettine ſcure agitate e bollenti, e ſi ſparſe per tutto il Territorio, con iſtupore degli abitanti, che uſcivano dalle caſe a veder coſa foſſe. Io notai qui in Padova un ſubitaneo calo del Barometro. Si combinò, che quella ſera alcuni de' noſtri Giovani ſtudioſi fecero volare nella Piazza de' Signori un *Pallone Aeroſtatico*: queſto dapprincipio alzatoſi poco ſopra le caſe ſi direſſe a Ponente a ſeconda del vento; ma eſſendoſi elevato ſopra dei campanili, ſi voltò verſo Oſtro Sirocco, ſeguitando quel rombo ſinchè potè vederſi. Queſto moſtra, che a quella altezza tirava vento di Maeſtro Tramontana, ed era quel vento Vicentino, alto riſpetto al livello noſtro, e queſto con caldo, onde diradando ampiamente quello ſtrato di aria fece calare il Barometro ſenza muovere il Termometro. E crederei che foſſe ſtata anche queſta una eruzione di aliti di quelle montagne Vicentine, particolarmente di quelle di Schio, le quali eſſendo cavernoſe e minerali, come ſi ſa, ſono diſpoſtiſſime a generare di tali ſenomeni.



SOPRA UN VOMITO URINOSO

Del Sig. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI.

LA Signora Maria *Galvani*, zitella d'anni 19, fu gravemente ferita con un coltello nella parte naturale. Uſcì gran quantità di ſangue, e durò aperta la piaga per molti anni. L'urina poco dopo ſi fece ſcarſa e difficile, or marcioſa or con ſabbia e calcoli. Dopo ſei meſi ceſsò queſta di ſcorrere, e fu neceſſità eſtrarla ad arte per il corſo di quattro anni intieri. Quindi non più trovoſſi urina nella veſcica, tolto ogni peſo, o prurito di urinare. Gonfioſſi il corpo allora di una univerſale idropiſia, che più fiate fe temer di ſua vita. Sentivaſi quindi nella camera un odor fetido urinoſo, di che putiva il letto ove giaceva, e la camicia che portava in doſſo; e tutta la pelle ſi ricoprì di puſtole pungenti e pruriginoſe. Dopo alquanti meſi ſi accorſe di una ſtraordinaria gonfiezza di ſtomaco, che portò poi un vomito di materia che parimenti putiva di urina. Con queſto reſtò ſollevata alquanto dagli eſtremi ſuoi mali, e a poco a poco ſvanì la idropiſia. Succedeva queſto vomito quaſi ogni giorno, ſempre a ſtomaco digiuno, ed in tre o quattro tratti portava fuori da due in tre libbre di urina; la quale dopo lungo corſo di male ſempre più ſi rendeva chiara e ſincera; ed a ſenſo della inferma ſi andava a poco a poco nelle ore antecedenti raccogliendo dentro lo ſtomaco.

Fra la ſerie de' mali che in tanti anni ha ſofferti il più moleſto e perpetuo era un ſentimento di rabbia in tutto il corpo, che la faceva dar nelle ſmanie, e la invitava fortemente a dilacerarſi. Se non che per ventura dovendo far uſo dell' oppio per calmare acerbi dolori di lombi e di ventre, ritrovò ſtare in eſſo una virtù di frenare anche il ſenſo di rabbia. Ai quali effetti facendone un continuo quotidiano uſo, ne ha dovuto di tempo in tempo accreſcere la doſe, ſino a doverne prendere ogni giorno duecento grani, e talvolta ancor più. Servivaſi dell' oppio crudo e ſincero, inghiottendone quattro o ſei volte al giorno groſſi bocconi; e ne provava il ſalutare effetto poco dopo averlo preſo, quando ſentiva dai rutti il ſuo diſcioglierſi dentro lo ſtomaco. Non produceva in eſſa verun ſonno queſta grande quantità di oppio: che anzi ad un mortale ſopore, che qualche fiata ſi accompagnava con la rabbia, era pronto e vivace riſvegliamento.

Quando col paſſar di molti anni, nel ſempre più pronto e facile vomito dell' urina, andava l' inferma ſempre migliorando di forze, di nutrizione e di ſalute, ammaloſſi ſenza cauſa maniſeſta di una febbre acuta con crucioſi dolori di ventre e di dorſo. Sortirono de' vermi vivi inteſtinali, ed in cinque giorni di malattia morì li 14 Novembre 1782, contando di età anni 53, e di totale ſoppreſſione di urina anni 33, e con aver ingollate ſopra a duecento libbre di oppio. Fu aſſiſtita nel lungo decorſo della ſua infermità da varj Medici dottiſſimi; ſegnatamente dal Sig. *Girolamo Gaſpari* Protomedico, dal fu poi Profeſſore di Padova Sig. *Giovanni dalla Bona*, e dal Sig. *Lombardi*. Ebbe per Chirurghi li Signori *Buella*, e *Barbieri*: oltre tanti altri ch' è ſuperfluo nominare.

Il giorno ſeguente alla ſua morte il Sig. *Cartolari*, ed io ci ſiamo portati all' apertura del cadavero. Eſternamente ſi riſcontrò una larga cicatrice alla ſiniſtra parte del clitoride; a cui internamente corriſpondeva un calcolo di ſoſtanza bianca e dura come di oſſo. L' ipogaſtro di ſopra al pube era oltre il dovere incavato, e mancavano quaſi del tutto le ninfe. Aperto il ventre, le viſcere tutte erano leggermente infiammate e grondanti di molta umidità. La veſcica urinaria era del tutto vuota, ed in ſe ſteſſa riſtretta come ovo colombino. Spaccata non tramandò odore urinoſo, nè avea ſegno o veſtigio alcuno degli oſculi degli ureteri. Soffiata dell' acqua dentro i receſi ureteri, e ſpinta verſo la veſcica, non fu poſſibile farla uſcire dal deſtro uretere in veſcica: dal ſiniſtro uſcì dopo varj tentativi con empito zampillando. I reni erano tumidi, e molto infiammati. Spaccati tramandarono un odor forte urinoſo cadaverico; e la loro interna ſtruttura era del tutto ſparuta e confuſa. La vena cava inferiore era oltre modo dilatata. Il ventricolo era bislungo e ſtretto, ed in vario ſito di vario diametro, quaſi come craſſo inteſtino. Il capo, ed il petto non furono aperti.

Queſto in riſtretto è il caſo della *Galvani*; di cui ho io già molti anni fatta menzione ne' miei libri; e di cui parlaſi nella grande Fiſiologia dell' *Allero*, e nelle Epiſtole anatomiche mediche del *Morgagni*. Quantunque agl' indotti ſembri ſtrano ed incredibile, non è però tale che non pochi altri ſimili eſempj non ſi leggano negli Scrittori di mediche ſtorie.

Marcello Donato deſcrive una Iſcuria che durò ſei meſi in una Monaca Padovana; e fu creduta procedere per opera del Demonio. (*a*)

Negli Atti de' Curioſi della Natura ſi legge di una Iſcuria che durò quindici meſi (*b*), e di un' altra di meſi tre (*c*).

Due ſe ne leggono nei Giornali del *Vandermondio*: una delle quali durò tre meſi, e l' altra ſette anni (*d*).

Oltre a queſti molti altri eſempj d' Iſcurie pertinaci e interrotte ſupplite per un' altra evacuazione ſi leggono nelle Tranſazioni filoſofiche (*e*), nell' *Allero* (*f*), nel *Morgagni* (*g*), e nella Noſologia metodica di *Boiſſier* di *Sauvages* (*h*). E per vomito ſegnatamente, una ne rammemora il *Valliſneri* (*i*). Una ſe ne legge nelle Memorie della Reale Accademia Franceſe, mandata al *Maraldi* da un Medico Mantovano (*l*). Una di un Anonimo Italiano, ch' è la citata de' Curioſi della Natura. Una nelle Tranſazioni Filoſofiche (*m*). Una negli atti degli Eruditi di Lipſia (*n*). Una oſſervata dal *Lamzvverde* (*o*). Una riferita dallo *Stalparzio* (*p*). Non ſo ſe io debba nominarne una tenuta per autentica e vera dal *Furmanno*, dal *Fettichio*, dallo *Scurigio*, e dall' *Allero*, mentre leggo che l' *Orſtio* la riprova come erronea ed adulterina:

(*a*) Pag. m. 261.

(*b*) Tom 3 obſ. 6.

(*c*) Ann. pr. p. 163

(*d*) In Noſol Meth. tom. 2. p. 278.

(*e*) Eſtratto tom 3. Nap.

(*f*) Prælect. tom. 2. p. m. 323 Elem. Phyſ. tom 2. p. 258.

(*g*) De Sed. & Cauſ. Morb. tom. 2. p. 151.

(*h*) Noſol. tom. 2. p. 278.

(*i*) Oper. tom. 3.

(*l*) Hiſtor. 1715.

(*m*) Vol. 50. I. P. I.

(*n*) An. 1726.

(*o*) Pecul. lib.

(*p*) Centur. 1. obſ. 51.

il quale in ſua vece racconta di un vomito urinoſo coſtante in un fanciullo, a cui un porco mangiò li genitali, con rimaner chiuſa l'uretra: al quale indarno fu inſegnata la Muſica, mentre avea ſempre rauca la voce (*a*). Il Chirurgo *Lanfranco*, avendo impedite da' calcoli le vie urinarie, reſe per vomito la urina (*b*). E la famoſa per tanti mali donna *Laveria* così pur fece (*c*). L'*Aſtruccio* fa menzione del vomito urinoſo che ſuccede all'Iſcuria prodotta da morbo gallico (*d*). L' *Elvezio* aſſicura che legati gli ureteri ad un cane, poco dopo rigettò materie urinoſe (*e*); ed il *Chiraccio* atteſta che tanto avviene legata l'arteria renale (*f*).

E' dunque il vomito una delle vie per le quali tenta la natura di liberarſi dall'urina ſoppreſſa: ma per quale forza, per quali canali ciò ottenga non è facile per Fiſica dimoſtrare, nè per Notomia.

Nel paſſato ſecolo è nata un' opinione (o per meglio dire ſi è di nuovo ſuſcitata, trovandoſene alcune tracce in *Ippocrate* ed in *Galeno*) che ſianvi nel corpo umano certe vie incognite, le quali direttamente portino dallo ſtomaco alla veſcica dell'urina. Con queſta opinione ſi verrebbe facilmente a ſpiegare il vomito facile dell'urina. Ma quantunque eſſa ſia ſtata adottata in queſto illuminato ſecolo dalle più rinomate Accademie, la Real di Parigi, l' Imperiale de' Curioſi della Natura, quella dell' Iſtituto di Bologna; in ognuna di eſſe trovandoſi ſingolari Memorie che tentano di ſtabilirla, e lo Scrittore degli Atti che con lode ne fa commemorazione; nulla di meno dagli ultimi più attenti e rinomati Anatomici vien rifiutata e deriſa. Segnatamente il *Morgagni* dolevaſi ſpeſſo che fra gli Autori che accolſero queſta opinione troviſi nell' opere dell' *Allero* (*g*), per ſolo errore di ſtampa, numerato il ſuo nome in luogo di *Morgani*: quando egli anzi più di tutti vi ſi oppoſe *. Nella celerità con cui il ſangue paſſa e ripaſſa per le arterie e vene del corpo, e quindi

---

(*a*) Tom. 2. pag. 272.

(*b*) In Hal. Phyſ. tom. 2. p. 258.

(*c*) Konig. in Collect. Phil. Angl. n.° 2. ann. 1671.

(*d*) De Morb. Ven. tom. 1. p. 293.

(*e*) Hiſt. de l' Accad. 1722.

(*f*) In Sauvag. Noſol. tom. 2. p. 181.

(*g*) In Boer. Prælect. tom. 2. p. 385.

* Come doler potriaſi il *Veziani* in leggere nella Noſologia Metodica del *Sauvages* il ſuo nome notato in più luoghi, in luogo del mio.

di frequentemente ſi applica ai reni, e nella moltiplicità de' pori eſalanti e aſſorbenti di ogni membrana, ſi rende facil ragione del preſto paſſaggio per urina delle acque minerali bevute; il qual preſto paſſaggio diè credito alla ſuppoſta opinione delle nominate vie incognite. Le quali acque minerali, aggiungo io, paſſano preſtamente all'urina, appunto per eſſere minerali; piene zeppe cioè di ſottili parti metalliche e arſenicali, ſempre crude, indigeſtibili, e venenate; onde bevute cagionano brividi e ribrezzo in tutto il corpo; che ſono armi adoprate dalla natura per liberarſi da un inſidioſo veleno.

Se non che ſe pur ſi deſſero tali canali di comunicazione fra lo ſtomaco e la veſcica dell'urina, potrebbono per ventura ſervire a render ragione del vomito urinoſo che ſuccede a quella ſpezie di Iſcuria ch' è prodotta per urina raccolta nella veſcica d' onde è impedita di uſcire. Ma queſti vomiti urinoſi egualmente e più ſpeſſo ſuccedono quando l'urina ridonda nel ſangue non potendoſi per vizio de' reni ſeparare. Siamo dunque neceſſitati a derivare dal ſangue queſti vomiti.

Il *Lanciſi* volle che per mezzo delle ghiandole del ventricolo, il latice urinoſo ritenuto nel ſangue ſi ſepari dentro il ventricolo, ed eſca per vomito. Ma non ſempre all'urina ritenuta ſuccede il vomito urinoſo: che più ſpeſſo vi ſuccede l'idropiſia dell'addomine e quella del polmone. Nella noſtra *Galvani* molto tempo prima che il vomito urinoſo appariſſe, ſuccedette la idropiſia di ventre, che paſsò a farſi poi univerſale di tutto il corpo. Vivea qui un Prete con molti mali procedenti dall' offeſa di un rene tumido e marcito; che non laſciava con libertà ſcorrere le urine. Io, contro l'opinione di molti, diſſi che inoltre era idropico di petto, benchè mancaſſero in lui i due principali ſegni di queſto morbo, l'ortopnea cioè, ed il gonfiamento de' piedi. Morì; ed apertone il cadavero, con iſtupore degli aſtanti ſi trovò veramente idropico. Vedemmo una prodigioſa quantità di acqua ſpanta nella caſſa del petto, proveniente da molte veſcichette ſollevate in maggiore e minore grandezza nella ſuperficie della pleura del ſiniſtro lato: in qual parte era il rene creſciuto in enorme grandezza, e guaſtato da poſteme.

Nella grande opera del *Morgagni*, che tratta delle Sedi e Cauſe de' Morbi, rintracciate col mezzo dell' Anatomia, ſi trova un altro caſo di ritenzione di urina finito in una idropiſia di petto; ma non ſe ne legge la ſezione del cadavero (*a*). Bensì nel *Ruiſchio* ſe ne legge un ſimile, dove dopo morte: *in cellulis membranoſis, ut & in bronchiis pulmonalibus tantum aquæ ſpumoſæ ſe ſe offerebat, ut ex particula abſciſſa guttatim efflueret — Pelvis renis, ut & ren ſiniſter prodigioſo calculo erat obſeſſus* (*b*). E un altro nel *Jacozio: ac certe vidimus in doctore Arelatenſi urinæ difficultatem cum maximo renum dolore & arenulis rubentibus, cujus diſſecto cadavere renes integri inventi ſunt, ſed in thorace hydrops, & concretus in corde lapis* (*c*). Dalla pleura dunque che internamente riveſte il coſtato, e dalla membrana ſuperfiziale del polmone, ch'è da riputarſi per una continuazione della pleura ſteſſa, vien ſeparata queſt'acqua che riempie il petto. Or nella pleura non vi ſono glandule: e ſe pur da alcuno ſono ſoſpettate, imaginate ſi ſono per iſpiegare appunto queſta umidità che trapela, non però da veruno ſino ad ora deſcritte. Dai pori adunque di queſta membrana il latice urinoſo, che forma la idropiſia ne' morbi de' reni e della veſcica, ſi de' derivare: come dai pori più viſibili e patenti del peritoneo che inveſte e ricopre ogni viſcera del baſſo ventre, ed è una continuazione della ſteſſa pleura, ſi de' derivare l'acqua che ſi ſpande per tal cauſa nella cavità dell' addomine a far l' idropiſia aſcite. E' dunque un puro accidente che l' urina ſoppreſſa ſia ſgorgata nel ventricolo a far il vomito urinoſo nella *Galvani*, ſe in altri ſoggetti uſciva a far l'idropiſia del petto o del ventre: come nella ſteſſa *Galvani* da principio avvenne che fu gonfiata dall' aſcite: e non fu la facilità di venir ſeparata la umidità urinoſa per le ghiandole del ventricolo.

Volendo però più da preſſo e particolarmente interpretare la ſerie e ſucceſſione de' ſintomi del morbo della *Galvani*, è neceſſario dividere il ſuo corſo in tre tempi; abbrac-

---

(*a*) Epiſt. 41. n.° 5.

(*b*) Obſ. Med. Chir. n. 56.

(*c*) In Coac. præn. p. 824.

ciando nel primo periodo la Iſcuria per l'urina fermata nella veſcica: nel ſecondo la Iſcuria per difetto di ſeparazione dell' urina da' reni: nel terzo la Iſcuria, che in fin fu ſupplita per vomito.

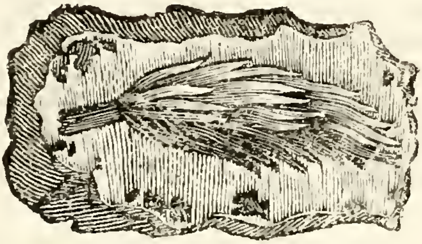
Facile è render ragione del primo periodo: che per effetto della penetrante ferita ſi comprende all' uretra o al collo della veſcica una chiuſura impeditiva all' urina di poter ſortire; o per ſcirroſo ingroſſamento delle parti infiammate, o per preſſione di un tumore vicino che comprime e ſerra; qual ſi de' conghietturare dal calcolo che ſi trovò dopo morte. Fu quindi in queſto periodo neceſſità eſtrarre con l'opera chirurgica l'urina per qualche anno di ſeguito.

Nel ſecondo periodo, per ſolito conſentimento delle parti urinarie, o per altra incognita ragione, propagato il morbo ai reni ed agli ureteri, queſti reſtarono chiuſi dove ſi aprono nella veſcica, e quelli perderono la loro interna mirabile ſtruttura; onde l' urina non più da eſſi ſeparata ceſsò di diſcendere alla veſcica, e mantenneſi queſta dappoi ſempre e coſtantemente vuota: naſcendo la Iſcuria per difetto di urina alla veſcica.

Ritenutaſi allora dentro le vene una ſoverchia copia di umore che dovea ſepararſi per le vie urinarie, umettò ſoverchiamente le parti, trapelò dalle membrane, e formò la idropiſia: finchè più che da altra parte trovò facile l'eſito dentro il ventricolo, e diè origine al vomito, che portò ſalute all' inferma fatto col tempo più facile e abbondante, onde apparſe la terza ſpezie d'Iſcuria ſupplita per vomito.

Nel ſecondo e nel terzo periodo ſarà avvenuta la morboſa dilatazione che apparſe nel cadavero della vena cava inferiore. Perchè non ſeparato ſecondo natura l' umore urinoſo da' reni, ad eſſi portato inceſſantemente dalle arterie emulgenti, ſarà queſto a dietro tornato per le vene emulgenti; le quali ſcaricando il loro indebito peſo nella vicina cava, queſta è venuta a poco a poco a dilatarſi per un ſoverchio riempimento non ſuo.

Alcune poche coſe reſtano a dire in propoſito dell' oppio, che ogni giorno da tanti anni in enorme quantità prendeva per bocca la noſtra *Galvani*. Benchè per vero dire ſia ſterminata la doſe e ſenza eſempio, ch' ella arrivò in ſomma a conſumare, arrivando com'è detto al peſo di ſopra duecento libbre; altri eſempj però non mancano benchè non così diuturni di doſi ancor più eccedenti. E' l'oppio il ſugo rappreſo del papavero orientale. E' di per sè un de' più efficaci e ſicuri medicamenti, che ſi abbia la Medicina: e ſe ne ſentono li ſalutari effetti di calmare le veglie, di ſedare i dolori, di acquetare gli ſpaſimi, di frenare i fluſſi e le emoragie, preſo alla minutiſſima doſe di una mezza, o quarta parte di grano, quanta ne contiene una pillola di triaca o di diaſcordio. Da queſta piccola quantità ſino a quella di due o tre grani ſe ne fa quotidiano uſo da' Medici in molti mali. Creſciutane per poco la doſe divien veleno, che irrevocabilmente uccide ſotto la figura di un placido ſonno. Eſempj ſi danno dove fu mortale al peſo di venti grani, a quello di dodici, a quello di ſette, e ben anche a quello di quattro grani. Pure, quel che narraſi di *Mitridate Eupatore*, che con l'uſo ſi avea fatti familiari ed innocenti i veleni, avveraſi ogni dì dell'oppio, che chiunque uomo ne fa quotidiano uſo, ſe ne voglia riſentire i ſoliti ſalutari effetti, è coſtretto di tempo in tempo a ſempre più accreſcerne ſenza fine le doſi. Alcuni popoli orientali per una pazza conſuetudine arrivano a prenderne ogni dì ſenza danno da venti a ſeſſanta grani. Più ſorprendenti ſono gli eſempj fra noi, di chi non per traſtullo, ma per neceſſità di morbo è arrivato a prenderne ſino a mezz'oncia in un giorno: qual doſe la noſtra *Galvani* ha pur qualche giorno ſuperata. Vivea poco fa una Signora in Alla di Saſſonia, che regolarmente inghiottiva ſedici once d'oppio in ogni meſe, ſecondochè riferiſce il *Junchero*. Il *Joſſelino*, il *Neumanno*, il *Jones* riferiſcono di chi ſenza danno ne preſe un'oncia, due once, tre once in un giorno ſolo. In vece di produr ſonno nella *Galvani* una sì gran doſe di oppio, toglieva anzi da eſſa un mortale ſopore che la intorpidiva ed affaſcinava. A queſto pur leggeſi un ſimile eſempio in una Monaca Parigina, riferito nella Medicina di Europa del *Roncalli: ponderibus cito pondera cumulantur — abſente ſoporifero ſubitus fit ſenſuum ſtupor, revocato redit vigor*. Di queſto effetto ſtrano per addurre una qualche ragione potriaſi dire: che la forza de' medicamenti talvolta è diverſa nelle diverſe lor doſi; e che non è in ſe ſteſſa aſſoluta, ma relativa agli ſtomachi che li ricevono. Che però può ſtare naſcoſto nell' oppio un principio volatile, che d' ordinario vien ſuperato dal ſoporoſo: al quale nelle gran doſi non così come a queſto aſſuefacendoſi la natura, vien a prevalere ed a produrre ſtimolo e riſvegliamento. Ond' è che anche nelle ordinarie doſi, dove dentro ai corpi trova il principio volatile altri ſimili principj che lo faccian forte ſopra al principio ſoporoſo, come avviene ne' paeſi caldi, e ne' morbi di infiammazione, torna in nulla la virtù ſtupefattiva; ed in vece apporta l' oppio ebbrezza, furore, e deliramento. Una prova di quanto dico, ſi è l' aver veduto che nella noſtra inferma il laudano liquido del Sidenamio, ch' è preparato con ingredienti focoſi e volatili, non produceva la deſiderata quiete, ma furore ed ebbrezza. Senonchè potrebbe anche dirſi che qualunque ſia la cagione della vivacità e dello riſvegliamento che apportava l' oppio nel noſtro caſo ed in quello di Parigi, nel tempo che in grandi doſi era preſo, foſſe dopo effetto ordinario di eſſo il prodotto ſopore che rinaſceva di tratto in tratto.



CIRCA GL' INDIZJ

D' ANTICHISSIMI VULCANI NELLE MONTAGNE E ALPI VICENTINE, VERONESI, E TRENTINE

LETTERA

Del Sig. Giovanni Arduino

Al Sig. Ab. Alberto Fortis

LE noſtre Alpi, già alcuni anni, furono viſitate da ragguardevoliſſimo foreſtiere Orittologo, e, per quanto mi fu riferito, egli aſſerì non vederviſi indizio alcuno di antichi Vulcani. Ciò mi ſorpreſe non poco, parendomi ſtrano, che tale aſſerzione poſſa eſſere uſcita dalla bocca di un indagatore sì attento della ſtruttura delle montagne, e della natura e fenomeni dei loro materiali; oggetti delle di lui lunghiſſime e penoſe peregrinazioni. Eſſe certamente non ne ſono prive, ed io ſteſſo ne ho veduto, benchè a caſo, e ſenza andarne in traccia, in parecchie ſituazioni, nei giri diverſi ch' ebbi occaſione di farvi per varie incombenze. Ne indicherò qui brevemente alcuni di quelli, che più ſono preſenti alla mia memoria, affinchè chiunque voglia poſſa riſcontrarli.

Nelle montagne dei ſette Comuni uno ſe ne vede nella ripa deſtra della Valle, che da *Gallio* diſcende nella *Valſtagna*, tra l'ultimo mulino di eſſo *Gallio* ed il ſito nominato il *Buſo* perchè ivi la via paſſa per entro una caverna naturale. Colà ſi oſſerva ampia fenditura verticale, diſcendente dal monte ſuperiore, e diretta ad attraverſare la valle. Eſſa è ripiena di materie vulcaniche diſpoſte a guiſa di filone minerale, dure, ferrigne, e che per la loro nerezza anche da lontano ſi ſcorgono. Di queſte fu qui formato un vetro obſidiano neriſſimo, del qual conſervo un ſaggio; porzione d'una delle ſcattole da tabacco che ſe ne facevano. Qualche miglio di ſotto alla villa delle Cannove il ſentiero, per cui da *Aſiágo* ſcendeſi a Cogollo, paſſa vicino ad altra ſimile fenditura verticale della montagna detta il *Coſto*, ma della prima aſſai meno larga. Queſta parimente contiene produzioni vulcaniche analoghe alle predette, che moſtranſi al giorno a maniera di filone metallico (*a*).

Nelle Alpi appartenenti alla Comunità di *Arſiero*, ed a' Signori *Conti di Velo*, veggonſi due gran sbocchi vulcanici di materie nere; uno ſuperiormente alla villa di *Toneza*, e ſotto alla rupe nominata lo *Spizzo*; l'altro in un monte ſituato al ponente della ſteſſa rupe, e da eſſa diſgiunto da un profondo burrone eſcavato dalle acque. Si oſſerva che amendue ſi aperſero l'uſcita ſquarciando gli ſtrati calcarei; ed il primo anche roveſciandone alcuni in verſi contrarj al comune andamento degli altri ſtrati di quelle montagne. Di là dallo *Spizzo*, andando verſo le Alpi Trentine, il ſentiero, che da *Toneza* conduce a *Melegnóne*, attraverſa un filone di breccia vulcanica, compoſta di nera *Lava* miſta di rottami di marmo bianco. La ſua direzione è verticale, e dall'alto del monte diſcende tra orrendi dirupi al torrente *Aſtico*. Siffatte breccie a filoni eſiſtono in altri luoghi di quelle montagne, e particolarmente in un ſito che chiamano *Valfredda*, o *Riofreddo*, e nelle pendici della ſcoſceſa rupe nominata il *Caſtello del Tovo*. Di tal breccia, che, ridotta a pulimento, rieſce belliſſima, hanno fatto uſo quelli di Arſiero, a' quali la indicai, negli altari della loro nuova ſontuoſa Chieſa Parrocchiale. Breccie vulcaniche di tal fatta trovanſi parimente nella montagna del *Tretto*, detta *Lovegno*, ſopra alla villa dell' *Alba*, e nelle vicinanze di quella di Santa Catterina, ed altrove. Di quelle, che ſono nelle Alpi di Recoaro non

---

(*a*) Nelle vicinanze di detta villa delle Cà nove, ſituata nelle alte montagne de' ſette Comuni, il Signor Girolamo Baettoni di Schio, attento indagatore di foſſili prodotti, ha trovato il teſchio d'un groſſo Coccodrillo dentro una laſtra di dura pietra riceventte nitido pulimento, detta marmo roſſone, ch'egli conſerva nella ſua Raccolta di minere e di foſſili.

parlo: eſſe furono anche da altri oſſervate, come può leggerſi nel Giornale d'Italia. (*a*)

Nella ſopra mentovata montagna di *Lovegno* oſſervai un cratere grandiſſimo e molto profondo di antichiſſimo vulcano, denominato le Vaccareccie, il quale è ſituato alla ſommità della medeſima. Le bruciate materie vi ſi veggono ancora in molta copia nel ſito più baſſo della ſua cavità, che ha figura conica inverſa. Simili produzioni di ſotterranei incendj ſono pure sboccate fuori dall'iſteſſa montagna nelle ſue pendici imminenti alle ville del *Tretto*, e di Velo; ſiccome io indicai all'amico noſtro Signor *Ferber*.

Ritornando alle montagne di Arſiero; lunghi ed irregolarmente ſerpeggianti ſquarciamenti prodotti da' fuochi ſotterranei io vidi in diverſi luoghi, e particolarmente in quelle denominate *Campo Luzzo*, e *Valbona*; e nella ſeconda uno ſi eſtende fino appreſſo alla ſommità di quelle Alpi, in poca diſtanza dal giogo nominato le *Forche*.

Dalle Alpi Vicentine paſſando ai monti alti del Veroneſe; in quelli vicini alle Alpi Leſſine le produzioni vulcaniche de' rimotiſſimi tempi frequentemente vi s' incontrano. Io ne vidi in parecchj luoghi, e ſpecialmente nei contorni di *San Bortolamio Tedeſco*, di *Progno*, della *Ghiazza*, di *Piegára*, e di *Roverè di Velo*. La conica ſommità del monte, ſu cui è la Chieſa di *Santa Viola*, è tutta vulcanica; e così gran parte di quella del monte *de' ſette Funghi*, a deſtra della valle *Pantena*, tra *Grezzana* e *Lugo*.

Il monte *Baldo*, ſituato tra l'Adige ed il Lago di Garda, ne ha pure in parecchie ſituazioni, particolarmente nelle vicinanze della *Corona*, e della *Ferrara*, e ſopra la montagna detta i *Zocchi*; e così pure in quella nominata le *Acque negre*, ed appreſſo alla più eccelſa di lui ſommità appellata *Monte maggiore*, in una vaſtiſſima conca, che ſembra un cratere vulcanico, ſituata al ponente di eſſa ſommità, e pendente verſo il Lago predetto. Nelle ſcoſceſe rupi dello ſteſſo

monte,

(*a*) Vegg. Saggio di Oſſervazioni ſopra alcune montagne e alpi altiſſime del Vicentino ecc. Memoria del Sig. Dottor *Girolamo Feſtari* di Valdagno, ecc. Giornale d'Italia del *Milocco* per l'anno 1773. Tomo nono.

monte, che ſtanno ſopra alla riſtretta pianura di *Malſeſine*, incontrai, lungo un precipitoſo burrone, lunga fenditura piena di vulcanici materiali; li quali fanſi anche vedere in molta copia al piede di eſſe rupi, e molto neri e d' inſigne durezza.

Nelle Alpi Trentine contigue alle noſtre non mancano ſiffatte veſtigie di antichiſſimi vulcani. Io ne ho veduto appreſſo all' Adige nelle vicinanze d' *Iſiera*, e nei monti di quella Giuriſdizione, a deſtra di eſſo fiume; ed anche nella montagna di *Lavarone*, da cui derivano li due torrenti Aſtico e Centa; il primo ſcorrente nel Vicentino, l' altro nel fiume Brenta.

Le montagne, delle quali ho parlato, ſono tutte di pietre calcarie a ſtrati, con frequenti reliquie di marini croſtacei di diverſiſſime ſpecie, e ſpeſſo in grandiſſima quantità. Le poche ſopraccennate mie oſſervazioni m' hanno fatto conoſcere che la vulcanica forza, da cui furono prodotti tanti, e sì ſtupendi effetti nei noſtri baſſi monti, poggi, e colline, non riſparmiò dall' impeto de' ſuoi incendj e ſconvolgimenti le alte montagne, e neppure le Alpi ſteſſe. Se il celebre perſpicaciſſimo, ed inſtancabile Naturaliſta, cui ho l' onore di comunicarle, ſi porterà, come credo, a farne la viſita, punto non dubito ch' egli non ſia per iſcoprirvi di ſiffatti fenomeni ancora più grandi, e più numeroſi.

ESPOSIZIONE ANATOMICA

DELLE PARTI RELATIVE ALL' ENCEFALO DEGLI UCCELLI

TRATTATO QUINTO

DE' NERVI, CHE ESCONO DALLA CAVITA' DEL CRANIO DEGLI UCCELLI

Del Sig. VINCENZO MALACARNE

Al Chiariſſimo Sig. MICHELE GIRARDI.

ABbenchè i nervi, che eſcono dalla baſe dell' encefalo degli animali, in generale ſi poſſano diſtinguere per li diverſi caratteri loro, alcuni eſſendo *molli*, altri *duri*; alcuni naſcendo dalla faccia inferiore del cerebro, altri da regioni del medeſimo aſſai diſtanti dalla faccia ſuddetta; non pochi uſcendo dalla ſoſtanza cerebrale diviſi come in tante *radici*, le quali riduconſi poſcia tutte in un *tronco* ſolo prima d'abbandonare l'encefalo, altri ſpiccandoſene dalla ſoſtanza già ridotti in *tronco*, ed ora dividendoſi, ora no in *rami* prima d'inſinuarſi nelle aperture del cranio deſtinate alla loro uſcita ecc. ecc.; tuttavia mi permetterete, Signore, ed Amico mio gentiliſſimo, che nella enumerazione di quelli, che eſcono dal cerebro degli uccelli, e nella deſcrizione del corſo, e delle prime diramazioni loro, io tenga l'ordine ſerbato nella quarta parte della *Encefalotomia umana*, che è appunto quello, ſecondo il quale dalla natura vengono preſentati all'occhio dell' Anatomico. Sicchè gli conſidereremo inſieme giuſta la diſpoſizion naturale, che hanno nell' encefalo di queſti animali.

Il trattato preſente ſarà diviſo in tanti capitoli quante paja di nervi troveremo naturalmente diſtinte ſpiccarſi dal cerebro degli uccelli, e vi uniremo quelle notizie anatomiche, delle quali verremo iſtrutti dall'attento eſame degli organi de' ſenſi in iſpecie. Nè avrete da rimproverarmi amoroſamente ch' io abbia naſcoſto agli occhi de' corteſi noſtri Leggitori le oſſervazioni di que' benemeriti della Zootomia, e della Storia Naturale, che prima di noi avranno pubblicato alcune verità anatomiche intorno a queſte parti, maſſimamente delle mie guide *Williſio*, ed *Allero*.

Se per avventura non citaſſi altri, da' quali ſono ſtati trattati queſti argomenti meglio, che non ho fatto io, queſto accaderebbe unicamente per eſſermene ignoto e il nome, e le opere, con l' analiſi delle quali (ſe le poſſedeſſi) arricchirei di buoniſſima voglia queſto mio lavoro. Privo de' quali teſori ben comprendo, ch' è per riuſcirmi ſquallido e ingombro d' eſſenzialiſſimi difetti: con tutto ciò ardiſco di luſingarmi d' eſſere per ottenere e da Voi, e dal Pubblico magnanimo, compatimento tanto più grazioſo, quanto minor è il numero, maggiore il prezzo, e difficile per me in queſt' angolo dell'alto Monferrato l'acquiſto delle opere conoſciute intorno a queſta materia, nè il *Willis*, nè l'*Allero* iſteſſi avendone pubblicato tanto che baſti a tenermi luogo di filo per queſto microſcopico intricatiſſimo labirinto.

Continuerò a ſervirmi come di punto d' appoggio del cerebro delle *Oche*, e delle *Anitre*, per iſvilupparne l'origine de' nervi, come volatili più comuni, e tali, che nell'encefalo loro hanno parti per la groſſezza loro più atte a colpir l'occhio degli Anatomici, alla ricerca di queſti organi altrove che nel cadavere degli uomini, e de' groſſi quadrupedi, non ancor bene avvezzi. Ciò tuttavia non diſtoglierammi dall'accennare, come ho fatto ſin ora, quelle varietà, quelle particolarità, che nell' encefalo d' altri uccelli mi ſovverrà d'avere oſſervato, e dal confeſſare ingenuamente di non aver ſaputo diſcernere ciò, che altri di me più chiaro veggente, e più fortunato avrà già deſcritto, o potrà nell' avvenire deſcrivere, non eſſendo io nel trattato preſente per favellare eccetto

1. De' nervi *Olfattorj*, e degli organi deſtinati negli uccelli al ſenſo dell' odorato.
2. De' nervi *Ottici*, e degli organi deſtinati al ſenſo della viſta.

3. De' nervi *Motori comuni* degli occhi.
4. De' nervi patetici.
5. Degli organi per li quali diramanſi negli uccelli i nervi *Quadrigemelli*.
6. De' nervi *Oftalmici*.
7. De' nervi *Olfattorj minori*.
8. De' nervi *maſcellari ſuperiori*.
9. De' nervi *maſcellari inferiori*.
10. Degli organi per li quali ſi diramano negli uccelli i nervi *Auditorj*.
11. De' nervi *Auditorj*.
12. De' nervi *piccioli ſimpatici*.
13. De' nervi *ſimpatici mezzani*, o *vaghi*.
14. De' nervi *Palatini*.
15. De' nervi *Ipogloſſi*, o *Linguali*, o *Guſtatorj*.
16. De' nervi *Gloſſo-faringèi*.
17. De' nervi *Sottoccipitali*.

In queſta ſerie ſtupirete, o Signore, di non trovar menzionato nè il nervo *grande ſimpatico*, o *intercoſtale*, nè l'*acceſſorio* del *Willis*: ceſſerà peraltro la maraviglia voſtra ſovvenendovi del proponimento fatto da me, e tenuto ſaldiſſimo, di non eſporre ſull' altrui parola coſe da me non vedute, e non tornate più volte a rivedere. Non ho mai ſaputo diſtinguere nell' encefalo degli uccelli dalle altre parti i nervi *intercoſtale*, ed *acceſſorio* ſuddetti, ed ecco il motivo del mio ſilenzio rapporto a' medeſimi inquanto all' origine loro, e alle relazioni che hanno coll' encefalo, ſebben nella *foſſa pituitaria* abbia veduto più e più volte l' *intercoſtale*.

CAPITOLO I.

De' Nervi Olfattorj, e degli organi deſtinati negli uccelli al ſenſo dell' odorato.

L' origine de' veri nervi *olfattorj* nelle Oche, e nelle Anitre ſembra al primo ſguardo molto confuſa, e indiſtinta: in fatti la ſoſtanza loro quaſi mucoſa è d' un roſſigno ſudiccio, e foſco, poco diverſa da quella, che forma l' eſtremità anteriore degli emisferi del loro cervello. Non dee dunque recar maraviglia, che il *Willis*, e l'*Allero*, ſu queſti uccelli facendo le oſſervazioni, abbiano ſuppoſto, che i veri *nervi olfattorj* ſieno un prolungamento, anzi la punta ſteſſa degli emisferi.

II. Il *Willis* ne dà la deſcrizione con i termini ſeguenti. „ Gli uccelli *(a)* (ſecondo quello, che parecchi aſſeriſ- „ cono) hanno ugualmente i *proceſſi mammillari*, che l'*oſſo* „ *crivellato*: perciocchè gli *allungamenti* anteriori del cervel- „ lo aſſottigliatiſi al ſommo, e involti nella dura madre „ ſtendendoſi fin quaſi alla metà del roſtro, s' inſeriſcono nell' „ oſſo triangolare, nel quale oſſervaſi un doppio ſeno di- „ ſtinto per mezzo d'un ſottile tramezzo. Gli accennati *al-* „ *lungamenti* penetrati ne' ſeni dell' oſſo mentovato, finiſcono „ in veſciche piene d' acqua limpida, ſimili affatto agli al- „ lungamenti mammillari d'acqua limpida pieni oſſervatiſi ne' „ vitelli.

„ In queſta foggia gli *uccelli* del pari che l'uomo, e i „ quadrupedi, ſono forniti d'un diſtinto e ſpecial organo dell' „ odorato che è preciſamente il doppio *allungamento mam-* „ *millare* *

„ I *nervi olfattorj* negli *uccelli*, e ne' peſci trovanſi „ molto coſpicui, poſto che amendue queſte ſpecie d'anima- „ li, ugualmente che i quadrupedi, ſcelgono e ſi procacciano l'opportuno paſcolo per via dell' odorato. **

III. *Alberto Allero* nell' Opuſcolo da me comentato aveva ſcritto da principio „ Quelle due porzioni del cerebro „ ovali, e conveſſe, che ſi nominano emisferi, s' eſtendono „ in avanti a guiſa di coni, ed hanno per lo termine loro

---

(*a*) *Volucres* (*ſecus ac nonnulli aſſerunt*) *& proceſſus mammillares & os cribroſum habent; nam anteriores cerebri productiones ſumme extenuatæ, & durâ meninge involutæ, fere ad mediam roſtri partem protenſæ, oſſi triangulari* (*cui duplex ſinus, tenui ſepto interſtinctus, adeſt*) *inſeruntur. Iſti autem proceſſus intra prædicti oſſis ſinus delati deſinunt in veſicas aquâ limpidâ plenas, quæ plane referunt proceſſus mammillares in vitulo aquâ limpidâ tumidos....*

Ad hunc modum volucres pariter ac homo, & quadrupedes peculiari olfactus organo, gemino ſcilicet proceſſu mammillari inſtruuntur. Cereb. Anat. cap. V.

Nervi olfactorii in avibus, item in piſcibus ſatis conſpicui habentur, nam utrique eorum æque ac quadrupedes pabulum ſuum odoratu indice explorant, dijudicantque. Ibid. cap. XXI.

Duo quæ vocantur hemiſphæria ovata, convexa, anterius in conum procurrunt, cujus finis eſt proceſſus mammillaris, nervus olfactorius verus. Opera minora l. cit.

,, anteriore il *proceſſo mammillare*, che è il vero *nervo olfattorio*. ,,

Nel progreſſo poi del medeſimo opuſcolo ci dà notizia, che ,, i *proceſſi mammillari* ſimili a' nervi ſi continuano nella ,, membrana pituitaria delle narici, non già diramandoſi per ,, quella a ſoggia di ramificazioni nervoſe, ma confuſamente ,, ſpargendoviſi, e mantenendoſi roſſigni, corticali, e polpoſi ,, s' inſinuano nel cornetto poſterior ſuperiore delle narici, ,, che è più ſemplice, e meno cartilaginoſo, l' Oca avendo ,, un altro cornetto anteriore più grande, ſpirale quaſi come ,, una chiocciola, cavo, il quale per mezzo di due lunghe ,, code ſi ſtende alquanto all'indietro. ,,

IV. Le mie ripetute oſſervazioni però mi hanno dimoſtrato, che quantunque i veri *nervi olfattorj* delle Oche, e delle Anitre a chi ſuperficialmente gli guarda, ſembrino allungamenti della ſoſtanza corticale degli emisferi del cervello, perchè non fanno riſalto veruno alla faccia inferiore della punta di queſti; tuttavia facendovelo in alto, e quaſi inguainando la punta medeſima degli emisferi, o lobi anteriori, non vi ſi attaccano sì ſtrettamente col mezzo della pia-madre, che non vi laſcino un ſolco, del quale fin nelle vipere (l' *encefalotomia* delle quali daremo a ſuo tempo con quella di molti ſerpenti) e in altri rettili ſi trovano traccie inconteſtabili nel ſito accennato.

V. Inoltrandoſi all' innanzi diventano quaſi rotondi i nervi, di cui favelliamo, per cacciarſi mucoſi, avvolti nella pia non meno, che nella dura-meninge, in quell' ampio canale oſſoſo bifido, che abbiamo deſcritto nel Cap. II. Artic. I. § 1. 2. 3. 4. del Tratt. II. di queſta Operetta (*a*).

VI. Quivi in alcune Oche vecchie gli ho veduti compoſti di lunghi fili paralleli di midollare aſſai foſca, diſpoſti intorno ad un aſſe di ſoſtanza cinerizia tenera, e mucoſa, ogni filo midollare eſſendo immerſo, ed incollato in quel cilindretto cinerizio di maniera che amendue i nervi erano come ſtriati longitudinalmente per alternanti ſtrie biancaſtre, e

---

(*a*) Mem. della Soc. Ital. ecc. Vol. II. pag. 23). Vol. III. pag. 132., 145., 146.

cinerizie molto eleganti, ſervendovi la cinerizia ſolcata di nicchio, e di ſoſtegno a' fili midollari.

VII. Eſſendo convergenti ſul principio ſi ſcoſtano ben preſto per andar a ſeconda dell' obbliquità, che tanto il tramezzo delle orbite, quanto quello delle ſuperiori caverne naſali hanno all' infuori.

VIII. I *capezzoli*, o ſia le *papille olfattorie* (ſe a' nervi *olfattorj* degli uccelli non apparteneſſero pure le *papille midollari* (*a*), il che allontanerebbe l' inconveniente derivante dal ripeterne il nome) delle quali favelliamo, non ſono ugualmente groſſe, nè apparenti in tutti gli uccelli, poſte eziandio uguali tutte le altre coſe. Il Nibbio dopo l' Oca, e l' Anitra, l' Avoltojo, il Gallo d' India, il Barbagianni, lo Sparviere, il Corvo, l' Upupa, la Crivella, la Beccaccia, la Gazza ſparviera, e lo Smeriglio tra gli uccelli ſtati fin' ora eſaminati da me, le hanno più groſſe degli altri in proporzione ſucceſſivamente minore ſecondo l' ordine, che ho tenuto nel mentovarli, avuto riguardo alle proporzioni delle parti rimanenti del corpo loro.

IX. Minori (ſerbate le ſteſſe proporzioni) ma pure conſiderabili ſi ſcorgono nelle Galline, nelle Pernici, ne' Merli, negli Storni, ne' Colombi, nelle Tortorelle, ne' Tordi, nelle Gazze, ne' Picchi, nelle Meropi, ne' Garruli azzurri, e nel Reattino.

X. Gli altri uccelli di cranio minore, come ſono i Paſſeri noſtrali di muro, e poi di ſalcio, gli Uſſignuoli, i Fringuelli, i Froſoni, i Cardellini, i Canarini, i Capineri, le Allodole, indi le Rondini le hanno di rado molto viſibili, comunque ſi eſaminino e crudi, e cotti.

XI. In due Papagalli (*b*) ho trovati ben diſtinti, e groſſi, e cilindrici i N. *olfattorj* contenuti in due ampliſſime foſſe, le quali erano ſfondate; e i nervi diretti verſo le caverne naſali penetravano nelle caverne naſali per due fori tondi comunicanti eziandio colle orbite: il diametro di queſti fori ſuperava la linea.

(*a*) Tratt. III. Cap. VII. § 77. Mem. Soc. Ital. Vol. III. pag. 166.

(*b*) *Pſyttacus Brachyurus. Linn.*

XII. Nervi così groſſi erano deſtinati per caverne naſali capaci appena d'un cece mediocre, tutto che ſgombre le aveſſi delle cellule, e della membrana pituitaria, che vi era molto ſpeſſa.

XIII. Nel centro de' *capezzoli olfattorj* parve anche a me, com' è ſembrato per avventura al *Willis*, di ravviſare in que' Papagalli, e nelle Oche, uno ſtigma, quaſi che vi ſia un voto ſimile a quello, che realmente ſi oſſerva ne' N. *olfatt.* della maggior parte de' quadrupedi. Io però non ſo ancora pienamente perſuadermi che queſto non poſſa eſſere una illuſione prodotta dalla cinerizia ſempre più foſca e più diafana nel centro, attorniata alla circonferenza dal candore de' filamenti midollari.

XIV. Dopo che la ſoſtanza de' *Nervi olfatt.* delle Oche ha percorſo negli imbuti membranoſi della D. *madre* (*a*) uno ſpazio notabile, queſta membrana ſi aſſottiglia tanto, che vi ſi confonde con la *membrana pituitaria* onde ſono tappezzati i *cornetti cartilaginoſi*, come vi ſi diſperde pur anco inſenſibilmente la molliſſima polpa de' nervi medeſimi.

XV. Ma ſiami permeſſo d'eſporre quello, che mi paſſa attualmente ſotto gli occhi nell' encefalo d'un Froſone e d'un Tordo, acciocchè ſi abbia meno confuſa idea di quanto s'appartiene all' origine, e al corſo de' nervi *olfatt.* negli uccelli di minore groſſezza. In amendue queſti animali hanno qualche coſa di più conſiſtente, che nell' Oca, e nell' Anitra, e vi ſi diſtingue aſſai più la ſoſtanza midollare non ſolo al di ſotto degli emisferi anteriormente a' corpi ſtriati, ma nello ſteſſo corpo loro, e ve la oſſervo diſpoſta nella maniera ſeguente.

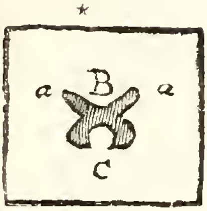
XVI. Tutta la midollare appartenente alla baſe del cervello, che uniſce gli emisferi, e queſti con i corpi ſtriati, forma, un po po al di dietro della commeſſura anteriore, una maſſa confuſa: e ſe ſi ſollevano gli emisferi medeſimi laſciando i N. *ottici* in ſito quaſi per roveſciar gli emisferi in dietro, ſi ſcuoprono due *archi argentini* colle corna rivolte indietro.

XVII.

(*a*) l. cit. § 15. Mem. ibid. pag. 132. ecc.

XVII. Dalla conveſſità di queſti *archi* s' avanzano due *faſcetti* pur midollari, i quali ſi vengono accoſtando l' uno all' altro verſo il centro della vicina unione de' N. *ottici*, dove intimamente ſi congiungono ancor eſſi que' *faſcetti* per dar origine a due *liſche* argentine più brevi, che ſalgono a foggia di < verſo la commeſſura anteriore, mentre che la maſſa di tutte le fibre midollari rimanente ſi porta orizzontalmente in avanti con riſalto ſuperficialiſſimo ſotto alla faccia inferiore degli emisferi verſo la punta loro, finchè imbocca l' anguſto bipartito canale, che ſcorre lungheſſo il margine ſuperiore del tramezzo delle occhiaje, donde viene a sboccare nelle diſtinte caverne delle narici, nelle quali ſenza che ve ne appariſca eſpanſione viſibile bianca, nè filo midollare, tutto il N. olfattorio ridottoſi a foggia di mucoſa pellucida gelatina, inſenſibilmente ſi perde e ſcompare.

XVIII. Trovo, o Signore, ne' miei zibaldoni ſotto li 8 d' ottobre del 1773, che facendo io in Saluzzo la notomia del Froſone, oſſervava, che alla baſe del cervello in quello ſpazio, ch' è immediatamente a tergo, e ſopra de' N. *ottici*, appariſcono quattro *ſtriſcie* midollari diſpoſte nella preſente forma *; e che le due *ſtriſcie a a* diſcendevano dalle eſtremità laterali della commeſſura anteriore, onde uniteſi nel centro *B* della ſteſſa baſe, ſi allargavano come in *c* per formare i N. *olfattorj*.



XIX. Ivi pure, ſotto li 14 dello ſteſſo meſe, deſcrivendo le coſe oſſervate nell' encefalo d' un Reattino, leggo: „ Da'
„ lati della baſe de' *corpi* cinerizj detti dall' *Allero ſtriati* ſi
„ piegano verſo il centro dell' unione loro anteriormente all'
„ imbuto due *liſche* midollari, che vi ſi congiungono ad angolo
„ acutiſſimo: la picciolezza, e la ſomma tenerezza di
„ queſte parti del Reattino mi naſcoſero l' origine di tali *liſche*
„ in alto; ma diſtintamente ſi vede, che dalla parte anteriore
„ della loro unione ſi allungano due *fettuccie midollari*
„ compoſte d' alcuni fili paralleli, che oltrepaſſano in
„ lunghezza la punta degli emisferi ſteſſi, e ſi cacciano profondamente
„ negli imbuti e membranoſi, e oſſoſi dell' eſtremità
„ anteriore della cavità del cranio, il che non laſcia
„ più dubbio veruno intorno all' eſſere queſte fettuccie, e la
„ tenera cinerizia ſu cui ſono appoggiate, i veri N. *olfattorj*.

XX. Non è dunque la punta propriamente detta degli emisferi, che forma i N. *olfat.* negli uccelli, com'è ſtato da più celebri Ornitotomici ſuppoſto, ma vi ſono *liſche* di ſoſtanza midollare deſtinate a formar queſto paro, le quali procedono tanto da' *corpi ſtriati*, quanto dalla commeſſura anteriore del III. ventricolo, e ſoſtenute da ſoſtanza cinerizia vengono ad inguainar le punte ſuddette degli emisferi, e dirigono il corſo loro per gl'imbuti olfattorj verſo le caverne ſuperiori delle narici per ſervir ivi al ſenſo dell'odorato.

XXI. Non debbe però queſto ſenſo nella maggior parte degli uccelli eſſer tanto vivace quanto ne' quadrupedi, ſe ſi ha riguardo alla ſtruttura, e all'eſtenſione degli organi, che gli ſono deſtinati, che che ſi dica ſu queſto particolare degli *Avoltoj* da *Plinio* (*a*), e delle Cornacchie dal volgo, nelle quali ho ſempre trovato i N. *olfat.* aſſai più piccoli (ſerbate le proporzioni) e meno eſteſi, che negli uomini, non che ne' più piccioli quadrupedi.

XXII. E' però degna d'oſſervazione appunto negli *Avoltoj* l'ampiezza, e le ſcambievoli comunicazioni, e gli anfratti elegantiſſimi delle caverne del naſo, che tengono a tutto il capo le ſeguenti proporzioni.

Lunghezza della teſta dal foro occipitale alla punta acutiſſima del roſtro	poll. 6.	0.	0.
Larghezza alle articolazioni delle maſcelle	3.	0.	0.
Altezza tra 'l margine poſteriore del palato e la ſommità della fronte	1.	6.	0.
Eſtenſion de' due fori olfattorj preſi inſieme nella cavità del cranio	0.	2.	0.
Diametro verticale de' medeſimi	0.	1.	0.
Divergenza degli ſteſſi nervi nella parte anterior delle occhiaje, dove traforan le oſſa per inſinuarſi nelle narici, dopo d'eſſere comparſi nelle prime	0.	6.	0.
Lunghezza del ſolco del tramezzo delle occhiaje, in cui ſcorrono per arrivare a' fori			

(*a*) *Aquilæ clarius cernunt* (*Homine*). *Vultures ſagacius odorantur; liquidius audiunt talpæ obrutæ terrâ tam denſo, atque ſurdo Naturæ elemento. Natur. Hiſtoriar. lib. X. cap. 69.*

obbliqui, irregolari, che li guidano nelle narici 0. 8. 0.

Diſtanza di queſti fori dal margine poſteriore ſuperiore dell' apertura eſterna delle narici, in gran parte coperta da lunghe ſetole foltiſſime 1. 0. 0.

Lunghezza di detta apertura quaſi ovale, coll' eſtremità più ottuſa innanzi 0. 10. 0.

Queſta maggior altezza loro 0. 6. 0.

Aperture interne al palato, lunghe 0. 10. 0.

Larghe nel mezzo della lunghezza 0. 3. 0.

Trifide in avanti per via delle *oſſa turbinate*, le quali verſo il palato ſono conveſſe in faccia al *vomero*, concave allo 'nſuori, in alto all' incontrario, trifide, diſſi, pel tratto di 1. 0. 0.

Altra loro apertura laterale 1. 0. 0.

E quaſi triangolare, coperta dagl' integumenti, limitata dal margine inferior eſterno, obbliquo dall' alto in baſſo, e innanzi pel tratto di 0. 10. 0.
dal margine anterior delle occhiaje concavo al davanti, pel tratto verticale di 0. 8. 0.
dal margine ſuperior della baſe della maſcella ſuperiore, pel tratto orizzontale di 1. 0. 0.

Queſta apertura corriſponde a tutta l' eſtenſione longitudinale degli oſſi turbinati. Comunicano le narici interne dell' *Avoltojo* colle occhiaje, preſcindendo dal foro già indicato, per due aperture, delle quali la ſuperiore dalla volta, ov' è arcata, e larga 0. 4. 0.
ſtendeſi in baſſo per lo tratto di 0. 6. 0.
formando un angolo acutiſſimo. L' inferiore diviſa dalla precedente per via di un iſtmo oſſoſo alto 0. 2. 0.
è larga 0. 10. 0.
alta 0. 6. 0.
Prolungaſi queſta ſulla volta medeſima del palato fino all' angolo anteriore delle due aperture laterali poſteriori eſterne, e di là comunica con l' intima cavità del roſtro, che nell'

Avoltojo da me attualmente eſaminato è alto 1. 0. 0.
ſenza comprendervi 0. S. 0.
di punta adunca incurvata in baſſo, e indietro; e nel ſito indicato è largo 1. 0. 0.
Il foro di tal comunicazione è obbliquo in avanti, e in dentro ha di diametro 0. 2. 0.
Il tramezzo delle narici è traforato 1.° dirimpetto alle narici eſterne per due fori: uno anteriore, quaſi rotondo che ha una linea di diametro: un altro quadrilungo, ſituato più in alto, e indietro, lungo 0. 5. 0.
alto 0. 1. 6.
A tergo, corriſpondentemente al margine anteriore delle occhiaje, manca verticalmente il tramezzo, in guiſa che (preſcindendo dal vomero ivi ſottiliſſimo, e alto appena 0. 1. 0. e dalle oſſa della volta del palato) la cavità deſtra del naſo comunica liberamente con la ſiniſtra per una apertura irregolariſſima, nel centro non larga meno di 0. 4. 0.
Il tramezzo poi delle orbite, e delle narici a tergo, è tutto voto, cavernoſo, e comunica in alto per via dello ſpugnoſiſſimo oſſo frontale, (ne' di cui ſeni ſtendeſi pur anco la membrana pituitaria dovizioſiſſima di nervicelli derivanti dal *paro olfattorio maggiore*, e dall' *olfattorio minore*) comunica, diſſi, colle ſinuoſità delle altre oſſa anteriori del cranio.

XXIII. Da queſta breve deſcrizione, o Signore, verrete probabilmente invitato a conghietturar meco, non eſſere per avventura da valutarſi ſempre più la groſſezza del tronco, perciò che concerne i nervi, che la multiplicità delle diramazioni, delle diſtribuzioni d'un tronco, ancorchè picciolo, allorchè trattaſi della squiſitezza della ſenſazione, alla quale ſerve il medeſimo nervo: ed eſſere tanto men da tacciarſi d'ineſattezza *Plinio* per aver attribuito all' Avoltojo nell' organo dell' odorato squiſitezza maggiore, che all' uomo, benchè tanto gli Anatomici della Real Accademia delle Scienze di Parigi (*a*), quanto io, ne abbiamo trovato in proporzione aſſai picciolo il par de' nervi olfattorj. Nè perchè il *Buffon* nella Storia naturale degli uccelli abbia ſcritto, che „ v' ha

---

(*a*) *Hiſtoire de l' Academie R. des ſciences. Paris Tom. I. pag.* 430.

„ un gran numero di queſti privi di narici, vale a dire privi „ di condotti aperti al di ſopra del becco di maniera, che „ non poſſon ricevere gli odori ſalvo per la feſſura interiore „, che è nella bocca „ (*a*); nè perchè leggaſi nel citato Vol. della Storia dell'Accademia ſuddetta che „ alcune volte „ mancano affatto le aperture eſteriori delle narici in alcuni „ uccelli, come in qualche *Palette*, ne' *Cormoranti*, negli *Onocrotali* „ „ (*b*) dobbiamo conghietturare, che queſto ſenſo alla volatile pennuta claſſe degli animali ſia meno eſſenziale e neceſſario, quaſi che l'acutiſſima viſta, di cui è provveduta, di leggieri foſſe per ſupplirvi, allorchè ſi trattaſſe di diſtinguere ſoltanto il proprio cibo, e di fare differenza dal ſano al nocivo, e non ſi aveſſe riguardo veruno al piacere, che trar poſſono dagli odori dilettevoli.

XXIV. Aggiungaſi poi l'ajuto, che porge a' volatili pennuti, per la ſquiſitezza di queſto ſenſo, il nervo *olfattorio minore* derivante dalla medeſima parte del cervello, dalla quale derivano gli *oftalmici*, i *Maſcellari ſuperiori*, ed *inferiori*, e diramanteſi nelle ſteſſe narici interne, e nelle caverne tappezzate dalla *membrana pituitaria*; e ci tornerà in acconcio di lodar la diligenza del *Williſio*, e la ſenſata avvedutezza, colla quale ſcriſſe (*c*) „ mentre che dal quinto paro „ de' nervi un ramo inſigne per cadaun lato, percorrendo in „ avanti le occhiaje, s'inſinua nella cavità delle narici, una „ branca ſpiccandoſi dal tronco accennato ſi diſtribuiſce per „ gli orifizj medeſimi delle narici eſterne. Frattanto amendue

---

(*a*) *Il y a un grand nombre d'oiſeaux qui n'ont point de narines, c'eſt à-dire point de conduits ouverts au deſſus du bec, en ſorte qu'ils ne peuvent recevoir les odeurs que par la fente interieure qui eſt dans la bouche.*

(*b*) *Quelquefois les ouvertures exterieures de l'oiſeau manquent tout à fait... comme dans quelques Palettes, les Cormorans, l'Onocrotal. Acad. des Scienc. L. cit.*

(*c*) *Porro cum e quinto nervorum pari ramus inſignis, in utroque latere oculi orbitam pertranſiens, naris cavernam ingreditur, e trunco ejus ſurculus emiſſus ipſi naris officio impenditur; interim ambo majores trunci, oſſe cribroſo circumdato, mutuo conveniunt, & mox ad invicem abſcedentes, & ad roſtri finem perducti, in palatum diſtribuuntur. Ad hunc modum volucres pariter ac homo, & quadrupedes peculiari olfactus organo, gemino ſcilicet proceſſu mammillari inſtruuntur; ac inſuper intra nares e quinto pari nervos adſcititios habent, quorum actione, & ramorum in alias partes communicatione etiam in ipſis ſtricta adeo inter olfactum, & guſtum affinitas contrahitur. Willis Oper. loc. cit.*

,, i tronchi maggiori girando attorno all'oſſo crivellato, vicendevolmente
,, ſi accoſtano, e congiungonſi: ma toſto ſeparandoſi
,, di nuovo, e ſcorrendo ſino alla punta del roſtro
,, per la volta del palato ſi diramano. Ecco la maniera in
,, cui *gli uccelli* del pari che gli uomini, e i quadrupedi,
,, ſon provveduti d' un particolar organo dell'odorato, che
,, è appunto il doppio proceſſo mammillare; ed oltracciò
,, hanno nelle cavità delle narici nervi derivanti dal quinto
,, paro, che a' predetti ſi aggiungono. Quindi la maraviglioſa
,, affinità del guſto, e dell' odorato in queſti animali
,, così ſtretta, e la ſimpatica azion loro, per via della comunicazion
,, de' rami da' medeſimi procedenti, con altre
,, parti. ,,

XXV. Noi di queſto nervo *olfattorio minore* ſtato accennato anche dall'*Allero*, tratteremo a ſuo luogo, e allora pure diremo quel di più, che concerne gli organi dell'odorato nelle Oche, e nelle Anitre, giacchè non poſſiamo diſgiungerlo dalla deſcrizione anatomica della maſcella ſuperiore ſenza generar confuſione ed oſcurità. Intanto ſe capiterannoci alle mani alcuni di quegli uccelli, che leggiamo eſſer privi delle aperture eſterne delle narici, ce ne varremo per aſſicurarci ſe veramente manchino affatto, o ſieno forniti delle aperture interne, le quali in tal caſo eſamineremo ſe debbano conſiderarſi unicamente come canali atti a favorir lo ſcolo di qualche mucoſità neceſſaria nelle fauci, piuttoſto che come utili per lo ſenſo dell'odorato, qualora in queſto abbia qualche peſo l'analogia.

XXVI. Perciocchè fu dimoſtrato già più volte da me che negli uomini il ſenſo dell' odorato non ſi eccita ſalvo dall' urto delle molecule odoroſe contro le nervee papille della membrana pituitaria portate nelle caverne naſali dall' aria odoriſera che vi paſſa con qualche impeto. Ed eccovene la prova. Qualſivoglia numero d'uomini tenga le proprie narici chiuſe in una camera dove ſi accenda zolſo, o polvere da ſchioppo, e reſpiri per la bocca; proverà un ſenſo più o meno grave di ſoffocazione, gli pioveranno lagrime dagli occhi al fumo di queſte o d' altre ſoſtanze grave-olizzanti acceſe, ma non diſtinguerà l' odor nè dello zolfo, nè della polvere, nè di quelle altre ſoſtanze, che s' abbruciano. Abbandoni le narici eſterne, e reſpiri a quel fumo ſoltanto con la bocca, tenendo chiuſe le narici interne per mezzo della elevazione dell' ugola, e de' veli del palato, e proverà lo ſteſſo effetto reſpirando gli aliti, che dalle fetide ſoſtanze, oppur odoroſe, ſi elevano, e non diſtingueranne la diverſità, ſe non avrà reſpirato per le narici eſteriori; cioè, ſe gli aliti odoroſi non ſaranno ſtati portati con la debita forza contro le papille nervee della membrana pituitaria, dall' aria, che paſſando per le caverne del naſo ſi fa ſtrada per eſſe, e per le narici interne verſo la trachea, e i pulmoni.

XXVII. Nè terminerò il mio diſcorſo intorno a queſti organi, e nervi, ſenza accennarvi, o Signore, che ſe un indizio della perfezion del ſenſo dell' odorato negli animali in generale ſi trae dall' eſſer le lamine, le anfrattuoſità delle caverne naſali più numeroſe, più lunghe, più elegantemente fraſtagliate, rinvoltate, ammaſſate, quaſi che per mezzo di tale più compoſta, più complicata conformazione, ivi ſi contenga un maggior numero di filamenti, di papille nervee; e meglio ſi ritengano, s' inceppino, ſi applichino contro le dette papille, i detti nervei ſpandimenti, gli effluvii, le odoroſe particelle de' corpi, in que' giri, ed avvolgimenti delle caverne ſteſſe: certamente molto più ſquiſito ſarà l' odorato degli Avoltoj, delle Aquile, de' Nibbj, e de' Barbagianni (lo ſpugnoſo-cartilagineo organo particolar de' quali deſtinato all' odorato deſcriveraſſi altrove) molto più ſquiſito, diceva, nelle Anitre, e nelle Oche ſarà, di quello che ſia ne' Papagalli, e in altri volatili di tale ſpecie, ne' quali tutte le caverne naſali conſiſtono in poco più d' una doppia cavità rotonda larga quanto un picciolo piſello, ripiena di ſpeſſo moccio addenſato, e d' una tenue non anfrattuoſa membrana.

RIFLESSIONI

INTORNO ALLA CAUSA D'UN FENOMENO ELETTRICO

Del P. Giovambatista da S. Martino.

I. Il Sig. *Comus*, noto per le ſue produzioni, e per la perſpicacia de' ſuoi talenti a tutta l'Europa, iſtituì una ſerie di ſperimenti elettrici alla preſenza di S. A. il Sig. Duca di di *Chartres*, e de' Signori *Delort*, *Roüelle*, *d'Arcet*, e *Rozier*, deputati da S. A. per verificarne i fatti, e per atteſtarli. Tra queſti eſperimenti uno, che ora imprendo io ad eſaminare, fu quello, onde l'Autore volle aſſicurarſi, ſe i liquori elettrizzati diveniſſero più leggieri, o più peſanti. Preſe a tale oggetto un areometro di vetro caricato con del mercurio, e l'immerſe in un ſecchiello di latta pieno di acqua. Iſolò il ſecchiello ſu d'un ſgabelletto di criſtallo, e dopo di avere elettrizzata l'acqua, ſi vide il peſa-liquori alzarſi di tre gradi ſulla ſuperficie di lei: cavò la ſcintilla, e lo ſtrumento ricadde allo ſteſſo grado, ove era prima. Cambiò l'eſperimento, mettendo l'areometro in una boccia di Leiden piena di acqua, ed il riſultato fu lo ſteſſo. L'eſperienza fatta con varj altri fluidi ha dato coſtantemente i medeſimi riſultati, e lo ſtrumento ſi è ſempre alzato di tre gradi allo 'ncirca. Volendo convincerſi, ſe il mercurio, che ſerviva di ſavorra al peſa-liquori, aveſſe alcuna parte nel ſuo innalzamento, ſi ſoſtituì la ſabbia in luogo ſuo; ma il riſultato fu tuttavia lo ſteſſo.

II. Bramoſo io d'inveſtigare il giuoco della Natura, di toccar col dito il miſtero delle ſue operazioni, e di ſcuoprire la cauſa di queſto ben ſingolare fenomeno, la prima delle mie attenzioni fu quella di ripetere le ſperienze medeſime dell'Autore, per verificarne il ſucceſſo. Preſi quindi un vaſo di vetro del diametro di ſei pollici e mezzo di Parigi, e dell'altezza di pollici nove; il riveſtii all'eſterno di un' armatura metallica, a quella ſoggia ſteſſa che ſi pratica con le bottiglie di Leiden, ed avendolo riempiuto a due terzi di acqua, v'immerſi l'areometro, ch'era egli pure di vetro, ne elettrizzai l'acqua con cinquanta giri della macchina, e l'areometro ſi trovò alzato di $\frac{60}{100}$ di grado. Ne cavai ſubito la ſcintilla, e l'areometro s'abbaſsò immantinente al grado di prima. Ho replicata in ſeguito moltiſſime altre volte la medeſima ſperienza, ſervendomi ſempre dello ſteſſo vaſo, del medeſimo areometro, della ſteſſa acqua, con l'attenzione altresì, che foſſe ogni volta elettrizzata allo ſteſſo grado, il che mi veniva indicato dall'elettrometro; ed i riſultati furono coſtantemente uniformi; di maniera che l'areometro ſi alzò ſempre, nè più, nè meno di $\frac{60}{100}$ di grado.

III. Eſſendoſi omeſſo di avvertire a quai punti fiſſi ſteſſe appoggiata la graduazione dell'areometro del Sig. *Comus*, noi non poſſiamo concepire il valore dei tre gradi di aſcenſione da lui indicati, il che era coſa non indifferente a ſaperſi. L'areometro, di cui mi ſono io ſervito, è quello, che ho deſcritto nella mia *Memoria ſulla maniera di fare, e di conſervare i vini*, che riportò il premio al giudizio della Reale Società Patriotica di Milano. In eſſo è notato zero al punto, ove l'areometro ſi affonda entro l' acqua diſtillata, e ridotta alla temperatura di gradi 15 del termometro a mercurio ſecondo la graduazione di *Reaumur*: ed al termine, ove ſi ſtabiliſce, allorchè s'immerge entro una diſſoluzione di due parti di acqua diſtillata, ed una di zucchero, poſta alla medeſima temperatura, ſono marcati i gradi 40. Sicchè per varj eſperimenti, che feci in appreſſo, ogni grado creſcente di queſta diviſione indica nel liquore, cui s'immerge l'areometro, l'accreſcimento di $\frac{1}{250}$ di maggiore ſpecifica gravità. Di ſorte che ſe un volume di acqua pura, nel quale l'areometro ſi ferma allo zero, peſi libbre 250; una diſſoluzione qualunque di egual volume, ove l'areometro ſi ſtabiliſſe a gradi uno, peſerebbe libbre 251; e quindi le ſpecifiche loro gravità ſarebbero nella medeſima proporzione, come 250 a 251. Per la qual coſa ſe il rialzamento dell' areometro nelle teſtè nominate ſperienze derivaſſe dall' accreſciuta ſpecifica gravità dell' acqua, il che ci reſta tuttavia ad eſaminare, eſſo indicherebbe l' aumento del detto peſo eſſere di $\frac{3}{1250}$ del primiero volume; ſecondo la ſeguente analogia $\frac{60}{100} : 1 :: \frac{1}{250} : \frac{3}{1250}$.

IV. In conſeguenza delle ſopra riferite ſperienze io era portato a credere, che la maggior ſalita dell' areometro entro l' acqua elettrizzata foſſe ſtabilita all' indicato valore di $\frac{60}{100}$, ſecondo la mia graduazione; e che queſto valore doveſſe probabilmente corriſpondere ai tre gradi dell' areometro del Sig. *Comus*. Se non ſe ſpinto da un certo non ſo quale ſpirito di ricerca, mi venne talento di rifare le medeſime prove con un ſecondo, indi con un terzo areometro, amendue differenti dal primo sì in peſo, che in grandezza, ma graduati non per tanto ſui medeſimi principj. Il riſultato fu, che per quanto replicaſſi gli ſperimenti, ed uſaſſi ogni circoſpezione, affinchè l' acqua foſſe elettrizzata al medeſimo grado, uno di eſſi non ſi ſollevò giammai al di là di $\frac{28}{100}$ di grado, e l' altro giunſe fino ai $\frac{75}{100}$. A queſta diverſità, che mi giunſe inaſpettata, la prima idea, che mi ſi riſvegliò, fu quella di penſare, che gli areometri ſi foſſero ſconcertati. Ma avendoli ſottopoſti alle prove, coll' immergerli prima nell' acqua diſtillata, indi in una diſſoluzione di due parti di acqua, ed una di zucchero, il tutto alla temperatura di gradi 15, gli trovai perfettamente uniformi; dal che ne ſiegue, che la rimarcata diverſità dee dipendere da altre cauſe, da dover eſſere in ſeguito eſaminate. Nulla oſtante però un tal divario, il principale riſultato delle fin qui ripetute ſperienze ſi è, che l' areometro s' innalza entro all' acqua poſitivamente elettrizzata. E ciò è quello, di che io dovea aſſicurarmi, prima di procedere ad ulteriori perquiſizioni.

V. Poſta fuor d'ogni dubbio la realità del fatto, mi rivolſi ad indagare, quale poſſa eſſer la cauſa del conoſciuto innalzamento, e per qual motivo altresì al medeſimo grado di elettricità non corriſponda ſempre un'egual ſalita dell'areometro. In quanto alla cauſa del fenomeno il Sig. *Comus*, pieno di moderazione, e di riguardo, ſi contenta di avere eſpoſto il riſultato delle ſue ſperienze, laſciando ad altri Fiſici il *ricercarne la cagione*, *ed il determinare*, *ſe l'effetto dipenda dal continente*, *dal contenuto*, *o dal fluido circoſtante*. Ei crede di avere oſſervato, che *l'acqua era più peſante di qualche coſa dopo l'operazione*; ma avverte con tutta ingenuità, che queſta conghiettura vuol eſſere confermata. La ſola ſoſpizione d'un uomo, che eccede tutti i numeri, quale ſi è il Sig. *Comus*, baſterebbe a giuſtificare la noſtra credenza, qualor ſulla fede, e ſulla ſtima di lui ci determinaſſimo a penſare, che l'acqua elettrizzandoſi divenga ſpecificamente più grave, e che queſto nuovo acquiſto di gravità ſia deſſo la cagione dell'innalzamento dell'areometro. Contuttociò per non ſeguir ciecamente l'orme talor vacillanti della ſola autorità, per non interpretare le coſe a capriccio, per non togliere all'eſperienza i ſuoi diritti, per dare al preſente argomento quel grado di preciſione, e di forza, di cui è ſuſcettibile, noi intraprendiamo di eſaminare alquanto più a fondo la quiſtione.

VI. Ognun ſa, che la teoria dell'areometro, oſſia, del così volgarmente detto *peſa-liquori*, è appoggiata a queſto principio: *Un corpo ſolido men peſante d'un egual volume di fluido, nel quale è immerſo, galleggia in parte; ed il volume del fluido eguale alla parte di eſſo immerſa peſa come tutto il ſolido*. Quindi quanto meno s'immerge l'areometro entro un dato fluido, tanto maggiore è la ſpecifica gravità del fluido ſteſſo; e l'aumento di queſta ſi rileva per ordinario dai gradi, che ſogliono notarſi lungo l'aſta dell'areometro. Sicchè ſtando ſemplicemente a quel che appare, ſembrerebbe, che ſiccome l'areometro ſi affonda meno entro l'acqua, allorchè è ſopraccarica di elettricità, di quel che ſia quando è ſpoglia di queſto eccesso, ella doveſſe elettrizzandoſi acquiſtare maggior peſo ſpecifico. Ma niente di più eſſenziale per un cauto Oſſervatore quanto lo ſtarſene in guardia contro gli oggetti apparenti, ed il diſtinguere la realità de' fatti da quelle vane eſcreſcenze, che ingombrano sì ſovente la fantaſia. Affinchè l'acqua, o qualunque ſieſi altro fluido, abbia a divenire ſpecificamente più grave, io non conoſco altri mezzi, che i tre ſeguenti. Il primo è quello che naſce dal cambiamento della temperatura. Imperciocchè paſſando il fluido da uno ſtato di calore ad uno ſtato di frigidezza, i ſuoi pori ſi reſtringono, le parti coſtituenti acquiſtano più aderenza, ſi aumenta la maſſa, e ſotto un medeſimo volume il peſo diviene ſempre maggiore. L'altro mezzo è quello di fare ſvaporare la parte più volatile del fluido ſteſſo, ſe ne contiene. Per queſta via lo ſpirito di vino, l'acqua di mare, le varie diſſoluzioni, e generalmente tutti i fluidi compoſti di ſoſtanze di gravità diverſa, eſponendoli alla ſvaporazione, acquiſtano una maggiore ſpecifica gravità; perchè eſalando la parte più volatile, rimane la porzione più flemmatica, e più denſa. L'ultimo di queſti mezzi, atto egualmente ad accreſcere il peſo de' liquidi, è quello di farvi diſciogliere per entro qualche altra ſoſtanza ſpecificamente più grave del fluido ſteſſo, il quale ſerve di meſtruo. A queſta claſſe appartengono le diſſoluzioni di zucchero, di nitro, di ſal marino, di tartaro, e tali altre ſimili, le quali divengono di un peſo ſpecifico maggiore dell'acqua ſemplice, e ſoſtengono perciò a maggiore altezza l'areometro, che vi è immerſo.

VII. Ora per quale degl' indicati mezzi l'acqua, e gli altri fluidi elettrizzati potrebbero acquiſtare quella maggiore gravità ſpecifica, che pur ſarebbe neceſſaria, qualor doveſſe eſſer ella la cauſa dell'innalzamento dell'areometro? Rapporto al primo, cioè, che l'acqua elettrizzandoſi divenga più grave in quanto che ella giunga a cambiar temperatura; io credo che non ſaravvi alcuno tra Filoſofi, il quale ſi ſenta in grado di volerlo ſoſtenere. E noi perderemmo l'olio, e la fatica, ſe voleſſimo inſiſtere a combattere un ſiffatto erroneo penſamento. L'acqua diſtillata perdendo 40 gradi di calore al termometro di *Reaumur*, ella ſpinge in alto l'areometro graduato ſecondo la mia diviſione di gradi cinque e mezzo. Sicchè per far ſalire il medeſimo ſtrumento di $\frac{92}{100}$ di grado, ch'è la maggiore altezza, cui l'abbia veduto pervenire, ſarebbe neceſſario, che per mezzo della elettrizzazione l'acqua veniſſe a perdere $\frac{253}{2000}$ di calore, ſecondo la ſeguente formula $40 : 5\frac{1}{2} :: \frac{92}{100} : \frac{253}{2000}$. Il che aſſolutamente non ſuccede; poichè per quanto ſi continui a tener l'acqua ſotto l'azione della macchina, ella perſiſte nel ſuo primiero grado di calore, quando non ſi cambj la temperatura dell'ambiente, come con delle ſperienze dirette me ne ſono aſſicurato fino all'ultima evidenza.

VIII. In quanto al ſecondo mezzo, noi ſappiamo bensì, che l'elettricità promuove efficacemente la ſvaporazione, durante la quale, le parti più volatili de' fluidi ſi riſolvono in vapore. Ma quali ſono entro all'acqua pura queſte parti più volatili dell'acqua ſteſſa? Per chiarirmene appieno eſpoſi per più ſettimane un vaſe di acqua ad una lenta ſvaporazione, finchè l'acqua ſi trovò ridotta alla metà del ſuo primo volume. V'immerſi allora il mio areometro, il quale ſi ſtabilì a quel medeſimo preciſo grado, che era ſtato da lui indicato prima della ſvaporazione. Siccome poi io vo tenendo conto della evaporazione annua, ebbi perciò occaſione di ripetere altre volte queſta prova in varj tempi, in differenti circoſtanze, e a diverſe diminuzioni dell'acqua; ma ſempre col medeſimo riſultato. Lo ſteſſo pure avvenne in un volume di acqua, che mediante l'ebullizione ho fatto ſcemare di due terzi. Tutto ciò moſtra ben chiaramente, che, parlandoſi dell'acqua, la ſvaporazione non ne fa punto creſcere la ſpecifica gravità. Oltr'a che, ſe l'acqua elettrizzandoſi diveniſſe ſpecificamente più grave per la diſperſione delle ſuppoſte particelle più volatili, ella dovrebbe conſervarſi tale anche in appreſſo, almeno per lunga pezza, nè dovrebbe tornare sì toſto alla ſua leggerezza primiera; il che è affatto contrario all'eſperienza; poichè appena noi caviamo la ſcintilla dall'acqua elettrizzata, che l'areometro torna ſubito ad abbaſſarſi al grado, ove era prima di cominciar l'operazione.

IX. Molto più imbarazzati noi ſaremmo, ſe voleſſimo ſoſtenere, che l'acqua elettrizzata ſi renda più grave per l'intromeſſione di qualche altra ſoſtanza di peſo ſpecifico maggiore. Una tale intromeſſione ripugna apertamente al buon ſenſo, alla ragione, all'eſperienza; e a chiunque ſi proponeſſe di volerla ſoſtenere, incomberebbe ſempre lo ſtretto obbligo di additarci a quale dei molti generi appartenga la ſoſtanza novellamente intruſa. L'unica materia da noi conoſciuta, che reſti introdotta nell'acqua, allorchè ſi elettrizza, ella è appunto il fluido elettrico. Noi conveniamo da bel principio, che queſto fluido ſia corpo, che ſia compoſto di elementi materiali, che ſia dotato di quale ella ſieſi ſpecifica gravità; accordiamo altresì, che con l'artificio delle noſtre macchine venga eſſo fortemente addenſato, e compreſſo entro all'acqua. Non potrebbe dunque egli ſteſſo queſto fluido eſſer deſſo la cauſa, onde acquiſti l'acqua una maggiore ſpecifica gravità? Ma qui appunto ſta il nodo più implicato, e malagevole. Primieramente non ſappiamo quale ſia in realtà il peſo ſpecifico del fluido elettrico; nè alcuno, che ſi ſappia, è giunto finora a tanto di poterlo ſcandagliare. Suppongaſi non per tanto per mera ipoteſi, che eſſo equivaglia al peſo dell'aria; quantunque in effetto debba eſſere incomparabilmente più leggiero. In tale ſuppoſto, ſarebbe neceſſario, che foſſe talmente addenſato entro l'acqua, fino ad occupare uno ſpazio ottocento volte minore del ſuo ordinario, ed anche in allora il peſo di lui ſarebbe eguale a quello dell'acqua, nè le aumenterebbe per conſeguenza la gravità ſpecifica. Ma laſciamo le ſuppoſizioni, e venghiamo alle ſeguenti ſperienze.

X. Preſi una boccia di Leiden del peſo di libbre tre, oncie 4, grani 38, la cui armatura interna era di 230 pollici quadrati di ſuperficie, e dopo di averla ben caricata, quanto mai potea eſſerlo, la peſai di nuovo, ſtandoſene così carica. Per quanta circoſpezione io abbia uſata, non mi fu poſſibile di ſcuoprire, che il ſuo peſo ſi foſſe accreſciuto del più minimo atomo, quantunque la bilancia, di cui mi ſono ſervito, foſſe atta ad indicare fino la decima parte di un grano; e quindi ſe il peſo ſi foſſe ſoltanto aumentato di $\frac{1}{19238}$ io avrei dovuto accorgermene. Ripetei, come ſon ſolito ſempre fare nelle mie ricerche, la ſteſſa prova; ma ſempre col medeſimo ſucceſſo. Non per tanto dubitando, che qualche non preveduta differenza ſi poteſſe riſcontrare tra il modo, onde il fluido elettrico aderiſce alla ſuperficie metallica, e quello, onde rimane compreſſo nell'acqua, variai le mie prove nella ſeguente forma. Traſcelſi un recipiente di vetro armato all'eſterno di foglia metallica, ed il riempj a due terzi d'acqua, notandone il peſo ſeparatamente da quello del vaſe. Dopo di averlo fortemente elettrizzato, il peſai di nuovo, prima che veniſſe a ſcaricarſi. Quindici volte di ſeguito ho ripetuto queſto lavoro con recipienti diverſi, e ne ebbi i ſeguenti riſultati. 1. L'acqua elettrizzata lungi dall' acquiſtare una maggiore ſpecifica gravità, la trovai anzi coſtantemente diminuita di peſo. 2. La diminuzione era egualmente la ſteſſa, ſenza il minimo divario, tanto peſando l'acqua, finchè era carica di elettricità, quanto peſandola dopo di averne cavata la ſcintilla. 3. Il peſo dell'acqua, che rimaneva dopo l'elettrizzazione, era in ragione inverſa compoſta del tempo impiegato nell'elettrizzarla, e dell'ampiezza della ſuperficie, che ella preſentava. Di modo che quanto più ampia è la ſuperficie dell'acqua entro al vaſo, e quanto più a lungo ella rimane ſotto l'azione della macchina, tanto maggiore è la diminuzione del ſuo peſo dopo l'operazione. Queſti fenomeni, che ſono un effetto immediato della ſvaporazione avvalorata, promoſſa, ed accreſciuta dalla forza elettrica, moſtrano altresì, per quanto mi pare, ad evidenza, che l'acqua elettrizzandoſi non acquiſti altrimenti maggiore ſpecifica gravità; e quindi che l'aſcendimento dell'areometro non dipenda per verun modo da una cauſa, la quale punto non eſiſte; ma da una cauſa, che ci rimane tuttavia ad indagare.

XI. Non fu da principio, che un ſemplice mio ſoſpetto, quello di penſare, che l'innalzamento dell' areometro poſſa eſſer cagionato dall'attività, e dalla forza dello ſteſſo fluido elettrico, il quale riſtretto, addenſato e compreſſo fra l'acqua, tenta di ſortire per ricomporſi all'uguaglianza.

XII. La gran legge dell'equilibrio, che regna in tutti i fluidi, che procede evidentemente dalla mobilità delle loro parti, dalla loro agitazione inteſtina, e dalla egual preſſione in tutti i ſenſi, ella è deſſa quel principio univerſale, onde tendono eſſi a riſtabilire la continuazione, ove ſia interrotta, col diſtribuirſi equabilmente fra tutte le ſoſtanze in quella doſe, e a quella proporzione, ch'è relativa alla capacità di ciaſcuna di eſſe. Una differenza non per tanto molto rimarcabile ſi ſcorge nella maniera ſteſſa, onde viene a compierſi queſta equilibrata ripartizione. Mercecchè alcuni fluidi non giungono alla loro egual diffuſione, che aſſai lentamente, e dopo un periodo di tempo più o meno lungo. Così i panni, le bambagine, le ſtoffe, e tante altre ſoſtanze le quali mantengono per lungo ſpazio il calore, e così i molti giorni, e le intere ſettimane, che ſi richieggono, pria che l'umidità ſorta da alcuni corpi, onde era ſtata aſſorbita, e pongaſi all'uguaglianza con la doſe di umidità, che regna nell'aria. Pel contrario il fluido elettrico tende con una rapidità impercettibile all'adequata ſua diſtribuzione; del che ne abbiamo delle prove affatto convincenti e nella vivacità delle ſcintille, che ſortono dalla bottiglia di Leiden, e nell'iſtantaneo ſuo diſcorrimento lungo i fili metallici, e nell' impeto ſteſſo formidabile, onde ſcoppiano dall' alto le folgori. Partendo da queſto principio, che ha per fondamento la giornaliera ſperienza, è facile il concepire, che trovandoſi il fluido elettrico condenſato in copia entro un corpo anelettrico, eſerciti in tutti i ſenſi una forza, la quale dee eſſere proporzionale ed alla ſua quantità, ed al grado del ſuo addenſamento; e che con queſta forza medeſima ei tenti di ſormontare, e di vincere la reſiſtenza de' corpi coibenti da' quali è circondato. Riempiaſi ora di acqua un recipiente di vetro, e ſe le doni un grado di elettricità molto intenſo: due ſaranno i corpi iſolanti, che formano oſtacolo a queſto ammaſſo di elettricità, il vetro, che lo cinge ai lati, e al fondo, e l'aria, che comunica con la ſua ſuperficie. E poſciachè l'aria, anche la più aſciutta, è ſempre meno iſolante del vetro; perciò l'impeto, e lo sforzo maggiore di queſto fluido dee eſſer rivolto verſo la parte più debole, vale a dire, verſo la ſuperficie ſteſſa. L'immagine di un rapido, ed impetuoſo torrente, che urta, che minaccia, che ſpigne, e che rompe nel ſito medeſimo il meno forte dei ripari, non è deſſa un'immagine sì pretta oratoria, che non poſſa acconciamente adattarſi a ſpiegare l'idea di un filoſofo, e a porre in chiaro la verità, che tentiamo di ſviluppare.

luppare. Da queſto attivo principio, da queſta energica forza eſpulſiva, da cui, come da unica, e vera cauſa derivano e l' aumento della ſvaporazione ne' fluidi elettrizzati, e la ripulſione de' corpicelli leggieri, e la più celere vegetazion delle piante, e 'l diſcioglimento degli umori ſtagnanti, e lo ſviluppo degl' ingorghi, el a ſoluzion delle ſtaſi, e il deoppilamento de' vaſi oſtruiti, e mille, e cento altri effetti di cotal genere, da queſto medeſimo principio, io dico, ſembra altresì dover traere la ſua origine l' innalzamento dell' areometro nelle indicate ſperienze. Un corpo galleggiante entro un fluido, ch' è nella ſua maggiore effervefcenza, che inviſibilmente gorgoglia, ſi slancia, e ſorbolle, che fa degli sforzi per ſollevarſi, ed eſpanderſi, non può a meno di non ſentirne eſſo pure l' impreſſione, e di non rimaner ſollevato in ragione diretta all' impulſo, che ne va ricevendo. Le numeroſe ſperienze, che a queſto oggetto ebbi la compiacenza di praticare, lungi dallo indebolire, non ſanno che vie maggiormente conſermare le mie conghietture; ed i riſultati, che ne andrò brevemente ſponendo, ſerviranno a provare, che la forza impellente del fluido elettrico, il quale tende a diffonderſi, può eſſer ragionevolmente conſiderata come la cauſa, onde l' areometro viene ad alzarſi; e che ſecondo i varj gradi di queſta ſorza, anche l' innalzamento debba renderſi più, o meno ſenſibile, a norma delle ricorrenti circoſtanze.

XIII. Quando negli eſperimenti ſi adopera un vaſo di vetro di perfetta qualità iſolante, il quale contenga l' acqua da elettrizzarſi, l' innalzamento dell' areometro, tutte le altre coſe d' altronde uguali, è maggiore, di quel che ſia allorchè l' acqua è collocata entro un recipiente metallico, nulla oſtante, che queſto reſti iſolato ſur uno ſgabello di reſina, o di vetro. La ragione di queſto divario ſembra eſſere delle più naturali. L' acqua entro un vaſe di vetro ſi trova contorniata, e rinchiuſa, come diſſi più ſopra, da due corpi iſolanti, cioè, dall' aria, e dal vetro. E poichè il vetro, che la contiene, è dotato d' una ſacoltà meglio iſolante, che non è l' aria, che le ſta al di ſopra; così l' impeto, e lo sforzo maggiore, che eſercita il fluido elettrico, è rivolto appunto al di ſopra verſo la ſuperficie dell' acqua, ove trova una minor reſiſtenza; e quindi l' innalzamento dell' areometro dee eſſer maggiore. Per l' oppoſto allorchè l' acqua è contenuta entro un vaſe di metallo, l'acqua forma un ſolo corpo anelettrico col vaſo ſteſſo; l' elettricità è ſparſa egualmente tra l'acqua e le pareti del recipiente; l' aria quindi è il ſolo corpo idio-elettrico, che circondi queſto ammaſſo di elettricità; la reſiſtenza perciò è debole egualmente per tutti i lati; la forza eſpanſiva è ripartita ſecondo tutte le dimenſioni; ed in conſeguenza tanto più debole ella diventa alla ſuperficie, e quindi minore deve eſſere anche l'innalzamento dell' areometro.

XIV. Dato lo ſteſſo numero di giri della macchina, la ſalita dell'areometro è in ragione della ſiccità dell'aria ambiente. Quando l'aria è umida, poca elettricità ſi raccoglie; ed eſſendo queſta una verità nota a chiunque, io mi credo eſente dal debito di dimoſtrarla. Non baſta. L'aria umida è anche poco iſolante; e quindi quella poca elettricità, che ſi va raccogliendo, facilmente anche ſi diſperde. Per l'oppoſto ne' tempi aſciutti l'elettricità è copioſa, l'aria è più iſolante, e forma maggiore oſtacolo alla diſperſione di queſto fluido; l'acqua ſe ne carica in maggior doſe, la forza impellente è più attiva, e l' aſcenſione dell' areometro ſta nella medeſima proporzione.

XV. Giunto che ſia l' areometro ad una data altezza, ch'è varia ſecondo le diverſe attuali circoſtanze, quantunque ſi continui l'azione della macchina, l'iſtrumento ſe ne rimane ſtazionario, nè più aſcende. Infatti la doſe di elettricità, di cui può caricarſi un corpo anelettrico, è proporzionale ed alla capacità del corpo ſteſſo più, o meno atto a contenerla, ed alla maggiore, o minore virtù iſolante del corpo idio-elettrico, che lo circonda. Quindi l'acqua entro un vaſe di vetro, anche nelle più favorevoli circoſtanze, non è ſuſcettibile che di una determinata doſe di fuoco elettrico, la quale ſia relativa e alla ſua capacità in contenerlo, e alla forza coibente dell' aria che forma oſtacolo. La quantità di queſto fluido ſarebbe maggiore nel caſo, che ſi poteſſe o accreſcere la virtù idio-elettrica dell' aria, e renderla più iſolante; oppure ampliare la capacità dell'acqua; il che, ſecondo le oſſervazioni di alcuni moderni Fiſici, ſuccederebbe allorchè ſi riduceſſe l' acqua allo ſtato di vapore. Quindi ſecondo il metodo conſueto non eſſendo poſſibile di addenſare queſto fluido, ſe non fino a un dato termine, ne ſiegue che anche l'aſcenſione dell'areometro debba avere i ſuoi limiti, giunto ai quali l'iſtrumento ſe ne rimanga ſtazionario.

XVI. L'areometro, a pari circoſtanze, aſcende più, quando il recipiente di vetro, che contiene l'acqua, è armato eſternamente di foglia metallica, di quel che ſia allorchè n'è privo. Egli è un fatto noto oramai a tutti i Fiſici, che un corpo anelettrico ſi carica di maggiore elettricità, quando il corpo idio-elettrico, che gli ſerve d'iſolante, poggia ſopra un altro corpo anelettrico, di quel che ſarebbe ſe foſſe aderente ad un ſecondo corpo idio-elettrico. Collocate la bottiglia ſteſſa di Leiden, tuttochè armata all'eſterno, ſopra un corpo iſolante, ed eſſa raccorrà molto minor copia di fluido elettrico, che non ſarebbe ſtando appoggiata ſopra un corpo conduttore. Ora il recipiente di vetro, di cui parliamo, quando non è armato al di fuori, le ſue pareti eſterne poggiano, o dirò meglio, comunicano con l'aria, ch'è corpo iſolante; dovechè eſſendo fornito della ſua armatura, queſta gli ſerve di appoggio; e quindi, ſecondo la regola teſtè nominata, il vaſe ſi rende più atto a raccogliere, e a contenere più elettricità; dal che ne ſiegue, che anche l'areometro debba aſcendere maggiormente.

XVII. La ſalita dell'iſtrumento ſta in ragione inverſa all'ampiezza della ſuperficie, che preſenta l'acqua elettrizzata. Imperciocchè la forza eſpellente del fluido elettrico ha tanto meno di azione per inveſtire, e far innalzare l'areometro, quanto più diſtribuita ſi trova fra un maggior numero di punti.

XVIII. La materia ſteſſa, e la forma, ond'è coſtruito l'areometro, concorrono d'una maniera ſignificante a render varia la ſua aſcenſione. Gli areometri compoſti di ſoſtanze elettriche per comunicazione, a pari circoſtanze, ſono meno ſenſibili di quelli, che ſono formati di vetro, o di qualunque altra materia elettrica di ſua natura. Per la qual coſa, allorchè tanto il recipiente dell'acqua, quanto l'areometro, che vi galleggia al di ſopra, ſono di metallo, l'aſcendimento è appena diſtinguibile all'occhio il più eſercitato, ed attento. Poichè oltr'a ciò, che l'elettricità ſi diſperde per le pareti del vaſo, ella ſe ne aſcende altresì con pochiſſima reſiſtenza per l'aſta dell'areometro. Feci più volte la prova con un areometro di ottone, coſtruito in guiſa, che la ſua aſta veniva a terminare in punta; nè mai diede il minimo ſegno d'innalzamento; come è ben facile il dover comprendere.

XIX. Qualunque altra coſa d'altronde uguale, l'areometro fa maggior ſalita, quanto maggiore è l' ampiezza della ſua palla. Di fatto la forza, e l' impulſo, che eſercita il fluido elettrico per iſpanderſi al di ſopra, dee avere tanto più di preſa per inveſtire, e per innalzare l'iſtrumento, quanto la palla di eſſo è più ampia, ed occupa una porzione maggiore di ſuperficie. Io pongo nella qui ſottopoſta tabella il riſultato di varj ſperimenti, che feci con ſei areometri di vetro di vario peſo, e grandezza, ma uniſoni nella loro graduazione; facendo ſempre uſo del medeſimo recipiente, e della ſteſſa quantità di acqua. Nella prima caſella evvi eſpoſto con ordine il numero di ciaſcuno areometro; nella ſeconda trovaſi eſpreſſa in linee quadrate la ſuperficie della loro palla; nella terza l'intero peſo dell' iſtrumento, notato in grani, de' quali 480 fanno un' oncia della libbra ſottile di Venezia; nella quarta in fine ſi rimarca in centeſimi di grado l' innalzamento di ciaſcuno areometro immerſo nell' acqua elettrizzata fino al punto, che l' iſtrumento rimaneva ſtazionario.

TAVOLA

Dell' innalzamento di varj areometri.

Areometri	Superficie	Peſo	Innalzamento
	Linee quadr.	Grani	Grad. centeſimi
Primo	460	308	0, 28
Secondo	708	350	0, 35
Terzo	1520	480	0, 60
Quarto	2016	608	0, 64
Quinto	2828	702	0, 75
Seſto	4464	970	0, 92

Da quanto ſta eſpoſto in queſta tabella ſembra di poter rilevare, che l' innalzamento dell' areometro, ſe non ſiegue eſattamente, almeno ſi avvicina di molto ad una ragione compoſta, la quale è direttamente come il quadrato de' diametri delle sfere, ed inverſamente come i peſi. Imperciocchè quantunque la ſola metà inferiore della sfera ſia quella, ſu cui il fluido elettrico eſercita la ſua azione impellente, pure eſſendo le intere ſuperficie come il quadrato de' diametri, anche la metà di eſſe ſegue la medeſima proporzione. In quanto poi alla ragione inverſa, è coſa evidente, che convien calcolare il peſo di tutto lo ſtrumento, perchè egli è tutto il peſo di eſſo quello che ſerve di oſtacolo al maggiore ſuo innalzamento.

XX. Se dopo di aver elettrizzata l' acqua, in vece di cavar la ſcintilla, ſi laſcia che l'acqua ſi ſcarichi lentamente da ſe; anche l' areometro va poco a poco diſcendendo; coſicchè quando l' elettricità è giunta ad equilibrarſi, l' iſtrumento pure ſi trova ſtabilito al ſuo grado di prima.

XXI. Una varietà molto rilevante ſi riſcontra tra l' oſſervare l' areometro alla ſuperficie dell' acqua, ed oſſervarlo al livello degli orli del vaſo. Se dopo aver cavata la ſcintilla, ſi oſſervano i gradi dell' immerſione alla ſuperficie dell' acqua, l' iſtrumento, come ho detto più volte, ſi trova preciſamente diſceſo al grado, ove era prima. Ma ſe ſopra gli orli del vaſo ſi ſtende orizzontalmente una laſtra di vetro, ed al livello di eſſa ſi oſſervino i gradi dell' affondamento, ſi troverà, che l' areometro è diſceſo più a fondo di quel ch' era prima. Queſto ſenomeno, che ho tante volte riſcontrato, e che coſtantemente ſuccede, non è atto per verun modo ad imbarazzar la chiarezza delle idee; ma ſerve anzi di nuova conferma a quanto finora mi ſono induſtriato di eſporre. Uno degli effetti della elettricità poſta in azione, ſi è quello di promuovere efficacemente la ſvaporazione de' liquidi. In pochi minuti io feci ſcemar l' acqua di un vaſe di $\frac{1}{75}$. del ſuo peſo primiero. Ed eſſendo ne' fluidi omogenei i volumi direttamente come i peſi; perciò anche il ſuo volume dovette eſſer diminuito di altrettanto. Queſta diminuzione di peſo, e di volume è ſempre varia, e dipende da molte circoſtanze, dalla più, o meno forza della macchina, dalla maggiore, o minore ſuperficie, che preſenta l' acqua, dal tempo più, o meno lungo, che s' impiega in elettrizzarla. Entro un intervallo alquanto conſiderabile non è niente difficile fare iſcemar l' acqua di un quarto, ed anche della metà del ſuo volume totale. Egli è dunque certo, che l' acqua de' noſtri ſperimenti nell' atto ſteſſo, che elettrizzandoſi ſpigne in alto l' areometro, ella diminuiſce altresì di volume, e che quanto più continua a ſtarſene ſotto l' azione della macchina, tanto maggiormente il ſuo volume decreſce. Per la qual coſa, ſe dopo di aver cavata la ſcintilla, ſi oſſervano i gradi dell' areometro alla ſuperficie dell' acqua, ſi trovano eſſi preciſamente quali erano avanti l'operazione; perchè conſervando l'acqua la ſua medeſima gravità ſpecifica, ceſſato l'impulſo elettrico, l'areometro torna al ſuo grado primiero. Nè punto fa forza la diminuzione del ſuo volume, mentre data la medeſima qualità di acqua, il grado d'immerſione è ſempre eguale, tanto in un volume di tre mila botti, quanto di due ſole pinte. Diverſamente ſuccede, allorchè ſe ne rilevano i gradi, non già alla ſuperficie dell' acqua, ma al livello della laſtra poſta ſugli orli del vaſo; poichè da queſto punto ſi conoſce il decremento del volume di acqua. Già una porzione di eſſa ſi è diſſipata in vapori, il ſuo livello non è più al ſito, ove era prima, la ſua ſuperficie ſi è abbaſſata, e conſeguentemente anche l'areometro, oſſervato che ſia agli orli del vaſo, ſi ſcorge eſſer diſceſo.

XXII. Le rifleſſioni, che brevemente ho eſteſe, eſſendo convalidate dall'eſperienza, ch'è l'unico mezzo, onde perfezionare le ſcienze, ſembrano recare all'argomento fin qui diſcuſſo un grado di probabilità, ch'è alquanto più dell'ordinario; ſicchè tutto c'invita a credere, che l'aſcendimento dell' areometro entro all'acqua poſitivamente elettrizzata debba dipendere da quella cauſa generale, e coſtante, da cui un gran numero di altri effetti deriva, cioè, da quella forza repellente, ed eſpulſiva, onde la materia elettrica accumulata in un luogo tende a diſtribuirſi egualmente fra gli altri corpi. Per dare un carattere di vie maggior evidenza alle mie congnietture avrebbe convenuto iſtituire una ſerie di altre nuove ſperienze intorno alla elettricità negativa. In tal caſo, ſecondo la novella teoria, galleggiando l'areometro entro l'acqua elettrizzata negativamente, lungi dal ſalire in alto, dovrebbe anzi piuttoſto diſcendere, o per lo meno rimanerſene ſtazionario, ed immobile. Dico, per lo meno ſtazionario; a motivo forſe che non preſentando l'areometro al di ſopra dell' acqua alcuna parte ſufficientemente eſteſa, l'elettricità non avrebbe ſopra di lui una preſa baſtante per inveſtirlo, e farlo diſcendere. La mancanza del tempo, e degli opportuni apparecchj, onde procacciarmi una conveniente doſe di queſta ſpecie di elettricità, non mi ha permeſſo di portare più oltre le mie ricerche. Mi baſta frattanto averne additato ad altri il ſentiere, laſciando alla perizia de' Fiſici il vanto di decidere incontraſtabilmente la quiſtione; dal cui imparziale giudizio, e finiſſimo diſcernimento dipenderà altresì il rifiuto, o la difeſa, l' accoglimento, o la cenſura delle mie qualunque ſieno ponderazioni.

OPPOSIZIONI

OPPOSIZIONI D' URANO

OSSERVATE

Da Giuseppe Slop, e calcolate dal di lui Figlio
Francesco Slop de Cadenberg.

Oppoſizione d'Urano del 1786.

PEr motivo del tempo coſtantemente nuvoloſo non fu poſſibile oſſervare il Pianeta che il decimoquarto giorno dopo ſeguita l'oppoſizione. Fu l'iſteſſo oſſervato al quadrante murale nelle notti dei 22, 23, 28 e 29 Gennajo inſieme con le ſtelle δ e *p* dei Gemini, i luoghi apparenti delle quali ſi riferiſcono per il dì 22 Gennajo. Noi ci ſiamo ſerviti nel calcolo delle oſſervazioni di quelli dedotti dal catalogo del *Bradlejo*.

Secondo il catalogo delle Stelle Zodiacali del Mayer.

δ dei Gemini Aſcenſione retta	$3^{s}.\ 16^{\circ}.\ 50'.\ 34'',\ 3$
Declinazione boreale.........	0. 22. 21. 38, 5
p dei Gemini Aſcenſione retta	3. 18. 46. 0, 1
Declinazione boreale.........	0. 21. 52. 6, 3

Secondo il catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille.

δ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 16. 50. 28, 7
Declinazione boreale.........	0. 22. 21. 41, 8
p dei Gemini Aſcenſione retta	3. 18. 45. 45, 7
Declinazione boreale.........	0. 21. 52. 2, 0

Secondo il catalogo del Bradlej.

δ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 16. 50. 41, 7
Declinazione boreale.........	0. 22. 21. 36, 8

p dei Gemini Aſcenſione retta		3^s.	18°.	46$'$.	4$''$, 7
Declinazione boreale		0.	21.	52.	2, 5

Il dì 22 Gennajo tempo medio 11.^{ore} 10$'$. 15$''$.

Differenza oſſervata fra Urano e δ dei Gemini

In Aſcenſione retta	+	0.	3.	6.	34, 1
In Declinazione	+	0.	0.	19.	27, 9
L'iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	19.	28, 3

I luoghi apparenti d'Urano.

Aſcenſione retta	3.	19.	57.	15, 8
Declinazione boreale	0.	22.	41.	5, 1
Longitudine	3.	18.	21.	13, 4
Latitudine boreale	0.	0.	28.	47, 9

22 *Gennajo t. m.* 11.^{ore} 10$'$. 15$''$.

Differenza oſſervata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	1.	11.	6, 7
Nella Declinazione	+	0.	0.	49.	3, 0
L'iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	49.	4, 0

I luoghi apparenti d'Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	57.	11, 4
Declinazione boreale	0.	22.	41.	6, 5
Longitudine	3.	18.	21.	9, 2
Latitudine boreale	0.	0.	28.	48, 8

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi avranno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	18.	21.	11, 3
Latitudine boreale		0.	0.	28.	48, 4
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23, 8
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14, 1
Longitudine vera d' Urano dedotta dall' oſſervazione		3.	18.	20.	33, 4

Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3^s. 18°. 20′. 45″, 5
Latitudine Geocentrica boreale		0. 0. 28. 48, 8
Errore dell' isteſſe tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 12, 1
Errore nella latitudine	+	0. 0. 0. 0, 4
Longitudine d' Urano dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 18. 21. 9, 1
Latitudine boreale		0. 0. 28. 53, 8
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 35, 7
Errore nella latitudine	+	0. 0. 0. 5, 4

Il dì 23 Gennajo t. m. 11.^{ore} *6′. 9″.*

Differenza oſſervata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0. 1. 8. 23, 0
Nella Declinazione	+	0. 0. 49. 27, 4
L' isteſſa corretta dalla refrazione . . .	+	0. 0. 49. 28, 4

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		3. 19. 54. 27, 7
Declinazione boreale		0. 22. 41. 30, 9
Longitudine		3. 18. 18. 36, 3
Latitudine boreale		0. 0. 28. 52, 5
Aberrazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 23, 7
Nutazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 14, 1
Longitudine vera d' Urano		3. 18. 17. 58, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3. 18. 18. 16, 8
Latitudine boreale		0. 0. 28. 48, 8
Errore delle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 18, 3
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 3, 7
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 18. 18. 40, 8
Latitudine boreale		0. 0. 28. 53, 8
Errore di quelle tavole nella longitudine . . . . . , ...	+	0. 0. 0. 42, 3
Errore nella latitudine	+	0. 0. 0. 1, 3

Il dì 28 *Gennajo t. m.* 10.^{ore} 45'. 38".

Differenza oſſervata fra Urano e δ dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0^s.	2°.	50'.	47",	1
Nella Declinazione	+	0.	0.	21.	29,	6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	21.	30,	0

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	41.	29,	2
Declinazione boreale	0.	22.	43.	6,	8
Longitudine	3.	18.	6.	31,	6
Latitudine boreale	0.	0.	28.	50,	7

28 *Gennajo t. m.* 10.^{ore} 45'. 38".

Differenza oſſervata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	0.	55.	24,	2
Nella Declinazione	+	0.	0.	51.	6,	2
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	51.	7,	2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	41.	29,	3
Declinazione boreale	0.	22.	43.	9,	9
Longitudine	3.	18.	6.	32,	7
Latitudine boreale	0.	0.	28.	53,	8

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	18.	6.	32,	2
Latitudine boreale		0.	0.	28.	52,	3
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23,	2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14,	2
Longitudine vera d' Urano		3.	18.	5.	54,	8
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	18.	6.	6,	6

Latitudine boreale		0'.	0°.	28'.	48", 8
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	11, 8
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	3, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	6.	28, 1
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	33, 3
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	1, 4

Il dì 29 Gennajo t. m. 10.^{ore} 41'. 32".

Differenza oſſervata fra Urano e δ dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	2.	48.	12, 4
Nella Declinazione	+	0.	0.	21.	50, 4
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	21.	50, 8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	38.	54, 5
Declinazione boreale	0.	22.	43.	27, 6
Longitudine	3.	18.	4.	7, 7
Latitudine boreale	0.	0.	28.	52, 1

29 *Gennajo t. m.* 10.^{ore} 41'. 32".

Differenza oſſervata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	0.	52.	45, 0
Nella Declinazione	+	0.	0.	51.	25, 8
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	0.	51.	26, 8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	38.	50, 1
Declinazione boreale	0.	22.	43.	29, 5
Longitudine	3.	18.	4.	3, 1
Latitudine boreale	0.	0.	28.	54, 4

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3^s.	18°.	4′.	5″, 4
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53, 2
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23, 1
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14, 2
Longitudine vera d' Urano		3.	18.	3.	28, 1
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	18.	3.	45, 2
Latitudine boreale		0.	0.	28.	48, 7
Errore delle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	17, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	4, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	4.	7, 8
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	39, 7
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	0, 5

L' errore delle tavole del Sig. *de la Place* era per la longitudine + 14″, 8 e per la latitudine — 2″, 8, onde la longitudine apparente oſſervata il dì 22 Gennajo ſi prenderà 3^s. 18°. 21′. 8″, 6, e la latitudine boreale 28′. 51″, 6 per avere le medeſime differenze fra l' oſſervazione e le tavole. La longitudine del Sole era all' iſteſſo tempo ſecondo le tavole del *Mayer* 10^s. 3°. 10′. 50″, 8, per ciò era già ſtato deſcritto dopo l' oppoſizione un arco di 14°. 49′. 42″, 2 col moto relativo del Pianeta dal Sole. Queſt' arco ſecondo il moto relativo calcolato dalle tavole di 15°. 14′. 19″, 2 per giorni 14. 8.^{ore} 49′. 30″ ſi deſcrive nello ſpazio di giorni 13. 23.^{ore} 32′. 28″; onde l' oppoſizione d' Urano apparente ſeguì il dì 8 Gennajo t. m. 11.^{ore} 37′. 47″.

Si trova per l' iſteſſo tempo la longitudine del Sole dalle tavole del *Mayer* 9^s. 18°. 57′. 13″, 1, e perciò ſi ha la longitudine Geocentrica apparente d' Urano 3^s. 18°. 57′. 13″, 1, dalla quale corretta colle due piccole equazioni — 36″, 2 (*a*)

(*a*) *Obſervationes ſiderum habitæ Piſis ab an.* 1774. *ad an.* 1778. *pag.* 222.

e + 1", 1 (*a*) ſi deduce la longitudine vera Eliocentrica 3^s. 18°. 56'. 38", 0.

Il moto nella latitudine Geocentrica del Pianeta dal momento dell'oſſervazione dei 22 Gennajo ſino a quello dell'oppoſizione calcolato dalle tavole ſi ha 0", 3, onde la latitudine Geocentrica d'Urano era per il tempo dell'oppoſizione 28'. 51", 3, alla quale corriſponde la latitudine Eliocentrica boreale 27'. 16", 3.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* ſi trova per l'iſteſſo tempo dell'oppoſizione la longitudine Eliocentrica 3^s. 18°. 56'. 49", 3, e la latitudine Eliocentrica boreale 27'. 13", 7, onde l'errore di quelle tavole era nella longitudine + 11", 3, e nella latitudine Eliocentrica — 2", 6.

Secondo le tavole del Sig. *Oriani* ſi ha per l'oppoſizione la longitudine Eliocentrica d'Urano 3^s. 18°. 57'. 14", 9, e la latitudine boreale 27'. 18", 3, onde l'errore nella longitudine era + 36", 9, e nella latitudine Eliocentrica + 2", 0.

Se poſta la longitudine media d'Urano = U, quella di Saturno = ♄, e quella di Giove = ♃ ſecondo la formula del Sig. *Oriani* + 21", 3 ſen. (♄ — U) — 4", 2 ſen. 2 (♄ — U) — 44", 2 ſen. (♄ — U — an. med. U) + 2'. 29", 7 ſen. (2 (♄ — U) — an. med. ♄) + 52", 2 ſen. (♃ — U) ſi corregga la longitudine Eliocentrica d'Urano dalle perturbazioni cagionate dall'azione di Saturno e di Giove, ſi dovrà ſottrarne 2'. 0", 5 dall'iſteſſa longitudine, onde allora ſi avrà l'errore delle tavole del Sig. *de la Place* per la longitudine Eliocentrica — 1'. 49", 2, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* — 1'. 23", 6.

Oppoſizione d'Urano del 1787.

Urano fu oſſervato al quadrante murale il dì 12 e 13 Gennajo inſieme con le ſtelle κ dei Gemini, e *μ* del Cancro. Nel calcolo dell'oſſervazione ci ſiamo ſerviti dei luoghi dedotti dal catalogo del *Bradlej* per la ſtella κ dei Gemini, e di quelli dedotti dal catalogo del *Mayer* per la ſtella *μ* del

---

(*a*) *Novi Planetæ obſervationes & theoria pag.* 16. & 17.

Cancro. Noi deſcriveremo i luoghi apparenti dell' iſteſſe ſtelle per li 12 Gennajo.

Dal catalogo del Mayer

κ dei Gemini Aſcenſione retta	3^s. 22°. 54′. 14″, 1
Declinazione boreale	0. 24. 55. 30, 2
μ del Cancro Aſcenſione retta	3. 28. 48. 45, 5
Declinazione boreale	0. 22. 11. 6, 2

Dal catalogo del Bradlej

κ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 22. 54. 17, 7
Declinazione boreale	0. 24. 53. 33, 1

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

κ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 22. 55. 17, 2
Declinazione boreale	0. 24. 53. 33, 6
μ del Cancro Aſcenſione retta	3. 28. 48. 47, 9
Declinazione boreale	0. 22. 11. 10, 1

Il dì 12 *Gennajo tempo medio* 12.^{ore} 12′. 45″.

Differenza oſſervata fra Urano e κ dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0. 2. 38. 57, 7
Nella Declinazione	—	0. 2. 57. 40, 5
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0. 2. 57. 44, 2

I Luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3. 25. 33. 15, 4
Declinazione boreale	0. 21. 55. 48, 9
Longitudine	3. 23. 35. 19, 5
Latitudine boreale	0. 0. 31. 59, 4

12 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 12′. 45″.

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell'

Nell' Aſcenſione	—	0^s.	3°.	15'.	37'', 5
Nella Declinazione	—	0.	0.	15.	14, 2
L' iſteſſa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	0.	15.	14, 5

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	25.	33.	8, 0
Declinazione boreale	0.	21.	55.	51, 7
Longitudine	3.	23.	35.	12, 3
Latitudine boreale	0.	0.	32.	1, 5

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano.

Longitudine		3.	23.	35.	15, 9
Latitudine boreale		0.	0.	32.	0, 4
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	16, 3
Longitudine vera oſſervata		3.	23.	34.	35, 3
Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	23.	34.	36, 5
Latitudine boreale		0.	0.	31.	47, 8
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	1, 2
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	12, 6
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	23.	35.	22, 2
Latitudine Geocentrica boreale		0.	0.	31.	54, 1
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	46, 9
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	6, 3

Il dì 13 Gennajo t. m. 12.^{ore} 8'. 36''.

Differenza oſſervata fra Urano e x dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	2.	36.	4, 3
Nella Declinazione	—	0.	2.	57.	16, 0
L' iſteſſa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	2.	57.	19, 7

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3^{s}.25°.30′.22″, 2
Declinazione boreale	0. 21. 56. 13, 4
Longitudine	3. 23. 32. 37, 1
Latitudine boreale	0. 0. 31. 56, 0

13 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 8′. 36″.

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	—	0. 3. 18. 29, 5
Nella Declinazione	—	0. 0. 14. 50, 0
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0. 0. 14. 50, 3

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3. 25. 30. 16, 2
Declinazione boreale	0. 21. 56. 15, 9
Longitudine	3. 23. 32. 31, 1
Latitudine boreale	0. 0. 31. 57, 1

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3. 23. 32. 34, 1
Latitudine boreale		0. 0. 31. 56, 6
Aberrazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 16, 3
Longitudine d' Urano vera oſſervata		3. 23. 31. 53, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3. 23. 31. 59, 4
Latitudine Geocentrica boreale		0. 0. 31. 48, 1
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 5, 9
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 8, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 23. 32. 45, 0
Latitudine boreale		0. 0. 31. 55, 2

Errore dell'iſteſſe nella longitudine . . + 0^s. 0°. 0′. 51″, 5
Errore nella latitudine . . . . — 0. 0. 0. 1, 4

L'errore medio delle tavole del Sig. *de la Place* era dunque + 3″, 5 nella longitudine, e + 10″, 6 nella latitudine, onde per aver queſte differenze fra le tavole e l'oſſervazione dei 13 Gennajo, ſi prenderà la longitudine oſſervata l'iſteſſo giorno 3^s. 26°. 32′. 36″, 5, e la latitudine boreale 31′. 58″, 7. La longitudine del Sole dedotta dalle tavole del *Mayer* era per l'iſteſſo tempo 9^s. 23°. 49′. 2″, 3, onde era già ſtato allora deſcritto dopo dell'oppoſizione un arco di 16′. 25″, 8, col moto relativo del Pianeta dal Sole. Il moto del Sole dal momento dell'oſſervazione dei 12 a quella dei 13 Gennajo ricavato dalle tavole del *Mayer* fu di 1°. 0′. 56″, 5, e quello d'Urano ſecondo le tavole del Sig. *de la Place* 2′. 37″, 1, ſecondo i quali moti fu deſcritto quell'arco nell'intervallo di 6.^{ore} 11′. 10″, onde l'oppoſizione apparente ſeguì il dì 13 Gennajo t. m. 5.^{ore} 57′. 26″.

La longitudine del Sole ſi trova per l'iſteſſo tempo dalle tavole 9^s. 23°. 33′. 17″, 1, e da queſta la longitudine Geocentrica apparente d'Urano 3^s. 23°. 33′. 17″, 1, dalla quale corretta colle piccole equazioni — 38″, 6 . . . + 1″, 1, ſi deduce la longitudine Eliocentrica d'Urano per il momento dell'oppoſizione 3^s. 23°. 32′. 39″, 6.

Secondo il moto calcolato dalle tavole la latitudine Geocentrica d'Urano oſſervata era per l'iſteſſo momento dell'oppoſizione 31′. 58″, 6, alla quale corriſponde la latitudine Eliocentrica boreale 30′. 17″, 1.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* ſi ha per l'iſteſſo tempo la longitudine Eliocentrica d'Urano 3^s. 23°. 32′. 42″, 1, e la latitudine Eliocentrica 30′. 7″, 2, onde l'errore dell'iſteſſe tavole era per la longitudine + 2″, 5, e per la latitudine Eliocentrica — 9″, 9.

Dalle tavole del Sig. *Oriani* la longitudine ſi trova per l'iſteſſo tempo 3^s. 23°. 33′. 23″, 4, e la latitudine Eliocentrica 30′. 13″, 0, e per ciò l'errore di quelle tavole era + 43″, 8 nella longitudine Eliocentrica, e — 4″, 1 nella latitudine.

Servendoſi dell'Equazione come ſopra per le perturbazioni cagionate dall'azione di Giove e di Saturno, l'errore delle tavole del Sig. *de la Place* nella longitudine ſi avrà — 1′. 49″, 8, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* — 1′. 8″, 5,

Oppoſizione d'Urano del 1788.

Urano fu oſſervato al quadrante murale i dì 11, 12 e 21 Gennajo inſieme con le Stelle υ e κ dei Gemini e μ del Cancro. Noi deſcriveremo i luoghi apparenti delle Stelle per il dì 12 Gennajo, eſſendoci ſerviti di quelli dedotti dal catalogo del *Mayer* per le Stelle υ dei Gemini e μ del Cancro, e dal catalogo del *Bradlej* per κ dei Gemini.

Dal catalogo del Mayer

υ dei Gemini Aſcenſione retta	$3^s.\ 20^\circ.\ 43'.\ 15''$, 2
Declinazione boreale	0. 27. 21. 1, 3
κ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 22. 55. 8, 6
Declinazione boreale	0. 24. 53. 19, 7
μ del Cancro Aſcenſione retta	3. 28. 49. 38, 5
Declinazione boreale	0. 22. 10. 53, 7

Dal catalogo del Bradlej

υ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 20. 44. 18, 5
Declinazione boreale	0. 27. 21. 7, 2
κ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 22. 55. 12, 3
Declinazione boreale	0. 24. 53. 22, 5

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

υ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 20. 43. 13, 7
Declinazione boreale	0. 27. 21. 0, 2
κ dei Gemini Aſcenſione retta	3. 22. 56. 11, 7
Declinazione boreale	0. 24. 53. 22, 9
μ del Cancro Aſcenſione retta	3. 28. 49. 40, 9
Declinazione boreale	0. 22. 10. 57, 6

Il dì 11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39′. 13″.

Differenza oſſervata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0ˢ.	9°.	59′.	18″, 9
Nella Declinazione	—	0.	6.	17.	15, 5
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	6.	17.	22, 8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	0.	42.	34, 0
Declinazione boreale	0.	21.	3.	38, 5
Longitudine	3.	28.	27.	47, 8
Latitudine boreale	0.	0.	34.	49, 7

11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39′. 13″.

Differenza oſſervata fra Urano e *κ* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	7.	47.	20, 4
Nella Declinazione	—	0.	3.	49.	42, 6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	3.	49.	47, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	0.	42.	32, 6
Declinazione boreale	0.	21.	3.	35, 3
Longitudine	3.	28.	27.	47, 2
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46, 3

11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39′. 13″.

Differenza oſſervata fra Urano e *μ* del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	1.	52.	51, 1
Nella Declinazione	—	0.	1.	7.	14, 7
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	1.	7.	16, 0

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4^{s}. 0°. 42′. 29″, 5
Declinazione boreale	0. 21. 3. 37, 7
Longitudine	3. 28. 27. 43, 9
Latitudine boreale	0. 0. 34. 48, 1

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3. 28. 27. 46, 3
Latitudine boreale		0. 0. 34. 48, 0
Aberrazione in longitudine	—	0. 0. 0. 24, 2
Nutazione in longitudine	—	0. 0. 0. 16, 7
Longitudine vera d' Urano		3. 28. 27. 5, 4
Longitudine Geocentrica preſa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3. 28. 27. 24, 0
Latitudine boreale		0. 0. 34. 37, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 18, 6
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 10, 3
Longitudine Geocentrica preſa dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 28. 28. 33, 6
Latitudine boreale		0. 0. 34. 44, 5
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0. 0. 1. 28, 2
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 3, 5

Il dì 12 *Gennajo tempo medio* $12.^{ore}$ 34′. 7″.

Differenza oſſervata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0. 9. 56. 39, 3
Nella Declinazione	—	0. 6. 16. 45, 5
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0. 6. 16. 52, 8

I Luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4ˢ.	0°.	39′.	54″, 5
Declinazione boreale	0.	21.	4.	8, 5
Longitudine	3.	28.	25.	15, 0
Latitudine boreale	0.	0.	34.	48, 8

12 *Gennajo t. m.* $12.^{ore}$ 34′. 7″.

Differenza oſſervata fra Urano e ϰ dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	7.	44.	39, 7
Nella Declinazione	—	0.	3.	49.	12, 6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	3.	49.	17, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	0.	39.	52, 0
Declinazione boreale	0.	21.	4.	5, 3
Longitudine	3.	28.	25.	14, 5
Latitudine boreale	0.	0.	34.	45, 2

12. *Gennajo t. m.* $12.^{ore}$ 34′. 7.″

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	1.	50.	11, 9
Nella Declinazione	—	0.	1.	5.	45, 6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	1.	5.	46, 9

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	0.	39.	50, 4
Declinazione boreale	0.	21.	4.	6, 8
Longitudine	3.	28.	25.	12, 6
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46, 3

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine	3.	28.	25.	14, 0
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46, 8

Aberrazione nella longitudine	—	0ˢ.	0°.	0'.	24'', 2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	16, 7
Longitudine vera d'Urano		3.	28.	24.	33, 1
Longitudine Geocentrica preſa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	28.	24.	48, 2
Latitudine boreale		0.	0.	34.	38, 3
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	15, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	8, 5
Longitudine Geocentrica preſa dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	28.	25.	58, 0
Latitudine boreale		0.	0.	34.	45, 1
Errore dell'iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	24, 9
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	1, 7

Il dì 21 *Gennajo t. m.* 11.$^{\text{ore}}$ 56'. 54''.

Differenza oſſervata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell'Aſcenſione retta	+	0.	9.	31.	58, 5
Nella Declinazione	—	0.	6.	11.	58, 3
L'iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	6.	12.	5, 5

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	0.	15.	14, 3
Declinazione boreale	0.	21.	8.	55, 9
Longitudine	3.	28.	1.	45, 5
Latitudine boreale	0.	0.	34.	51, 6

21. *Gennajo t. m.* 11.$^{\text{ore}}$ 56'. 54''.

Differenza oſſervata fra Urano e *x* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	7.	19.	59, 6
Nella Declinazione	—	0.	3.	44.	24, 5
L'iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	3.	44.	29, 0

I Luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4ˢ.	0°.	15′.	12″, 6
Declinazione boreale		0.	21.	8.	53, 6
Longitudine		3.	28.	1.	44, 4
Latitudine boreale		0.	0.	34.	49, 0

21 *Gennajo t. m.* 11.ᵒʳᵉ 56′. 54″.

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	1.	25.	32, 7
Nella Declinazione	—	0.	1.	1.	59, 6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	1.	2.	0, 8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4.	0.	15.	12, 2
Declinazione boreale		0.	21.	8.	52, 8
Longitudine		3.	28.	1.	44, 2
Latitudine boreale		0.	0.	34.	48, 2

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	28.	1.	44, 7
Latitudine boreale		0.	0.	34.	49, 6
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	16, 7
Longitudine vera d' Urano		3.	28.	1.	3, 8
Longitudine Geocentrica preſa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	28.	1.	25, 2
Latitudine Geocentrica boreale		0.	0.	34.	42, 9
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	21, 4
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	6, 7
Longitudine Geocentrica d' Urano preſa dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	28.	2.	32, 1
Latitudine boreale		0.	0.	34.	49, 6

Errore di quelle tavole nella longitudine . . . . . , ... + 0^{s}. 0°. 1′. 28″, 3
Errore nella latitudine 0. 0. 0. 0, 0

L'errore medio delle tavole del Sig. *de la Place* ſi trova nella longitudine + 18″, 3, e nella latitudine — 8″, 5, onde per avere l'iſteſſe differenze fra queſte tavole e l'oſſervazione ſi prenderà per il dì 21 Gennajo la longitudine oſſervata d'Urano 3^{s}. 28°. 1′. 47″, 5, e la latitudine 34′. 51″, 4. La longitudine del Sole dedotta dalle tavole del *Mayer* era l'iſteſſo giorno 1°. 39′. 46″, 9, dal che riſulta eſſere ſtato allora deſcritto col moto relativo del Pianeta dal Sole un arco 3°. 37′. 59″, 4 dopo dell' oppoſizione. Il dì 18 Gennajo t. m. 1^{h}. 24′. 0″ la longitudine del Sole ſi trova dalle tavole del *Mayer* 9^{s}. 28°. 12′. 27″, 8, e da quelle del Sig. *de la Place* la longitudine Geocentrica d' Urano 3^{s}. 28°. 10′. 18″, 3, e la latitudine boreale 34′. 41″, 8, dal che ſi vede, che dal dì 21 ai 18 Gennajo, cioè nello ſpazio di giorni 3. $10.^{ore}$ 32′. 54″, fu ſecondo le medeſime tavole deſcritto un arco di 3°. 36′. 12″, 2 col moto relativo del Pianeta dal Sole, onde l'arco di 3°. 37′. 59″, 4 deve eſſere ſtato deſcritto nell'intervallo di giorni 3. $11.^{ore}$ 13′. 50″. Si ha dunque il momento dell' oppoſizione apparente il dì 18 Gennajo t. m. $0.^{ore}$ 43′. 4″.

La longitudine del Sole ricavata dalle tavole per l'iſteſſo tempo eſſendo 9^{s}. 28.° 10′. 43″, 6, ſi ha la longitudine apparente Geocentrica d' Urano 3^{s}. 28°. 10′. 43″, 6, la quale corretta dalle due piccole equazioni — 38″, 8. . . + 1″, 1 darà la longitudine vera Eliocentrica per il tempo dell' oppoſizione 3^{s}. 28°. 10′. 5″, 9.

La latitudine oſſervata ſi trova per l'iſteſſo tempo 34′. 50″, 3, alla quale corriſponde la latitudine Eliocentrica 32′. 59″, 3.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* ſi ha la longitudine Eliocentrica 3^{s}. 28°. 10′. 23″, 7, e la latitudine Eliocentrica 32′. 51″, 0, e perciò l' errore di quelle tavole nella longitudine + 17″, 8, e nella latitudine — 8″, 3.

Le tavole del Sig. *Oriani* danno la longitudine Eliocentrica per l' iſteſſo tempo dell' oppoſizione 3^{s}. 28°. 11′. 28″, 2, e la latitudine 32′. 57″, 3, e per ciò l'errore nella longitudine + 1′. 22″, 3, e nella latitudine Eliocentrica — 2″, 0.

Correggendo come ſopra la longitudine Eliocentrica dalle perturbazioni cagionate dall' azione di Saturno e di Giove l' errore delle tavole del Sig. *de la Place* ſarà — 1′. 15″, 5 nella longitudine Eliocentrica, e di quelle del Sig. *Oriani* — 11″, 0.

Oppoſizione d' Urano del 1789.

Si paragonò Urano al quadrante murale il dì 22 e 23 Gennajo colle Stelle μ, ζ, e γ del Cancro. I luoghi apparenti delle medeſime ſi danno per il dì 22 dell'iſteſſo meſe. Noi ci ſiamo ſerviti nel calcolo delle oſſervazioni di quelli dedotti dal catalogo di *Mayer* per le Stelle μ e ζ del Cancro, e dal catalogo di *Bradlej* per la Stella γ.

Dal catalogo di Mayer.

μ del Cancro Aſcenſione retta	3^{s}. 28°. 50′. 30″, 8
Declinazione boreale	0. 22. 10. 42, 2
ζ del Cancro Aſcenſione retta	4. 0. 2. 0, 3
Declinazione boreale	0. 18. 16. 5, 7

Dal catalogo del Bradlej

γ del Cancro Aſcenſione retta	4. 7. 46. 34, 4
Declinazione boreale	0. 22. 12. 43, 9

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

μ del Cancro Aſcenſione retta	3. 28. 50. 33, 3
Declinazione boreale	0. 22. 10. 46, 1
ζ del Cancro Aſcenſione retta	4. 0. 2. 0, 1
Declinazione boreale	0. 18. 16. 16, 6
γ del Cancro Aſcenſione retta	4. 7. 46. 46, 5
Declinazione boreale	0. 22. 12. 49, 9

Il dì 22 *Gennajo t. m.* 12.$^{\text{ore}}$ 10'. 7".

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0^s.	6°.	24'.	38", 0
Nella Declinazione	—	0.	2.	0.	54, 7
L' iſteſſa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	2.	0.	57, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	5.	15.	8, 8
Declinazione boreale	0.	20.	9.	45, 0
Longitudine	4.	2.	48.	32, 9
Latitudine boreale	0.	0.	37.	34, 0

22 *Gennajo t. m.* 12.$^{\text{ore}}$ 10'. 7".

Differenza oſſervata fra Urano e ζ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	5.	13.	3, 4
Nella Declinazione	+	0.	1.	53.	37, 6
L' iſteſſa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	1.	53.	39, 9

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4.	5.	15.	3, 7
Declinazione boreale	0.	20.	9.	45, 6
Longitudine	4.	2.	48.	27, 9
Latitudine boreale	0.	0.	37.	33, 5

22. *Gennajo t. m.* 12.$^{\text{ore}}$ 10'. 7."

Differenza oſſervata fra Urano e γ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	—	0.	2.	31.	18, 6
Nella Declinazione	—	0.	2.	3.	2, 7
L' iſteſſa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	2.	3.	5, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4'.	5°.	15'.	15", 8
Declinazione boreale		0.	20.	9.	38, 7
Longitudine		4.	2.	48.	40, 7
Latitudine boreale		0.	0.	37.	29, 4

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		4.	2.	48.	33, 8
Latitudine boreale		0.	0.	37.	32, 3
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	15, 2
Longitudine vera d' Urano		4.	2.	47.	54, 3
Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		4.	2.	48.	4, 0
Latitudine boreale		0.	0.	37.	21, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	9, 7
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	10, 6
Longitudine Geocentrica ſecondo le tavole del Sig. *Oriani*		4.	2.	49.	38, 9
Latitudine boreale		0.	0.	37.	29, 9
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	44, 6
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	2, 4

Il dì 23 Gennajo t. m. 12.^{ore} 6'. 0".

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	6.	21.	50, 3
Nella Declinazione	—	0.	2.	0.	15, 9
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	2.	0.	18, 3

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4^s.	5°.	$12'$.	$21''$, 2
Declinazione boreale		0.	20.	10.	23, 9
Longitudine		4.	2.	45.	50, 7
Latitudine boreale		0.	0.	37.	35, 8

23. *Gennajo t. m.* 12.^{ore} *6'. 0''.*

Differenza oſſervata fra Urano e ζ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	5.	10.	19, 7
Nella Declinazione	+	0.	1.	54.	14, 0
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	+	0.	1.	54.	16, 3

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4.	5.	12.	20, 1
Declinazione boreale		0.	20.	10.	22, 0
Longitudine		4.	2.	45.	50, 2
Latitudine boreale		0.	0.	37.	33, 7

23 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} *6'. 0''.*

Differenza oſſervata fra Urano e γ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	—	0.	2.	34.	4, 5
Nella Declinazione	—	0.	2.	2.	26, 1
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	2.	2.	28, 5

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta		4.	5.	12.	30, 0
Declinazione boreale		0.	20.	10.	15, 4
Longitudine		4.	2.	46.	0, 8
Latitudine boreale		0.	0.	37.	29, 4

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d'Urano

Longitudine		4^{s}.	2°.	$45'$.	$53''$, 9
Latitudine boreale		0.	0.	37.	33, 0
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	15, 2
Longitudine vera d'Urano		4.	2.	45.	14, 4
Longitudine Geocentrica calcolata dalle tavole del Sig. *de la Place*		4.	2.	45.	26, 5
Latitudine Geocentrica boreale.		0.	0.	37.	22, 1
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	12, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	10, 9
Longitudine Geocentrica ſecondo le tavole del Sig. *Oriani*		4.	2.	47.	1, 2
Latitudine boreale		0.	0.	37.	30, 3
Errore dell'iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	46, 8
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	2, 7

La differenza media fra le tavole del Sig. *de la Place* e l'oſſervazione era nella longitudine — $10''$, 9, e nella latitudine — $10''$, 7. Per avere queſte differenze nell' oſſervazione dei 22 Gennajo ſi aſſumerà la longitudine oſſervata d'Urano nell' iſteſſo giorno 4^{s}. 2°. $48'$. $32''$, 6, e la latitudine $37'$. $32''$, 4. La longitudine del Sole trovandoſi per l'iſteſſo tempo dalle tavole del *Mayer* 10^{s}. 3°. $30'$. $9''$, 8, era già ſtato deſcritto in quel tempo col moto relativo del Pianeta dal Sole un arco $41'$. $37''$, 2 dopo dell' oppoſizione. Queſt' arco ſecondo i moti del Sole 1°. $0'$. $50''$, 0, e d'Urano $2'$. $37''$, 5 preſi dalle tavole dal tempo dell'oſſervazione dei 22 a quello dei 23 Gennajo fu deſcritto nell'intervallo di $15.^{ore}$ $41'$. $44''$, onde l' oppoſizione apparente ſeguì il dì 21 Gennajo t. m. $20.^{ore}$ $28'$. $23''$.

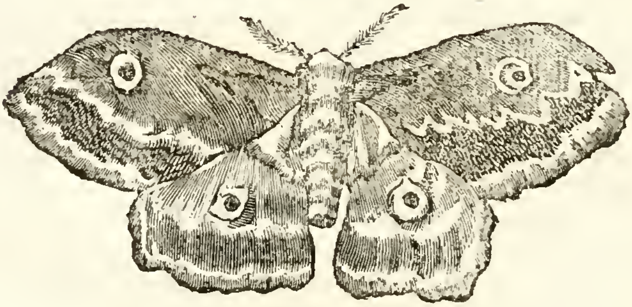
La longitudine del Sole ſecondo le tavole del *Mayer* ſi trova per l'iſteſſo tempo 10^{s}. 2°. $50'$. $15''$, 3, dalla quale ſi deduce la longitudine d'Urano Geocentrica apparente 4^{s}. 2°. $50'$. $15''$, 3, ed adoprate le due piccole equazioni — $37''$, 4. . + $1''$, 1 la longitudine vera Eliocentrica 4^{s}. 2°. $49'$. $39''$, 0.

La latitudine oſſervata d' Urano ſecondo il ſuo moto diurno preſo dalle tavole doveva eſſere per il momento dell' oppoſizione $37'.\ 32''$, 1, alla quale corriſponde la latitudine Eliocentrica $35'.\ 32''$, 1.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* ſi ha per l' iſteſſo tempo la longitudine Eliocentrica d' Urano $4^{s}.\ 2^{\circ}.\ 49'.\ 48''$, 7, e la latitudine Eliocentrica $35'.\ 22''$, 0, onde l' errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine era $+\ 9''$, 7, e nella latitudine $-\ 10''$, 1.

Si trova dalle tavole del Sig. *Oriani* la longitudine Eliocentrica $4^{s}.\ 2^{\circ}.\ 51'.\ 18''$, 6, e la latitudine $35'.\ 29''$, 7, e per ciò l' errore delle medeſime nella longitudine $+\ 1'.\ 39''$, 6, e nella latitudine $-\ 2''$, 4.

Fatta ſecondo la formula del Sig. *Oriani* la correzione per le perturbazioni cagionate dall' azione di Saturno e di Giove ſi avrà l' errore delle tavole del Sig. *de la Place* nella longitudine Eliocentrica $-\ 0'.\ 56''$, 4, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* $+\ 0'.\ 33''$, 5.



DELLE CONFERVE

IRRITABILI (*a*), *E DEL LORO MOVIMENTO DI PROGRESSIONE VERSO LA LUCE*

ESAME FISICO-CHIMICO

SPECIALMENTE DIRETTO A STABILIRE LA VEGETABILITA' DELLA LORO NATURA

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI

PRESENTATA

Dal Sig. Ab. ALBERTO FORTIS.

SEZIONE I.

Scoperte dei fenomeni delle Conferve irritabili: deduzioni tratte a queſto propoſito.

§. I.

NEl movimento generale del genio del ſecolo per gli ſtudj della natura gli eſſeri microſcopici intereſſarono lo ſpirito di ricerca, e accrebbero rapidamente la maſſa de' noſtri lumi. O ſia che la novità di queſta arcana parte dell' edifizio della natura abbia colpito i Naturaliſti, o ſia che la noſtra curioſità ſi determini ſempre per quegli oggetti che più tentano eluderla, o ſia che realmente ſi preſentiſſero da queſto ſtudio quei vantaggi, che già in gran parte ne derivarono, gli animaletti microſcopici trovarono preſſo varie nazioni degli oſſervatori ſagaci, e la noſtra Italia ſi può glo-

---

(*a*) Oſſia delle *Tremelle* di M. *Adanſon* (*Memoire ſur un mouvement particulier decouvert dans une plante appellée Tremella* dans l' Acad. de Paris ann. 1697.) dell' Ab. *Fontana*: dell' Ab. *Corti* (*Oſſervazioni microſcopiche ſulla Tremella* Luca 1774.) di Schérer (*Abhandlungen der Bohmischen Gaſellschatf* 1786.) di M. de *Sauſſure* (*Deſcription de deux nouvelles eſpèces de Trèmelles douées d' un mouvement ſpontanée. Journal de Phys. Decem.* 1790.

riare di aver promoſſo queſto ramo di cognizioni mercè le indagini e le ſcoperte di uno de' migliori Oſſervatori d' Europa il cel. *Spallanzani*. Minor numero di oſſervazioni furono dirette ai minimi oggetti del regno vegetabile; ma tuttavia i tentativi intrapreſi non furono meno fecondi di utili riſultati. La più ſingolare però e la più intereſſante fra le ſcoperte di queſt' ordine fu quella dell' irritabilità di qualche ſpecie minuta appartenente al genere della *Conferva* o del *Biſſo*.

§. *II. Scoperte di M.* Adanſon: *ſue deduzioni*.

Il cel. *Adanſon* deſideroſo di vedere una pianta dotata d' un movimento ſpontaneo, giacchè le cognite fino a quel tempo non gli parevano offrire affatto manifeſta queſta proprietà del regno animale, eſaminò al fine quell' immenſo aggregato di tenui e ſemplici filamenti che coſtituiſcono la verdura, la quale tappezza il fondo e i lati dei foſſi e delle vaſche delle fontane, e che poi ſtaccandoſi viene a galleggiare alla ſuperficie, e ſcoprì, che i filamenti di quella ſpecie chiamata dal *Dillenio Conferva gelatinoſa omnium tenerrima & minima aquarum limo innaſcens* moſtrano, benchè non eccitati da manifeſti ſtimoli eſterni, una ben marcata irritabilità, piegandoſi e ripiegandoſi e progredendo diverſamente. Ma il ſagace Botanico conoſcendo bene, che quell' eſſere perfettamente ſimile alle Conferve ed ai Biſſi aveva tutti i caratteri e l' abito de' vegetabili, lungi dal dedurre per queſta ſcoperta che foſſe animale, conchiuſe per lo contrario, che vi è un movimento ſpontaneo, da lui conſiderato per tutt' altro che volontario, un movimento *pour ainſi dire animal*, *dans une plante nullement douteuſe de la famille des biſſus*, *appellée Tremella par les Botaniſtes* (Hiſt. de l' Acad. R. des Scien. de Paris ann. 1767. p. 565. (*a*).

Digreſſioni ſulla metodica ſiſtemazione di queſti eſſeri.

(*a*) La denominazione di *Tremella*, data quantunque non eſcluſivamente a queſti e ſimili filamenti da qualche vecchio Botanico, induſſe il Sig. *Adanſon* a determinarli con queſto nome. Allora regnava tuttavia nella lingua botanica l' anarchia; e il preciſo e giuſto linguaggio

§. III. *Scoperte dell' Ab.* Fontana, *e dell' Ab.* Corti; *e deduzioni*.

Queſta bella ſcoperta, che, additando dei rapporti, ſtringeva il legame degli eſſeri de' due regni organici, e ſpargeva de' lumi intorno alle leggi dell' irritabilità, non rimaſe a lun-

X ij

ſtabilito dal K. *Linneo* non era per anco, come divenne in appreſſo, il codice legislativo di queſta ſcienza. Si avverta in oltre che il Sig. *Adanſon* aveva dato il primo cenno di queſta ſcoperta nel ſuo eccellente libro delle *Famiglie delle Piante*, nel quale ſenza cercare di ſtabilire con tutta preciſione le ſpecie, egli indicava i rapporti eſiſtenti tra i vegetabili, e lavorava il gran piano della catena degli eſſeri di queſto regno. Anzi legislatore egli ſteſſo lungi dal ſeguire ſcrupoloſamente le traccie e le eſpreſſioni degli altri, divideva a ſua voglia i generi, e adottava e ſtabiliva le voci, che gli ſembravano le più opportune al ſuo intento.. Quindi egli non ſi ſtudiò di cercare a qual genere e a quale ſpecie nei recenti metodi apparteneſſe quell' aggregato di filamenti irritabili, e gli piacque denominarli *Tremella* con eſpreſſione autorizzata dall' uſo di qualche vecchio Botanico, benchè, come ho detto, non eſcluſivamente a queſti eſſeri dedicata. I Fiſici, che in ſeguito o parlarono di queſta ſpecie o ne ſcoprirono di nuove, ripoſando ſull' autorità e ſui lumi botanici del Sig. *Adanſon*, adottarono ed eſteſero a ſimili ſpecie di filamenti irritabili il nome medeſimo di *Tremella*. Ma giacchè noi ſiamo alla neceſſità di adoperare in comune una ſola nomenclatura, ſe vogliamo intenderci fra di noi, e ſchivare la confuſione, che potrebbe ritardare i noſtri progreſſi, ſi deve adottare quella del *Linneo* generalmente ammeſſa, maſſimamente perchè la ſiſtemazione della Claſſe crittogama ſi deve a lui, il primo, che la preſentaſſe facile e naturale. Nel ſiſtema Linneano che viene ſeguito univerſalmente in queſta claſſe, i filamenti, di cui trattiamo, appartengono al genere delle *Conferve*, e forſe alcuno a quello de' *Biſſi*. Per la qual coſa quando ſi annunzieranno o ſi deſcriveranno le ſpecie, converrà chiamarli con queſti nomi generici, eſſendo ſtato il nome poi di *Tremella* dedicato dal *Plinio Svedeſe* al *Noſtoc*, e ad un genere intero di vegetabili gelatinoſi, e non altrimenti filamentoſi. E ſebbene in queſt' opuſcolo non entri eſſenzialmente la deſcrizione di queſti oggetti, de' quali eſamino la natura, tuttavia parlando di loro ſervirò alla convenienza e alla preciſione ſempre eſſenziale al Naturaliſta; e abbandonando la impropria denominazione di *Tremella*, benchè ammeſſa dai Fiſici, io ſeguirò la convenzione de' Botanici, ai quali appartiene il diritto della nomenclatura di tali oggetti. Si veda la nota ſeguente ove ſono ſiſtemate le ſpecie conoſciute delle *Conferve irritabili*.

go ſenza fiſſare l' attenzione de' Fiſici e ſomminiſtrare argomento degno delle loro filoſofiche diſcuſſioni. Infatti due dotti Italiani ſi occuparono di queſto oggetto, l' Ab. *Fontana* celebre per tante opere, e l' Ab. *Corti* che con una ſerie copioſa di oſſervazioni ſcoprì dell' altre ſpecie di queſto genere dotate delle medeſime proprietà, oſſervò i loro ſenomeni, ſviluppò la loro ſtoria, e le poſe a molti cimenti. Ma queſta ſteſſa ſcoperta, che aveva fatto conchiudere all' *Adanſon*, che ancora qualche pianta aveſſe la facoltà di eſercitare quel movimento ſpontaneo, ch' è comune nel regno animale, in appreſſo fece giudicare per lo contrario, che foſſero animali que' filamenti, poichè eſercitavano quel movimento ſpontaneo, che fino allora ſi aveva conſiderato come eſcluſivamente proprio di queſto regno.

§. *IV. Rifleſſione del Sig.* Bonnet.

Frattanto il cauto ragionatore *Bonnet* quantunque inclinato a credere, che queſti filamenti foſſero piuttoſto animali che vegetabili, aveva avvertito, che non ripugna di concepire de' vegetabili privi di ſenſibilità, e dotati tuttavia della forza d' irritabilità, quantunque allora ſi conſideraſſe queſta forza come ſolamente muſcolare, e mantenuta, o almeno regolata dal ſiſtema nervoſo; nè qualche poſteriore nozione aveſſe ancora inſegnato, che l' irritabilità può eſſere generalmente propria della fibra organica, e può venire determinata ad eſercitarſi dai ſoli ſtimoli eſterni ſenza il concorſo dell' azione del ſiſtema nervoſo.

§. *V. Scoperte del Sig.* Schérér *nell' acque Termali.*

Le *Conferve irritabili* ſi conſideravano fino allora come abitatrici dell' acque fredde, e ſi conoſceva la ſtoria della loro vita, dei movimenti, della propagazione ecc. Era riſervata allo *Schérér* la ſcoperta della loro eſiſtenza nelle acque termali, e l' eſame della natura dei fluidi aeriformi, che emanano. Mediante le ſue diligenti ricerche egli ne ritrovò nelle terme di Carlsbad in Boemia, ed oſſervò, che eſſe eſalano delle arie, le di cui qualità ſeguono le leggi, e le modificazioni ſimili preſſo a poco a quelle delle arie delle altre piante Crittogame acquatiche.

§. VI. *Scoperte e rifleſſioni del Sig. de* Sauſſure.

Finalmente il Sig. de *Sauſſure*, quell' infaticabile oſſervatore, che a tutti i rami di Fiſica, ai quali direſſe il ſuo ingegno, portò de' conſiderabili avanzamenti, eſaminando gli eſſeri microſcopici dell' acque minerali d' Aix, vi ritrovò qualche nuova ſpecie di filamenti irritabili, li oſſervò con accuratezza, li deſcriſſe con preciſione, conſiderò il loro movimento di vibrazione, e ſoprattutto l' altro più curioſo movimento di progreſſione verſo la luce, come ho accennato nelle mie Rifleſſioni alla di lui Memoria (*). E poichè riflettendo a queſto movimento egli non ne ſcoprì la cauſa producitrice, volle qualificarlo per iſpontaneo nello ſtretto ſenſo della parola, ch' è quanto a dire per volontario. Per la qual coſa donando a queſti eſſeri la ſenſibilità li trasferì dal regno vegetabile all' animale, giacchè poſto che non ſi riconoſcano per vegetabili, giuſtamente riflette, che conviene conſiderarli per animali, mentre non ſi può concepire un eſſere intermedio fra i non ſenzienti e i ſenzienti. Quindi M. de *Sauſſure* ne trae delle abbaglianti conſeguenze, che ſarebbero ineccepibili ſe il movimento, di cui ſi tratta, foſſe dimoſtrato eſſere volontario e dipendente da una determinazione di ſenſibilità (*a*).

Determinazione delle ſpecie di Conferve irritabili conoſciute.

(*a*) Non eſſendo mio ſcopo la ſiſtemazione metodica e la nomenclatura delle varie ſpecie di queſte *Conferve irritabili* io non immorerò lungamente nel confronto delle indicate da codeſti Fiſici, e nella loro deſcrizione, e determinazione. Tuttavia ſiccome la confuſione, che regna ſu queſto punto, è tale, che rende difficile a chi ſi voleſſe accingere a queſta ſerie di oſſervazioni la ſcelta degli eſſeri, ai quali rivolgere l' attenzione, mi ſtudierò brevemente d' indicare a quante e quali ſpecie ſi poſſano riportare le deſcritte dai Sigg. *Corti* e *Sauſſure*, alle quali ſole ſi poſſono ridurre tutti i filamenti irritabili conoſciuti.

L' opera del *Corti*, nella quale ſi trovano preſſo a poco tutte le ſtoriche oſſervazioni, che ancora poſteriormente furono ſcritte intorno la vita delle *Tremelle*, ſarebbe un libro perfetto, ſe la poca pratica nel-

(*) Opuſcoli di Milano per l' anno 1792.

§. VII. *Mia diſcordante opinione.*

Occupandomi da molto tempo della fiſica vegetabile io aveva replicatamente ſtudiato e meditato ſu queſti oggetti; e i riſultati delle mie rifleſſioni mi guidarono a conſiderarli come realmente vegetabili: quindi mi ſono accinto a dili-

---

la ſiſtemazione delle piante Crittogame non aveſſe generato la ineſattezza nelle diviſioni delle ſue ſpecie, la poca preciſione in caratterizzarle, e la mancanza di ſinonimia botanica, per la quale ſi rende impoſſibile di riconoſcerle, e ſi crede un eſſere ignoto quello, che i Botanici conoſcevano, benchè ignoraſſero la ſua proprietà di eſeguire de' movimenti. A due diviſioni, le qnali tuttavia egli non preſenta nè come generi nè come ſpecie, e che denomina l' una *Tremella gelatinoſa*, l' altra *Tremella tenace*, riduce tutti i ſuoi filamenti irritabili. Sette in otto diverſe ſorti ne eſpone ſotto la diviſione della *Tremella gelatinoſa*, le quali tuttavia egli riſtringe a *quattro ſpecie*, non conſiderando le altre quattro nè come affatto ſimili nè come affatto diverſe. *Due*, una maggiore, l' altra minore, ne indica ſotto il titolo di *Tremella tenace*, quantunque accenni di averne vedute dieci ſorte differenti tra loro, le quali poi non decide che ſieno nè eſſenzialmente differenti, nè accidentalmente varianti.

Dal confronto di queſte indeterminate differenze e dall' oſſervazioni mie proprie mi parve, che tutte le indicate dall' Ab. *Corti* ſi poſſano ridurre a tre vere ſpecie diverſe eſſenzialmente fra loro.

1. *Conferva irritabile gelatinoſa ſenza diaframmi*: a queſta ſi poſſono ridurre la ſua prima, ſeconda, e terza ſpecie di Tremella gelatinoſa, e le tre altre ſorti ch' egli aggiunge ſecondarie a quelle tre ſpecie. Eſſe tutte mi ſembrano varietà riducibili a queſta prima ſpecie da me ſtabilita.

2. *La Conferva irritabile gelatinoſa d'* Adanſon *con diaframmi*: la quarta ſpecie del *Corti* e l' altra, da lui compreſa nel medeſimo articolo, mi ſembrano corriſpondere a queſta del Sig. *Adanſon*.

3. *La Conferva irritabile tenace*; alla quale ſola ſi devono riportare le varietà *maggiore e minore*, e le due a maglie larghe e ſtrette, e le altre due a ſtelluzze rare e affollate,

Con più preciſione il Sig. de *Sauſſure* ne deſcrive tre ſpecie abitatrici dell' acque termali e veramente differenti tra loro, le quali ſi devono conſiderare come originariamente diverſe, e ſono da lui dette 1. *Tremella d' Adanſon* 2. *Tremella bianca* 3. *Tremella a diaframmi appreſſati*. Paragonando però la deſcrizione di queſta ſpecie colle ſopra ſtabilite, io mi credo conſigliato a riportare non ſolo la prima del Sig. di *Sauſſure* alla mia ſeconda, vale a dire a quella del Sig. *Adanſon*, gente eſame delle difficoltà, che induſſero nella contraria opinione il Sig. de *Sauſſure*, giacchè nelle ſue ragioni ſono compreſe le più plauſibili tra quelle degli altri difenſori dell' animalità di queſti irritabili filamenti, e in particolare quelle che eſteſamente raccolſe l' Ab. *Corti*. Dopo ſiffatta ponderazione mi parve di poter conchiudere, che ſe queſti eſſeri ſi conſiderino di confronto colle altre *Conferve* e *Biſſi*, e ſe ſi tengano dinanzi agli occhi le ſcoperte circa l' irritabilità delle piante, e le recenti nozioni Fiſico-Chimiche, quelle difficoltà perdono tutto il loro vigore. Quindi è, ch' io non ho proliſſamente immorato nel critico eſame di eſſe, contentandomi ſoltanto di indicare nella accennata mia Lettera qualche rifleſſione di riſpoſta ad alcune di loro.

§. VIII. *Della obbiezione alla vegetabilità deſunta dal movimento verſo la luce.*

L'unica per altro, che abbia un peſo conſiderabile a favore dell'animalità, è il movimento progreſſivo delle *Conferve* noſtre verſo la luce. E poichè tutta la queſtione circa

---

ma anche la ſua terza a *diaframmi appreſſati* alla terza da me ſtabilita *Conferva irritabile tenace*.

Per conſeguenza, anzi che due, ſarebbe una ſola la ſpecie ſcoperta dal benemerito Fiſico Ginevrino; e quindi accreſcendo di un' altra di più le ſpecie da me ſtabilite indicherei come nuova una 4. *Conferva irritabile bianca ottuſa rappreſentante frequentemente la forma di anello*. Ma poichè io mi trovo nella impoſſibilità di oſſervare in natura le indigene dei bagni d' Aix, e poichè la claſſificazione di queſta non è che dietro alla deſcrizione del Sig. di *Sauſſure*, egli è per ciò, ch' io non l' annunzio con ſicurezza, della quale ho uſato nella ſiſtemazione di quelle dell' Ab. *Corti*: le quali ho potuto agiatamente a mia voglia oſſervare.

Gioverà trattanto di aver indicato, che conviene riportare al genere delle Conferve e ridurre a quattro ſpecie queſti filamenti manifeſtamente irritabili, troppo confuſi dai Fiſici, che gli hanno oſſervati, che non erano del tutto ignoti ai Botanici, i quali però facilmente ſoddisfatti della loro nomenclatura ignoravano le loro fiſiche proprietà, e che forſe non ſaranno i ſoli a manifeſtare ſimili movimenti, i quali probabilmente ſi ſcopriranno in alcune piante della ſteſſa famiglia per altri caratteri conoſciute.

la loro natura dipendeva dalla deciſione di queſta, mi ſono ſtudiato di eſaminar quel moto acuratamente: per la qual coſa ſono riſalito lontano a conſiderare comparativamente gli effetti della luce ſu i vegetabili, a raccogliere e paragonare i fenomeni relativi alle arie, che emanano. Riducendoli alle recenti teorie pneumato-Chimiche ho formato delle ſlegate nozioni, che ſi hanno, un ſol tutto; e trovato, che la luce agendo meccanicamente doveva produrre quel movimento, io mi luſingo di eſſere pervenuto a conoſcere la di lui natura e la geneſi. Queſto eſame appunto formerà il primario ſoggetto della preſente Memoria, la quale io ſpero che ſpargerà qualche nuovo lume ſopra alcuni punti di Fiſica vegetabile, e dalla quale per ultimo riſultato conchiuderemo, che codeſta progreſſione, lungi dal formar un carattere d'animalità, lungi dal ripugnare in un eſſere inſenſibile, ella non è che un effetto meccanico della luce, il quale ho ſcoperto verificarſi in altre ſpecie di piante collocate libere nell' acqua.

§. IX. *Due maniere, nelle quali la luce potrebbe occaſionare quel movimento.*

Veniamo pertanto al punto in queſtione. Non iſcoprendo la cauſa meccanica producitrice della progreſſione delle Conferve irritabili, ed oſſervando, che ſi avvicinano ſempre alla luce, a cui progrediſcono per ogni ſorta di direzione, qualche Naturaliſta e più d' ogn' altro il Sig. de *Sauſſure* ſi credè autorizzato a dedurre, che eſſa non ſia meccanica, ma che anzi debba eſſere volontaria ed elettiva per poter preferire ſempre la parte più luminoſa in quella tal circoſtanza. Io penſo, che non ſi poſſa trarne tal conſeguenza, ma che per parlare con preciſione ſi debba ſolamente dedurre, che la luce *influiſca ad eccitare tali movimenti*. Ora per eccitare queſti movimenti la luce potrebbe operare in due modi; 1.° *determinando la ſenſibilità e volontà di queſto eſſere, ſe foſſe animale*; 2.° *eſercitando un' azione e attrazione meccanica, ſe foſſe una pianta*. Ma ſe da queſto fatto non ſi può ſtabilire di più, per quali oſſervazioni, per quali ragionamenti potremo pervenire a conoſcere in quale di queſte due maniere agiſca la luce ſulle *Conferve irritabili* per produrre il fenomeno, di cui ſi tratta?

§. X. *Analogia tra le Conferve irritabili, ed altre piante: circoſtanze del loro movimento, le quali lo indicano meccanicamente prodotto.*

Veramente la totale mancanza delle note caratteriſtiche degli animali, e la analogia tra le Conferve irritabili e le piante ſpecialmente del genere delle Conferve e de' Biſſi, analogia che ſi oſſerva nella forma, nel colore, nell' abito, nella naſcita, nella nutrizione, e nella riproduzione, mettono in ſoſpetto la ſpontaneità del movimento di progreſſione, e ci allontanano dal conſiderarlo prodotto da una determinazione di ſenſibilità. Se poi ſi avverte ad alcune particolarità e circoſtanze di queſto moto, ſembra che tutte coſpirino a rappreſentarlo come meccanico. Si oſſervi la ſua lentezza. Eſſa è tale che le *Conferve irritabili* non traſcorrerebbero una decima parte di linea per ogni minuto. Si oſſervi la loro attitudine di avvicinarſi alla luce indifferentemente con qualunque parte del loro corpo ſi trovino dirette alla luce medeſima (indifferenza che non ſembra propria degli animali, ne' quali la facoltà muſcolare per la forma de' muſcoli deve avere un centro e quindi una direzione); e ſi oſſervi finalmente quella ſteſſa coſtanza nel progredire ſempre verſo la luce, coſtanza ch' io non trovo così fedelmente eſeguirſi in natura dove ſi tratti delle determinazioni ſpontanee degli eſſeri ſenſitivi; e ſi dovrà convenire, che queſti ſono piuttoſto i caratteri del moto meccanico. La forma iſteſſa delle noſtre *Conferve irritabili* ſi oppone direttamente alla poſſibilità di eſeguire un moto ſpontaneo. Conſiſtendo eſſe in filetti equabili alla ſuperficie eſteriore del loro corpo, non marcati al di fuori da neſſuno ſtrangolamento, perfettamente liſci e uniformi, non ſi può concepire come poteſſero eſercitare un movimento ſpontaneo di progreſſione, per l'eſercizio del quale converrebbe, ch' eſſe alla ſuperficie del loro corpo aveſſero delle rughe ed aſprezze, coll' ajuto delle quali queſto corpo poteſſe ſtriſciare, come fanno i vermi o i ſerpenti. Siffatte rughe il Sig. de *Sauſſure* è neceſſariamente coſtretto a ſupporle per ammettere la ſpontaneità di quel movimento nel tempo ſteſſo ch' egli confeſſa, che i migliori microſcopj lungi dall' indicare nulla di ſimile rappreſentano anzi le *Conferve irritabili*, come ho detto, uniformi e liſcie perfettamente. Tutte queſte difficoltà mi ſanno inclinare a credere, che la luce non influiſca determinando la loro ſenſibilità ad eſeguire un movimento elettivo, come ſarei ſtato propenſo anch'io alla prima iſpezion del fenomeno, ma invece per forza d' un' attrazione meccanica, qualunque ella ſia; e mi ſanno giudicar vegetabile la loro natura, eſſendochè queſto movimento di progreſſione è l'unico conſiderabile obbietto che le ſi faccia. Ma pure mi ſi dirà, che non ſi può tranquillamente ſupporre come meccanicamente prodotto quel moto, poichè non ſe ne ſcopre la immediata cauſa efficiente: ed io lodo queſta cautela, e convengo anch' io, che ſarebbe quaſi impoſſibile di ſcoprirne la cauſa con eſperienze dirette, e quindi ſciogliere il dubbio per una rigoroſa dimoſtrazione. Per iſcoprire adunque la cauſa producitrice dell' avvicinamento dei noſtri filetti alla luce e il modo di agire di queſta cauſa, convien tentare un eſame indiretto; e queſto appunto intraprendo colla luſinga che ſia per riuſcire ſoddisfacente. Ma prima mi ſi permetta una digreſſione ſulla ſtoria naturale delle *Conferve irritabili*. Comechè queſt'. opuſcolo ſia diretto ſpezialmente a trattare della loro natura, pure eſſendovi in eſſo ragionamento delle ſcoperte dei loro moti, della loro claſſificazione, della determinazion delle ſpecie, delle principali proprietà ecc. ecc., un Saggio della loro ſtoria naturale diveniva neceſſario alla piena trattazion del ſoggetto, e alla ſoddisfazione di chi legge.

§. XI. *Saggio della ſtoria naturale delle Conferve irritabili.*

Nel fondo dei foſſi, nelle vaſche delle fontane i filamenti delle *Conferve irritabili* formano una verdura ſpeſſo indiſtinta. Coll' ajuto del microſcopio la oſſerviamo eſſere un aggregato di filamenti diſpoſti ordinariamente in pacchetti verdi, altri diviſi a diaframmi più o meno approſſimati, altri più ſemplici non diviſi da neſſuno interſecamento.

Se giunge a fomentarli la luce, eſſi creſcono e ſi propagano, abbandonano il fondo, aſcendono alla ſuperficie, ora ſenza eſſere rigonfiati, ed ora divenuti quaſi ſpugnoſi per le bollicine d' aria generata dalla luce medeſima, le quali a mano a mano ſi ſprigionano e divengono libere. Eſaminata queſt' aria ſi trova eſſere deflogiſticata (gas oſſigeno) nel pieno giorno, quando nell' ombra o a debole luce è meno pura dell' aria atmosferica.

L' interno parenchima è la ſede del color verde, e la pellicola che lo contiene è traſparente. Nell' interiore di qualche ſpecie ſi diſtingue la ſoſtanza verde quaſi compoſta di granellini. Dopo la putrefazione dei filamenti gl' inviluppi montano, ſi riuniſcono e formano come una tela di ragno ſopra l' acqua corrotta.

Filamenti alle volte diviſi dai diaframmi, alle volte continui, in alcune ſpecie terminati a punta attenuata, in altre bruſcamente troncati, il parenchima trattenuto da una traſparente pellicola, ecco tutto l' organiſmo delle Conferve irritabili. Neſſun membro, neſſun organo eſterno o interno, neſſuna ineguaglianza, neſſuno ſtrangolamento.

Eppure queſti ſempliciſſimi filamenti eſeguiſcono due generi di movimenti. 1.° *di vibrazione*. Le loro eſtremità vanno come naturalmente oſcillando; e queſta vibrazione in qualche ſpecie più vivace, in altre più lenta, e quaſi inſenſibile, diviene più marcata quando eſſendo la eſtremità poſteriore inceppata e repreſſa, l' altra più energicamente ſi torce: nella *Tremella bianca* di *Sauſſure*, che corriſponde alla noſtra 4.ª *Conferva irritabile*, tale è la oſcillazione delle eſtremità dei filamenti, che arrivano eſſe a congiungerſi e a rappreſentar un anello.

Il 2.° movimento di *progreſſione*. Quando la luce riſplende più in un lato che in un altro del recipiente, in cui ſono, i noſtri filamenti ſi dirigono in qualunque ſenſo e per qualunque direzione con una lentiſſima progreſſione verſo di lei. Così ſi trovano ſpeſſo alla luce e perchè eſſa favoriſce la loro propagazione, e perchè li richiama. La ſoprannominata 4.ª *ſpecie* non ſi è veduta viaggiare.

Creſcono rapidamente, ſoprattutto in tempo di notte: alla luce o ſcemano o non aggrandiſcono. Secondo l' Ab. *Corti* ſi moltiplicano per diviſioni, e dopo il diſſeccamento ſi poſſono rivivificare mediante l' umettazione. Il Sig. de *Sauſſure* non ha potuto verificare queſti due fenomeni nelle ſue ſpecie delle terme d' Aix.

Inſenſibili ai cangiamenti di temperatura, e indifferenti alla non alteratiſſima qualità d' acque, le abitatrici dell' acqua termale proſperano egualmente bene nella comune e alla temperatura ordinaria.

Una goccia però di liquore irritante eſtingue ogni ſorta di oſcillazione, e toglie la vita.

Mediante l'analiſi Chimica ſomminiſtrano i prodotti delle ſoſtanze animalizzate, e in particolare l' alcali volatile (ammoniaca).

SEZIONE II.

Eſame comparativo del movimento di progreſſione delle Conferve irritabili verſo la luce. Aerologia delle piante.

§. XII. *Idea di queſto eſame indiretto.*

Non potendo determinare direttamente ſe la luce agiſca per una azione meccanica ſopra queſti eſſeri tanto raſſomiglianti a una famiglia intera di piante, mi ſo ad eſaminare l'influenza della luce ſui vegetabili, onde vedere ſe ella ſe gli attira veramente, e in qual maniera lo faccia. Per ſoddisfare a codeſte ricerche io mi ſono trattenuto a conſiderare due de' principali ſenomeni, che la luce occaſiona ne' vegetabili. 1.° quel movimento che chiamano di nutazione, per il quale le piante s'inclinano ſempre a ricercar la luce, 2.° lo ſviluppo e modificazione dell' arie delle piante eſpoſte all' azione de' raggi ſolari o diretti o rifleſſi. Entrando nell' eſame ſpecialmente della ſeconda di queſte due operazioni de' vegetabili, ho veduto, ch' io non poteva conoſcerla eſteſamente e con preciſione, e quindi trarne un profitto nell' applicarla ai fenomeni delle Conſerve irritabili, ſe non aveſſi bene ſtabilita la teoria delle arie de' vegetabili. Eſteſi adunque le mie ricerche a queſto ramo di Fiſica analizzando ciò, che i laborioſi Oſſervatori, che ſe ne ſono occupati, ci laſciarono ſu queſto ſoggetto. Ma ho trovato pochi fatti ſtabiliti, molte opinioni controverſe, diſparità di deduzioni, oſcurità di teorie. Occupandomi nello ſtabilire i riſultati più certi, e in ridurli, ciò che eſſi non fecero, alla preciſione e aggiuſtatezza de' recenti ſiſtemi pneumato-chimici, mi avvidi, che ciò ch' io aveva intrapreſo come un lavoro ſecondario per applicarlo al movimento delle noſtre *Conferve*, era divenuto un lungo ed intero *Saggio di Aerologia delle piante*. Veramente la lettura di queſto Saggio gioverebbe a quelli, che non ſono ancora familiarizzati colle più recenti teorie, poichè queſta materia è ancora intralciata e involta in un labirinto di confuſione, poichè un Saggio dell' arie dei vegetabili dietro il recente e luminoſo ſiſtema di Chimica non è ſtato ancora abbozzato, e poichè l'applicazione di quel ſiſtema alle funzioni delle piante mi ſembra portare un avanzamento alla ſcienza de' vegetabili. Ma riſervando ad altra occaſione la pubblicazione di queſto Saggio, nel quale avrò qualche nuova viſta da eſporre, io non indicherò preſentemente che alcune delle ſue traccie eſſenziali onde in un colpo d'occhio ſi poſſa vedere la ſerie e la combinazione de' fatti e de' ragionamenti, e il loro rapporto col fenomeno, di cui ſi tratta.

Piano di nuova teoria delle Arie de' vegetabili.

§. XIII. *Influenza della luce in produrre nelle piante il movimento di nutazione; e nell' accreſcere e modificare le arie, che emanano.*

Per poco ch' io traſcorra colla mia attenzione ſul regno vegetabile, io ci riſcontro dovunque la benefica azion della luce. Ma tralaſciando i diverſi effetti ch' ella produce, io m' arreſto ad oſſervare quella inclinazione, ch' eſſa coſtantemente occaſiona nelle piante eſpoſte ai ſuoi raggi o diretti o rifleſſi, per la quale incurvandoſi ſi rivolgono ſempre e avvicinano alla parte più luminoſa. Ad intendere il meccaniſmo, che produce queſto fenomeno, potrebbe forſe recare un ſoccorſo e la ſpiegazione data dal Sig. de *Sauſſure*, che modificò e migliorò quella del Sig. de *la Hire*, e la congettura avanzata dal Sig. *Senebier*. Ma la mia maniera di ſpiegarlo non conviene con queſte ſe non di lontano; come altrove avrò occaſione di eſporre e di ſviluppare. Io mi contento per ora di non vedere in eſſo ſe non la produzione di un movimento mediante la luce, il quale in generale è ammeſſo come meccanicamente prodotto. Da un movimento d' inclinazione ad un movimento di progreſſione non c' è forſe che un paſſo. Ma mi aſtengo per ora dalle applicazioni, e mi rivolgo all' altro più fecondo fenomeno dell' eſalazione delle arie, che emanano dalle piante eſpoſte alla luce, l'eſame del quale eſſendo più opportuno a ſpargere della chiarezza ſopra il mio oggetto, ha maggior diritto d' intereſſare le mie ricerche.

§. XIV. *Riſultati, che ſi poſſono trarre dalle eſperienze dei Fiſici, che ne hanno trattato.*

Dalle indefeſſe fatiche de' celebri *Prieſtley*, *Ingen-housz* e *Senebier*, benchè queſti autori non ſieno ſempre concordi nelle loro deduzioni, e forſe non ſempre eſatti ne' loro ragionamenti, pure mi ſembra poter dedurre come provato,

Che le piante, e le erbacee più che le arboree e ſoprattutto le graminee e le acquatiche, da molte delle loro parti ed in particolare dalle foglie, allorchè ſono eſpoſte alla luce ſolare, eſalano molta quantità d' *aria deflogiſticata* oſſia *gaz oſſigeno*, il quale non ſembra però affatto puro; che la ſua quantità e purezza è proporzionata alla intenſità della luce, quando eſſa non ſia per altro eccesſiva; che alloraquando ſi trovano all' ombra, mandano minor copia d' aria, e queſta per la maggior parte impura e non reſpirabile, la quale da loro fu detta *flogiſticata*: e che finalmente, ſe crediamo agli eſperimenti del Sig. *Ingen-housz*, quando ſono collocate all' oſcurità, oltre a qualche porzione d' aria flogiſticata eſalano dell' *aria fiſſa o gaz acido carbonico*, o per parlare in modo che non diſcordi nemmeno coll' idee del Sig. *Senebier*, che quando ſon collocate nell' oſcurità *cambiano* in aria fiſſa l' aria, che le circonda.

Per mancanza di metodi eſatti preſentatici in appreſſo dalla Scienza pneumato-chimica non è poſſibile dietro le loro oſſervazioni di ſtabilire con preciſione la natura dei gaz, che raccolſero dai vegetabili: ma per quanto ſi può conchiudere dalle proprietà di quelli, che emanano dalle piante nelle tre circoſtanze di luce, di ombra, e di oſcurità, il gaz, che eſce alla luce, è gaz oſſigeno, quello, che eſce all' oſcurità, è un gaz acido carbonico miſto a porzione di qualch' altro gaz non reſpirabile, ed il ſolo gaz, che eſce all' ombra, non ſi può così facilmente determinare. Non oſtante quello, ch' eſſi chiamano aria impura, ſembrami un' unione di gaz acido carbonico, e di qualche porzione di gaz azoto, e di gaz idrogeno carbonato.

§. XV. *Incertezza degli Oſſervatori nel determinare la geneſi di queſti gaz delle piante.*

La ſteſſa mancanza di un giuſto ſiſtema pneumatico, per la quale rimaſero controverſi e indeterminati codeſti prodotti gazoſi e i riſultati dell'eſperienze, cagionò parimenti tra quegli ſteſſi, che ſagacemente ne andavano ſcoprendo i fenomeni, quell'oſcurità e quelle diſcordie d'opinioni, in cui furono circa la geneſi e la teoria di queſte trasformazioni dell'arie de' vegetabili. Fondati generalmente ſopra l'errore ammeſſo come una verità, di cui per molto tempo non ſi oſava nemmeno di dubitare, che l'aria cioè foſſe un elemento da ſe, originariamente diverſo dai ſolidi, non convertibile in corpo ſolido, nè componibile, eſſi non ammettevano nuove formazioni d'aria, nè ſupponevano l'aerizzazione come uno ſtato poſſibile de' corpi ſolidi: ma quando vedevano ſortire un gaz da un corpo qualunque, ſupponevano, che foſſe uno ſprigionamento d'aria ivi prima rappiattata e compreſſa, e per intendere le diverſe qualità delle arie ammettevano diverſe modificazioni, che poi non ſapevano determinare da qual cauſa foſſero prodotte, e in qual maniera operate. Quindi da analoghi e ſpeſſo ſimili eſperimenti vediamo *Prieſtley* dedurre, che l'aria atmosferica, per le putrefazioni e per la reſpirazione animale viziata dal *flogiſto*, vada come a cribrarſi nelle foglie delle piante, deponga quell'immaginario principio, il quale ſecondo lui rimaneva a nutrizion della pianta, intantochè l'aria depurata in tal modo partiva in iſtato d'aria deflogiſticata. Queſta idea dei mutui ſervigj, che ſi preſtavano i due regni organici della natura, poteva veramente abbagliare l'immaginazione: quelli ſoprattutto, che entrano a ſtudiarla troppo preoccupati dal bello metafiſico e di perfezione, dovevano ammirare, che i vegetabili nel tempo medeſimo in cui per ſe ſteſſi traevano un nutrimento dall'aria viziata degli animali la purificaſſero, e la rendeſſero atta alla reſpirazione degli animali medeſimi; e che queſti nell'atto che viziavano l'aria con la reſpirazione e ſi liberavano dai principj incomodi alla loro eſiſtenza, preparaſſero ai vegetabili la ſoſtanza, che ſerviva a nutrirli. Per lo contrario il Sig. *Ingen-housz* da una folla di eſperimenti ha creduto di poter aſſerire, che le piante realmente aſſorbiſcano dal recipiente, in cui ſono ſituate, l'aria qualunque ſia, e ſpecialmente l'atmosferica e la vitale, che ſono ad eſſe più atte; che ne aſſorbiſcano in tanta copia, che baſti a riſarcire le perdite cagionate dall' emanazione dell'arie abbondante ſpecialmente in tempo di giorno, e che nel loro interno per una facoltà della loro natura mediante il meccaniſmo della vegetazione, facoltà e meccaniſmo che confeſſava di non conoſcere, la trasformino in un modo per lui miſterioſo all' oſcurità in aria fiſſa, e nella piena luce in aria vitale; mentre i fiori e i frutti lungi dal migliorarla giammai la vizino in tutte le circoſtanze. Laddove il Sig. *Senebier* affermava in vece, che le piante periſcono nell' aria flogiſticata; che all' oſcuro mefitizzino l' aria non per una facoltà propria della loro natura nè per una operazione vitale, ma per una alterazione e diſordine d' organiſmo; e giudicava, per ſervirmi delle ſue ſteſſe eſpreſſioni (Mem. t. 2. 388.) ,, che l' aria ,, fiſſa ſciolta nell' acqua foſſe il nutrimento, che le piante ,, traggono dall' aria, che le bagna, e la ſorgente dell' aria ,, pura la quale eſſe forniſcono per elaborazione, che le fanno ſubire. ,, L'oppoſizione di deduzioni, e l'oſcurità de' ſiſtemi, in queſti per altro benemeriti e infaticabili oſſervatori, ci laſciano ancora nell' ignoranza ſu queſto argomento; ma ci permettono nonpertanto di potere ſondatamente dedurre queſto certiſſimo riſultato, che la luce oltre al produrre un movimento d'inclinazione ne' vegetabili, agiſce in modificare le arie, che emanano, e ad accreſcerne la quantità.

§. XVI. *Geneſi dell' Arie nel ſiſtema del Sig.* Lavoiſier, *e de' ſuoi Compagni.*

Ma la ſemplice e ben ſondata teoria pneumatica, che ſi deve particolarmente alla mano maeſtra del Sig. *Lavoiſier*, non ci laſcia più all'oſcuro circa la geneſi e le traſmutazioni delle arie; e mi pare che applicata ai ſenomeni aerologici delle piante ne porti tutto il poſſibile riſchiaramento. (*a*)

E' noto

(*a*) Poſto che l' indole del noſtro ſpirito non ſi contenta nello ſtudio della natura di conoſcere dei fatti iſolati, poſto che noi ſentiamo

E' noto dopo le oſſervazioni ed eſperienze di quel dotto Chimico, e de' ſuoi colleghi, che un fluido elaſtico aeriforme, un' aria qualunque non è che la combinazione delle molecole d'un qualunque corpo, e ciò ch'è lo ſteſſo, d'una baſe col calorico o materia del calore; che il calorico combinandoſi a queſto corpo o a queſta baſe la riduce allo ſtato gazoſo; che la diverſa natura della baſe coſtituiſce la diverſa natura dei gaz; e che il diverſo grado di temperatura ſpeſſo influiſce ad aerizzare piuttoſto uno che un altro di codeſti principj. La luce ancora o in quanto ſi uniſce al calorico, e fa che queſto cambi d'affinità e di tendenza coi varj principj, o più probabilmente, come credono parecchj recenti Chimici, in quanto agiſce da ſe ſola con una ſua propria attività ſovra alcuni, ſi combina ad una piuttoſto che ad altra baſe onde ridurla in iſtato gazoſo.

§. XVII. *Affinità della luce coll' oſſigeno.*

Queſta proprietà della luce eſſenziale al mio ſcopo, queſta ſua influenza cioè nella geneſi del gaz oſſigeno, è baſtantemente comprovata dalla perdita di oſſigeno o baſe dell' aria deflogiſticata, che fa l'acido muriatico oſſigenato eſpoſto alla luce, dallo ſprigionamento di oſſigeno dagli oſſidi o calci mercuriali, e dall'acido nitroſo mediante la luce, dalla grandiſſima copia di luce viva e brillante, che nella combuſtione del gaz oſſigeno ſi ſprigiona. Queſta proprietà della luce dal-

---

il biſogno di rimontare dagli effetti alle cauſe, oſſia dai fenomeni particolari a' fenomeni più generali, da' quali quelli dipendono, poſto che noi ci ſentiamo neceſſitati a voler un ſiſtema, che leghi le noſtre cognizioni, che ci preſenti de' principj che ci dirigano nelle ulteriori indagini delle ſcienze ſpecialmente Fiſiche e Chimiche; il ſiſtema del Sig. *Lavoiſier* mi ſembra l' unico ragionevole e ſoddisfacente a codeſti oggetti. Semplice, legato, dedotto, ſoltanto per mezzo di eſperienze conduce a dei riſultati non ſuppoſitizj, i quali un giuſto ragionamento congiunge in alcuni generali punti di viſta, e ne forma così una teoria, che apre parecchie ſtrade alla ulteriore cognizione di moltiplici verità, alle quali non ſaremmo arrivati per altra via. Io penſo, che allorquando ſi comprenderà un poco meglio, gli ſi moveranno meno obbiezioni. Ma diranno: ſarà ſempre un'ipoteſi. Sia. Ma una ipoteſi, che non è che l'aggregato dei fatti, alla quale i fenomeni corriſpondono colla preciſione del calcolo, ſe ſi dirà ipoteſi s' intenderà nel ſenſo medeſimo, in cui ſi chiama ipoteſi il ſiſtema dell' attrazion Newtoniana: ed io in queſto ſenſo confeſſerò d' abbracciare la più ragionevole tra le ipoteſi Chimico-Fiſiche.

lo ſteſſo Sig. de *Sauſſure* viene ammeſſa, ed ingegnoſamente applicata (nell' ultimo tomo dell' Accademia di Torino) per la coſtruzione d' un nuovo iſtromento, che indichi la maggiore o minore intenſità di luce di due ſiti diverſi.

§. XVIII. *Influenza del diverſo grado di calore e di luce nel diverſificare le Arie dei vegetabili.*

Si vede da tutto ciò chiaramente, come dal corpo medeſimo poſto in tre diverſe circoſtanze poſſano ſortire tre diverſe ſpecie di gaz, quando il corpo ne contenga le baſi. Il calorico, il quale in un dato grado di temperatura agiſce per aerizzare un principio o baſe, in un grado maggiore eſercita la ſua affinità ſopra un altro; all' intervento poi della luce un terzo principio paſſa allo ſtato gazoſo. Applicando queſte premeſſe al caſo noſtro, nella mancanza di luce il calorico all' ordinaria temperatura ha la ſua affinità per il principio carbonico, col quale mediante l' intervento di alquanto oſſigeno forma il gaz acido carbonico, o l' aria fiſſa, la quale eſala dalle piante collocate all' oſcuro. Se al calorico ſi congiunga una piccola porzione di luce, allora ſi cambiano le affinità, e ſi eſercitano cogli altri principj formando quell' aria impura emanata dai vegetabili all' ombra, la di cui natura, come ho ſopra indicato, è malagevole coſa a determinare con tutto rigore. Se poi prevalga la luce, ſe le piante ricevano tutto lo ſplendore del giorno, allora la molta affinità della luce verſo l' oſſigeno, o agendo da ſe, o dirigendo per dir così l' azion del calorico verſo di lui, vi genera il gaz oſſigeno, il quale e per l' abbondanza del principio oſſigeno ne' vegetabili, e per la forte tendenza della luce verſo di lui abbondantemente ſi ſvolge dalle piante illuminate a migliorare l' atmosfera, e ad apparecchiare ai viventi una reſpirazione dolce e ſalubre.

§. XIX. *Nuove formazioni delle Arie nelle piante: prove.*

Ho detto, che le emanazioni delle arie de' vegetabili non ſono evoluzioni di arie in eſſi eſiſtenti in iſtato aeriforme, ma che ſono vere generazioni e nuove formazioni corriſpondenti alla geneſi ordinaria di fluidi aeriformi: e giacchè la novità di queſta propoſizione, benchè derivante dal mio ragionamento, e le conſeguenze, a cui mi conduce in appreſſo, potrebbero colpire i lettori, io farò riflettere 1.° che ſpeſſo le piante mandano dei gaz radicalmente diverſi da quelli, che ſi giudicano aſſorbiti; che le loro baſi ſono originariamente diverſe e per conſeguenza non traſmutabili; e che quindi conviene attribuire l'origine dei gaz, che ne ſortono, ad una nuova formazione: 2.° che ſe anche rimetteſſero quei medeſimi gaz, che avevano prima aſſorbito, queſti gaz non potevano rimaner tali nell'interior della pianta, ma nell'atto d'entrarvi dovevano perdere l'abito aereo, che eſſendo perciò ridotti allo ſtato di ſemplici baſi erano reſtati a formare parte coſtituente del vegetabile; che l'aſcenſione del termometro collocato nell'interno d'un albero, giuſta l'eſperimento del Sig. *Hunter*, indica nell'albero una temperatura ſuperiore all'atmosferica; e che queſto calorico che divien *libero*, non può provenire che dalla decompoſizione dell'aria mediante il meccaniſmo della vegetazione; e che quindi i principj radicali non potevano ricomparire in iſtato d'aria ſe non per una nuova unione di calorico e luce, ch'è quanto a dire per una nuova formazione.

L'unico pregiudizio, per cui ſi ſupponeva eſiſtere l'elemento aereo originariamente tale nè producibile nè diſtruttibile, occaſiona la ſorpreſa, che potrebbe in alcuno deſtare queſta pur così ſemplice teoria; e veramente mi ſembra che nello ſtato attuale delle noſtre Chimiche cognizioni non poſſa reſtarne colpito ſe non chi ſi laſciaſſe ſtraſcinare dalle abitudini. Imperciocchè ſe dietro i recenti lumi ſi conſiderino le modificazioni e mutazioni di natura delle arie, queſte ſi devono riconoſcere per nuove e vere formazioni, come vere formazioni ſi devono eziandio giudicare le modificazioni dell'aria che accadono nella reſpirazione animale, e nella iſpirazione ed eſpirazione de' vegetabili ancora quando foſſe dimoſtrata ſimile a quella.

§. XX. *Differenza tra la Reſpirazione animale, e l'aſſorbimento ed emanazione delle Arie nelle piante.*

Ma più manifeſtamente ſi riconoſceranno per vere formazioni queſte de' vegetabili, le quali io giudico ſomiglianti alle ordinarie aerizzazioni, che tutto giorno ſuccedono nel regno inorganico, e meno analoghe alla reſpirazione animale. Imperciocchè quantunque le piante aſſorbiſcano dell' aria e ne emanino, lungi dall' eſſer certo, che l' emanata ſia quella ſteſſa, che fu prima aſſorbita, oſſervo che nè la qualità nè la quantità vi corriſponde del tutto; che non abbiamo fatti, che ne aſſicurino, e che l' eſperienze di qualche moderno Fiſico dirette a comprovare quell' opinione non ſono convincenti; e che quando ſi ammetteſſe, che dalle piante non emanino arie, le quali prima non foſſero ſtate iſpirate, ſarebbero ineſplicabili e contraddittorj alcuni fenomeni, come l' abbondanza d' aria, che ſomminiſtrano alcune piante, le quali ne aſſorbiſcono poca, la ſcarſezza di alcune altre, le quali ne aſſorbiſcono molta, la emanazione d' aria da parecchj vegetabili, i quali apparentemente non ne aſſorbiſcono ecc. ecc. Finalmente la ſovraccennata oſſervazione mi par deciſiva ſu queſto punto, l' oſſervazione cioè, che in alcuni eſperimenti dell' *Ingen-housz* le piante eſalarono dei gaz radicalmente diverſi da quelli, che avevano prima aſſorbito, ed aſſolutamente non trasformabili d' uno in l' altro; come quando emanarono gaz oſſigeno e gaz acido carbonico, non avendo prima aſſorbito che gaz idrogeno e gaz azoto.

Oſſervo di più, che a differenza di quanto ſuccede negli animali, ne' vegetabili l' intervento di cauſe eſtrinſeche, e in particolare della luce ha una maſſima influenza nel ſollecitare e diverſificare la natura delle arie, le quali eſſi mandano; ciò che moſtra chiaramente il giuoco e il potere delle affinità. Rifletto in oltre, che i prodotti gazoſi della reſpirazione animale ſono diverſi da quelli della elaborazione vegetabile; che quelli ſono coſtanti, e queſti varianti; che la cauſa coſtante di quelli ſaranno l' organiſmo, e le forze interne degli animali, che ſole coſtantemente agiſcono; che finalmente l' incoſtanza e le variazioni di queſti non ſi poſſono deſumere che dagli eſtrinſeci cambiamenti di affinità. Da queſte e ſimili conſiderazioni ſi può dedurre 1.° che è ben lontano, che l' azion delle piante nel trasformare le arie ſia ſimile all' azione degli animali, e che quei cambiamenti ſieno prodotti da una miſterioſa forza vegetativa. 2.° che le operazioni de' vegetabili ſono invece analoghe alle ordinarie formazioni e trasformazioni dei gaz, le quali tutto giorno vengono operate nel regno inorganico dalle ſemplici leggi d'affinità, delle quali ſi ha una più giuſta e più facile idea.

§. XXI. *Meccaniſmo delle decompoſizioni e ricompoſizioni delle Arie nelle piante.*

Io conchiudo pertanto, che i varj gaz, che circondano i vegetabili, vengano da loro aſſorbiti, che eſſi gaz entrandovi ſi decompongano, che le loro baſi, abbandonato in parte il calorico, che loro comunicava l'abito aereo, paſſino in ſoſtanza del vegetabile, e reſtino a formarne parte coſtituente: ed è perciò, che coi proceſſi Chimici ſi trovano nelle piante i varj principj baſi dei gaz azoto, carbonico, idrogeno, e oſſigeno, i quali due ultimi probabilmente provengono in abbondanza ancora dalla decompoſizione dell'acqua, che perennemente ſuccede dentro la pianta. Non nego io già, che qualche porzione d'aria non entri e reſti tale ne' vegetabili. Ma credo in generale, che la quantità d'aria, che emanano, ſia prodotta da una nuova combinazione di calorico e alle volte anche di luce coi principj delle piante, come ſuccede per eſempio ad un metallo eſpoſto all'azione atmosferica, nel quale il gaz oſſigeno vi depone la propria baſe, che lo fa paſſare allo ſtato d'oſſido, o calce metallica; mentre in circoſtanze diverſe alcuni oſſidi per eſempio i mercuriali eſpoſti alla luce abbandonano ad eſſa il loro oſſigeno, il quale combinandoſele forma del gaz oſſigeno. Conſiderate le operazioni delle piante ſotto queſto punto di viſta s'intende bene, come l'azion della luce ſvolga dalle piante medeſime del gaz oſſigeno; come nella mancanza di luce non ne ſorta, benchè la pianta vegeti a ſufficienza bene; come l'abbondante oſſigeno per la interna e ſucceſſiva decompoſizione dell'acqua a lei provenuto, ſe manchi della luce, che lo aerizzi, rimane accumulato a ſovraccaricare la pianta e a produrvi quello ſtato di languore e di ſcoloramento, che i Franceſi chiamano *étiolement*, il quale, come avrò occaſione di moſtrare, non è che una ſopraccaricazione d'oſſigeno.

§. XXII. *Vere combinazioni della luce, e del calorico colle baſi: loro mutua azione.*

Ammeſſa dunque per provata la compoſizione dei gaz come proveniente dall' unione di luce e calorico colle baſi radicali, ſi rifletta, che entrambi queſti, che ſi poſſono chiamar diſſolventi, perdono le loro qualità ſenſibili; e il calorico perde ancora la ſua facoltà di equilibrarſi negli altri corpi; e ſi dovrà conchiudere, che tal ſorta d' unioni, nelle quali i componenti perdono le loro proprietà, nè ſi diſgiungono ſe non coſtretti da più valide affinità, ſono vere chimiche combinazioni.

Queſte combinazioni ſuccedono per una reciproca attrazione de' componenti e con uno ſcambievole avvicinamento delle particole della baſe e del diſſolvente: ciò che attualmente viene ammeſſo ſenza eccezione da tutti i Chimici.

§. XXIII. *Avvicinamento dei componenti.*

Ora queſta attrazione e queſto avvicinamento reciproco de' componenti deve comunicarſi a tutta la maſſa, in cui ſi trovano, in ragione compoſta però e della intenſità della forza che eſercitano, e della quantità di particole che la riſentono. Un ſimile avvicinamento dalle ſteſſe leggi operato ſi verifica patentemente nella formazione de' Sali medj, i componenti de' quali nel momento della combinazione ſi appreſſano e uniſcono. Si ſupponga per eſempio, che tutte le molecole della baſe ſieno omogenee ed eccitate dalla medeſima forza, allora tutta intera la baſe ſi porterà verſo il diſſolvente, quando nuoti per eſempio in un fluido, di cui poſſa ſuperare la reſiſtenza. Si ſupponga, che ancora la maſſa, in cui ſi trova la baſe attratta, non ſia tutta omogenea, ma che tuttavia le particole, che riſentono quella forza, ſieno tante, che baſtino a ſuperare la inerzia delle particole eterogenee, ed in oltre la reſiſtenza del fluido nel quale nuotano; anche allora tutta la maſſa della baſe di queſta combinazione ſi dirigerà al diſſolvente, mentre il diſſolvente s' avanza verſo di lei.

SEZIONE III.

Applicazione dell' Aerologia delle piante ai fenomeni delle Conferve irritabili.

§. XXIV. *Fenomeno del movimento di progreſſione, del quale ſi tratta.*

Poſte queſte nozioni preliminari intorno la geneſi dell' aria e la ſua maniera di manifeſtarſi alla ſuperficie de' vegetabili, applichiamole per iſpiegare alcuni tra i fenomeni, che ci preſentano le noſtre Conferve. Tralaſcio di eſaminare i movimenti di vibrazione e di oſcillazione ſagacemente da' Sigg. de *Sauſſure* e dall' Ab. *Corti* oſſervati e deſcritti. Tralaſcio parimenti quelli, che da queſto illuſtre Italiano ſono compreſi ſotto il nome (*a*) *di movimenti locali*, e ſono que' divincolamenti allontanamenti approſſimazioni, che non mi ſembrano ſe non una modificazione di effetti della loro deciſa, e dirò così, capricciosa irritabilità: forza, che da prima creduta ſolamente propria della fibra muſcolare, fu in appreſſo ammeſſa come generalmente propria della fibra animale, giacchè la contrattilità non ſembra eſſere che una modificazione di queſta forza, che in progreſſo fu ſcoperta e riconoſciuta nelle piante, come ſi può vedere in *Gmelin*, *Covolo*, *Smith*, e *Desfontaines*, e che ora s' incomincia a riſguardare come comune ad ogni fibra organica (vedi l' articolo ultimo e l' annot. che lo ſegue): forza finalmente che ſi manifeſta patentemente nelle Conferve, le quali per queſto io chiamo *irritabili*, e formano una delle più intereſſanti ſcoperte appartenenti agli eſſeri microſcopici. Delle cauſe di queſta forza io dirò qualche parola nel fine della Memoria.

Io mi trattengo ſoltanto ad eſaminare quel tranquillo ed equabile movimento, per cui tutto l' aggregato de' filamenti irritabili lentamente dirigeſi alla luce del ſole, ſpecialmente ſe ſia diretta, e ſe le approſſima indifferentemente con qualunque direzione e per qualunque parte ſi trova più proſſima

---

(*a*) *Corti* Oſſer. microſ. ſulla Tremella p. 19.

alla luce medeſima; per l' eſecuzione del qual movimento o ſi ſtacca dal vaſo o foſſo, in cui trovaſi per elevarſi alla ſuperficie, o guadagna la parte più luminoſa, quando galleggia. E queſto è appunto quel movimento già dall' Ab. *Corti* conoſciuto, e dal Sig. de *Sauſſure* con maggior preciſione determinato, dal quale il Fiſico Ginevrino fu indotto a concedere a queſti eſſeri la facoltà locomotiva, e la ſenſibilità. Ma io dico, che ſe conſideriamo le circoſtanze, in cui queſta progreſſione ſi attualizza, ſe oſſerviamo i fenomeni ſpecialmente aerologici, che l' accompagnano, e ſono ſimiliſſimi a quelli de' vegetabili, tutto coſpira a farci credere, che eſſa ſucceda per una attrazione meccanica, alla quale guidano le ultime idee eſpoſte nella precedente ſezione.

§. XXV. Fenomeni aerologici contemporanei al movimento progreſſivo delle noſtre Conferve.

Le noſtre Conferve immobili nell' oſcurità s' innalzano allo ſplendor della luce, e giungono poi a tappezzare la ſuperficie dell'acqua, allorchè i raggi ſolari attraverſandola pervengono ad affettare que' filamenti. L' inclinazione, la tendenza alla parte più luminoſa non è che una modificazione dello ſteſſo movimento prodotto in queſti due caſi dalle medeſime cauſe, benchè ſi realizzi diverſamente giuſta le circoſtanze. Ora ſecondo le oſſervazioni dell' Ab. *Corti* e le mie le Conferve irritabili nel tempo della loro aſceſa egualmente che nella loro progreſſione ſpeſſo ſi manifeſtano ſcatenti di bollicine d' aria non ancor libera, le quali a quel diligente Oſſervatore riſvegliarono l' imagine di perlette. Queſta oſſervazione gli fece anche dire, che aſcendeſſero per una rarefazione prodotta dai raggi ſolari, nè allora infatti, quando la geneſi delle arie era confuſione e miſtero, ſi poteva dire di più. Avverto però per chi, non avendo preſenti tutte le nozioni della Chimica pneumatica, foſſe tentato di credere queſto innalzamento prodotto dalla ſola rarefazione effetto del calore, che il calore ſolo nell' oſcurità non baſta a produrlo; e a chi lo credeſſe effetto d' accreſcimento di volume cauſato dalla dilatazione del fluido elaſtico, che ſi va ſprigionando, ſoggiungo, che ſpeſſo ſuccede ſenza il minimo indizio di manifeſtazione di arie alla ſuperficie.

Ma

Ma ſe allorchè eſſe ſono eſpoſte alla luce ſolare, aſcendono e ſi dirigono verſo di eſſa, emanando dei gaz: ſe al contrario eſpoſte alla luce d'una lucerna nè moſtrano alcuna tendenza verſo di quella, nè emanano alcun gaz: ſe ogni volta che aſcendono o progrediſcono verſo la luce ſolare, eſalano un gaz: e ſe finalmente ne eſalano tanto più, quanto più ſi dirigono verſo di queſta: chi non riconoſcerà la cauſa della direzione alla luce nella cauſa iſteſſa della produzione delle arie, vale a dire nella combinazione della luce coi principj radicali della Conſerva, e nell' attrazione, che deve precedere tale combinazione? L'eſame della natura delle arie, che emanano corriſpondenti a quelle degli altri vegetabili ſopra eſaminate, confermerà queſta mia ſpiegazione dell'avvicinamento delle Conſerve irritabili alla luce.

§. XXVI. *Arie delle Conſerve irritabili corriſpondenti a quelle delle altre piante.*

Infatti oſſervo col Sig. *Schérér*, di cui lo ſteſſo Sig. de *Sauſſure* adotta l'autorità, che, quantunque le Conſerve irritabili all'oſcuro non mandino quaſi neſſuna porzione d'aria, all'ombra però eſalano dell'aria *meno pura* dell' atmosferica, e nell'eſpoſizione alla luce ſolare molta copia d'*aria vitale*. Egli è per queſta perdita, che mentre creſcono all' oſcuro, all'oppoſto nel tempo del giorno o diminuiſcono di volume o per lo meno ceſſano di aumentare.

§. XXVII. *Loro geneſi dietro i principj ſtabiliti.*

Secondo i noſtri principj il calorico, che all' ordinaria temperatura non era baſtante a formarvi dell'aria ſenſibilmente, congiunto ad una porzione di luce acquiſta affinità capace di combinarſi colle baſi azota, carbonica, e forſe idrogena per formarvi quell' aggregato d'aria *meno pura* dell'atmoſferica, che ſomminiſtrano collocate nell' ombra; della qual aria non ſi può colla preciſione dei moderni determinar la natura. Accreſciuta poi la quantità della luce, e quindi proporzionata diverſamente col calorico, cambia affinità: ed o influiſca la luce ſteſſa immediatamente da ſe, o diriga l'azion del calorico verſo il principio oſſigeno abbondante nelle noſtre Conſerve, combinaſi col medeſimo, e vi genera quell' abbondante gaz oſſigeno o aria vitale, che le noſtre Conferve emanano nell'eſpoſizione alla luce.

§. XXVIII. *Produzione del movimento progreſſivo delle noſtre Conferve per la geneſi del gaz oſſigeno.*

Ora in queſt' ultimo caſo al tempo della combinazione la molta luce agiſce con una efficace attrazione ſul radicale oſſigeno delle Conferve, il quale reagendo tende verſo di lei. Eſſo è più abbondante degli altri inerti principj; e quindi ſupera la loro inerzia nella ſua reazione contro la luce. Ma la Conſerva nuota in un fluido, e il ſuo oſſigeno tendente verſo la luce oltre la forza impiegata per vincere l' inerzia degli altri eterogenei principj, ne ha di baſtante ancora per ſuperare la reſiſtenza del fluido. Nel tempo adunque che la luce progrediſce verſo l'oſſigeno della noſtra Conferva, l'oſſigeno reagente e ſuperante la inerzia delle altre baſi e la reſiſtenza dell'acqua, progrediſce e traſcina tutta la Conferva verſo la luce con quel lentiſſimo però ma continuo ed equabile movimento, che corriſponde alla lenta equabile continua combinazione gazoſa, che ſi va tranquillamente formando: movimento che veramente a prima viſta oſſervato nelle Conferve irritabili può ſembrare ſpontaneo, ma che ſe ſi oſſervino le circoſtanze, che lo accompagnano, e ſe ſi ammetta la predetta formazione de' gaz così ben dedotta e comprovata dall' eſperienza, viene felicemente dimoſtrato, non eſſere ſe non meccanico.

SEZIONE IV.

Prove di confronto, che autorizzano la mia applicazione: progreſſione delle piante alla luce.

Quantunque la teoria pneumato-Chimica ſia il riſultato di deciſive eſperienze, pure la mia applicazione al movimento progreſſivo delle Conferve irritabili è un affare di puro ragionamento. Ma eſſendo altronde convinto che il ragionamento nell' interpretazione de' fenomeni della natura non dev'eſſere ſe non figlio e compagno dell' eſperienze, io non poteva ripoſare tranquillo e ſicuro ſu queſta mia ſpiegazione, ſe eſperimenti di confronto non venivano a comprovare la verità.

§. XXIX. *Congetture: modo di confermare la mia ſpiegazione.*

Immaginando pertanto di tentare qualche eſperienza deciſiva ſu queſto punto, io penſava, che ſe il progreſſivo movimento delle Conferve irritabili verſo la luce era l' effetto dell' attrazione della luce e del radicale oſſigeno in eſſe eſiſtente, ſe queſt' attrazione ſi eſercita ſempre nella combinazione di quella con queſto per la formazione del gaz oſſigeno, ſe queſto gaz oſſigeno dalle Conferve egualmente che dalle altre piante illuminate ſi ſvolge; anche le foglie delle piante eſpoſte alla luce, e galleggianti ſull' acqua, ſentendo ed eſercitando codeſta attrazione, progrediranno verſo la luce. Mi pareva infatti, che ſe aveſſi potuto ottenere il movimento d' aſcenſione e di progreſſione dai vegetabili nuotanti ſull' acqua, primieramente la progreſſione delle Conferve irritabili ſarebbe parimenti dimoſtrata meccanica; ſecondariamente la mia maniera di ſpiegare il meccaniſmo di queſto fenomeno in altro modo non eſplicabile avrebbe acquiſtato un grado conſiderabile di probabilità. E portando il mio ragionamento più oltre mi parve, che ſe aveſſi ſcoperto, che la progreſſione delle piante verſo la luce foſſe in ragione dell' arie che emanano, e quindi tanto maggiore quanto n' è maggiore l' emanazione, la mia ſpiegazione, deſunta già dall' attrazione de' principj componenti queſte arie, avrebbe acquiſtato un grado maſſimo di probabilità e quaſi direi di certezza.

Scoperta del movimento progreſſivo delle piante verſo la luce: oſſervazioni: eſperienze: e interpretazione di queſto fenomeno.

§. XXX. *Oſſervazioni indicanti il movimento progreſſivo delle piante verſo la luce.*

Opportunamente a queſto propoſito mi riſovvenne di parecchie oſſervazioni, che nel corſo de' miei ſtudj ſulle piante complete e crittogame d' acqua dolce e marina mi venne fatto di ripetere accidentalmente ed allora ſenza neſſun oggetto o rapporto, per lo che neppure le regiſtrai nel mio giornale d'oſſervazioni. Io aveva veduto, che molte piante acquatiche complete e già radicate al fondo de' foſſi ſi erigono allo ſplendore della luce, ed emergonſi le cime e qualche volta le foglie; che queſt' aſcenſione è più pronta e ſenſibile ſpecialmente al primo ſplendor della luce, nel qual tempo quelle piante abbandonan già l'abbondante oſſigeno in eſſe raccolto, a cui la luce dona la forma gazoſa; che molte piante natanti ſi raccolgono ne' ſiti più illuminati, appunto come ſuccede nelle noſtre Conferve irritabili. Io aveva parimenti veduto, che parecchie piante crittogame e ſegnatamente molte delle Conferve non irritabili, e i Fuchi, che ſono incontraſtabilmente riconoſciuti per vegetabili, e che hanno tanti caratteri di raſſomiglianza colle irritabili Conferve, di cui trattiamo, molte di codeſte piante, purchè non ſi oppongano degli altri oſtacoli, aſcendono dal fondo alla ſuperficie a ricevere la luce ſolare, e ſe ſono in un ſito ombroſo, ſi dirigono lentiſſimamente al più lucido.

§. *XXXI. Maggiore nelle piante eſalanti più gaz oſſigeno.*

Oſſervai finalmente un fenomeno, che rettificato come ſarà in appreſſo dall' eſperienze diviene importantiſſimo a comprovare la mia opinione, ed è, che qualche pianta ſomminiſtrante maggior quantità d'aria, eſercita maggiore, e moſtra più manifeſta queſta tendenza alla luce. Così più d'ogn' altra ſe le avvicina la *Conferva bulloſa* Linn., la quale ne eſala tanta, ed alla luce è ſempre piena e rigonfia di bollicine d' aria non per anco libera; per il qual carattere, anche prima che la Fiſica e Chimica di queſt' ultima epoca apriſſe la ſtrada alla feconda ſerie de' fatti relativi alle arie de' vegetabili, i Botanici avevano ad eſſa aſſegnato il nome ſpecifico di *bulloſa*: eppure non è già per la ſua tenuità che divenghi più facile e più ſenſibile la ſua progreſſione alla luce, imperciocchè delle altre ſpecie congeneri più tenui ancora ma meno *aerizzanti* non moſtrano conſiderabili ſegni di moto.

§. XXXII. *Eſperienze per verificare il movimento progreſſivo delle piante verſo la luce.*

Appunto verificare ed eſtendere queſta ſingolar proprietà delle piante galleggianti di approſſimarſi alla luce, e decidere, ſe ciò veramente ſucceda in ragione dell' arie, che emanano, era l'ultima prova, che mi rimaneva per confermare i miei penſieri ſul movimento, e quindi ſulla natura delle noſtre Conferve, ed era nello ſteſſo tempo una ricerca, che mi pareva meritare le mie cure e per la novità, e per l' influenza, che aver potrebbe ſu varj punti della ſcienza della vegetazione. Ho adunque cominciato da parecchj tentativi generalmente diretti a provare, che le piante o ſoſpeſe o libere o galleggianti nell'acqua s'avvicinano alla parte più luminoſa del recipiente, in cui ſono. Tralaſciando preſentemente la minuta eſpoſizione del mio proceſſo, ora paſſo ad indicare le traccie de'miei tentativi, e la maſſa de'riſultati ottenuti.

§. XXXIII. *Tre diviſioni di piante cimentate.*

Le molte piante da me cimentate per queſt' oggetto ſi poſſono ridurre a tre principali diviſioni relativamente alla loro maniera di vivere, e alla diverſità dell' effetto, che in queſt'eſperienze dovevano preſentare.

1.ª Le piante terreſtri ſpecialmente erbacee che abbondano d'aria più che le arboree, e tra tutte le parti, le foglie le quali ne emanano maggior copia.

2.ª Le piante acquatiche complete, o a fiori e frutti, le quali o per abbarbicate radici ſtanno fiſſate, o per libere radichette traggono nutrimento, e vanno nuotando. Queſte erano più che le terreſtri opportune alle mie ricerche, poichè ſomminiſtrano maggior quantità d' aria, quando ſi trovino illuminate.

3ª. Piante acquatiche incomplete o crittogame prive di radichette; e fra le altre le non irritabili Conferve de' Botanici, le quali tanto ſomigliano alle noſtre Conferve irritabili. Da quelle un riſultato analogo al movimento progreſſivo di queſte io deſiderava ottenere, e lo ſperava tanto più fondatamente, quanto che l'une ſi avvicinano alle altre per tanti rapporti di forma e di vita.

§. XXXIV. *Maniere di apparecchio e di proceſſo nelle eſperienze.*

A quattro ſi poſſono riportare le maniere di apparecchio e di proceſſo uſate nelle mie eſperienze dirette a cercare, ſe quelle piante moſtraſſero qualche tendenza e qualche movimento di progreſſione verſo la luce.

1.ª In catini di metallo o di majolica ripieni d'acqua, e coperti da una lamina opaca, o da un cartone pertugiato da un foro di un pollice ora nel mezzo, ora in un qualche ſito vicino all'orlo: il qual foro era l'unica via, che i raggi ſolari aveſſero per penetrare nell'acqua.

2.ª In ſimili catini affatto però ſcoperti e collocati in una ſtanza qualche volta difeſa dalla molta luce, e qualche altra del tutto oſcurata, nella quale la luce diretta o rifleſſa del ſole non aveva altro acceſſo che per un raggio ſolare, che dalla fineſtra immediatamente cadeva ſulla aperta lor ſuperficie.

3.ª In cilindrici vaſi di criſtallo di un piede e mezzo di altezza ſopra otto pollici di larghezza, circondati da una foglia di ſtagno e ſopra da una carta nera, che li rendevano perſettamente opachi. Per un ſolo pollice del criſtallo, il quale era affatto ſcoperto, entravano direttamente i raggi ſolari, ai quali erano eſpoſti.

4.ª In ſimili vaſi apparecchiati egualmente, ma ſituati in luogo che non riſentiſſero direttamente i raggi ſolari, e ſolamente riceveſſero la luce rifleſſa.

§. XXXV. *Eſperimenti con piante terreſtri nella prima maniera di apparecchio.*

Nell' apparecchio diſpoſto nella prima maniera, e pertugiato nel mezzo, poſi alcune foglie e rami di piante terreſtri. Attento ſempre ad oſſervare il pertugio dopo mezza ora a un di preſſo m'avvidi, che alcune vi ſi erano lentiſſimamente appreſſate a ricevere i raggi ſolari. Luſingato da queſto effetto; ma tuttavia dubitando che forſe al centro del vaſo coperto qualche foglia non ſi poteſſe appreſſare per tutt' altra ragione che per l'azion della luce, volli levarmi queſto ſoſpetto, e ripetendo gli eſperimenti in vaſi pertugiati preſſo all' orificio; il ſucceſſo fu, come nel primo tentativo, tenue, ma pure baſtantemente ſenſibile.

Le piante, che moſtrarono allora qualche particolare tendenza alla luce, erano le foglie della *Malva ſilveſtris* e della *Potentilla reptans* Lin., e le eſtremità dei rami della *Veronica Chamædrys* Lin. Le altre foglie diſtanti dal foro e molto proſſime alle pareti del vaſo, riſentitane l' inclinazione del fluido, e l' attrazione, ſi appreſſarono ad eſſe, nè ſi moſtrarono punto ſenſibili all' azion della luce.

§. XXXVI. *Con piante terreſtri nella ſeconda maniera.*

Ma nell' eſperienze in vaſi coperti io non m' era permeſſo di rimarcare ſe non l' effetto; e confeſſo, che la mia curioſità era vivamente tormentata di non poter oſſervare e ſeguire l' incoazione e il progreſſo. Per ſoddisfare adunque a queſto mio deſiderio immaginai di ripetere le eſperienze in vaſi ſcoperti, ſui quali cadeſſe un raggio ſolare nella maniera in ſecondo luogo indicata. Parecchie ſpecie di piante in tal guiſa provate parevano, che cominciaſſero a moſtrare qualche tendenza ad approſſimarſi al ſito, ſul quale cadeva il raggio del ſole entrato per un pertugio della fineſtra: ma ben preſto mi avvidi, che quantunque il vaſo foſſe proſſimo all' ingreſſo del raggio nella ſtanza, tuttavia il moto del raggio luminoſo dipendente dal corſo del ſole era maggiore della tendenza delle foglie verſo di lui; e che in tal maniera non ſi poteva ottenere un riſultato deciſo: imperciocchè appena le foglie cominciavano a dirigerſi verſo un ſito, dal quale veniva la luce, toſto la luce ſi diſcoſtava per illuminare un ſito ſempre diverſo. Io mi ſono convinto, che queſte eſperienze potevano preſentare un riſultato d' approſſimazione, non però ſoddisfare allo ſcopo delle mie ricerche.

Ho riflettuto ancora, che la ſcielta fatta de' vegetabili per le ſovraindicate eſperienze non era ſtata la più opportuna. Primieramente io aveva adoperato piante terreſtri per cimentarle nell' acqua: collocate queſte in un fluido ad eſſe ſtraniero potevano riſentirne qualche ſconcerto, che le rendeſſe meno atte ad un' azione, per eſeguir la quale conveniva che il loro organiſmo foſſe vigoroſo e capace di eſercitare tutte le funzioni vitali. Secondariamente io le aveva raccolte in tempo di giorno, allora già che avevano abbandonato copioſamente il principio oſſigeno alla luce mattutina, la quale aveva loro comunicato l'abito aereo; per la qual perdita erano rimaſte impoverite di quel principio, dall' attrazione del quale, ſecondo ciò che ho detto, naſce la progreſſione della pianta alla luce. Mi determinai pertanto di mettere alle prove le piante acquatiche, raccolte in tempo di notte. E poichè per la ragione accennata diveniva impoſſibile eſeguire gli eſperimenti ne' vaſi ſcoperti, ad onta della mia curioſità di tener dietro continuamente al progreſſo delle piante poſte alla prova, fui coſtretto di contentarmi di vedere in queſte eſperienze ſolamente gli effetti.

§. XXXVII. *Con piante acquatiche nella terza maniera.*

Ne' cilindri di vetro oſcurati ed eſpoſti al ſole ſecondo la terza maniera deſcritta io poſi in tempo di notte alcune pianticelle, e alcune foglie di piante complete poco prima raccolte dai foſſi, ne' quali ſoggiornano, e le collocai in ſiti, ove poteſſero direttamente ricevere la prima luce del giorno. Le foglie della *Nimphæa alba* Lin. alcuni pezzi di quelle della *Menyanthes Nymphoides* Lin. alcuni pezzi di *Scirpus* e di *Cyperus* moſtrarono la prima mattina qualche avvicinamento al pertugio luminoſo, e la ſeconda mattina una più ſenſibile approſſimazione. Ne' giorni appreſſo incominciarono a imputridire, e in progreſſo la corruzione ſollecitata dal calore del ſole le guaſtò in modo, che non diedero indizio di ſiffatta tendenza.

§. XXXVIII. *Nella quarta maniera.*

Convenendo al mio ſcopo di avere iſolato l'effetto della luce nella produzione di queſto fenomeno, mi conveniva allontanare l' azione, che poteſſe averne il calore ſolare, il quale nel tempo, in cui io faceva queſt' eſperienze, era divenuto cocente; imperciocchè quantunque aveſſi cominciate in Aprile le oſſervazioni riferite in queſta Memoria, io le aveva però ſeguitate fino alla metà del meſe di Luglio. Volli dunque ripetere preſſo a poco i medeſimi eſperimenti a luce rifleſſa ſecondo la quarta maniera ſopraccennata. I riſultati furono analoghi, colla ſola differenza però, che le piante ſi te ſi mantennero vigoroſe per qualche giorno di più; e che le Lenticularie (*Lemna minor* Lin.) eſpoſte ſi approſſimarono alla piccola parete aperta all'ingreſſo della luce in maggior numero di quello che a tutto il rimanente del vaſo. Avverto però ingenuamente, che in tutte queſte ed altre eſperienze ripetute e ſpeſſo modificate in modo analogo, l'avvicinamento delle piante alla luce fu ſicuro, ma tuttavia appena ſenſibile. E tale infatti ſi deve aſpettare, ſe ſi conſideri il loro peſo e volume, e la reſiſtenza dell' acqua, che in proporzione dovevano ſormontare, i quali oſtacoli tutti dovevano eſſere ſuperati dalla forza d' attrazione dell' oſſigeno e della luce.

§ XXXIX. *Eſperienze con le Conferve non irritabili.*

Ma deſideroſo di un riſultato più manifeſto ho riſoluto di porre alle prove varie ſpecie di Conferve non irritabili, le quali quantunque tenui, pure eſpoſte alla luce, eſalano molto gaz oſſigeno, e ſottili, come ſono, dovevano eſſere meno ſoggette alla reſiſtenza del mezzo: ſicchè e per la loro abbondanza del principio, cauſa della loro progreſſione, e per la mancanza di oſtacoli, che la impediſſero, io mi luſingava, che moſtrerebbero il fenomeno più eſpreſſamente: ed infatti le ſeguenti eſperienze furono concludenti più delle prime.

In vaſi apparecchiati alla medeſima foggia collocai alcune ſpecie di Conferve, e ſegnatamente la *Conferva rivularis*, la *Conferva fontinalis*, e la *Conferva bulloſa* del Linneo o in piccoli e ſtaccati filamenti, o in maſſe abbondanti, altre eſpanſe ſovra la ſuperficie, altre aggrumate al fondo dell'acqua. Al nuovo ſplendore del giorno le ſituate al fondo del vaſo acquiſtando un aumento della loro forza vegetativa, e quindi divenute atte ad eſercitare liberamente le loro funzioni, direſſero gli apici dell'aggregato de' loro filamenti verſo la ſuperficie con una debole ma tuttavia rimarcabile inclinazione all'illuminato pertugio. Le altre maſſe galleggianti alla ſuperficie vi moſtrarono un più deciſo avvicinamento. Ma queſte pure dovevano ſormontare l'oſtacolo della reſiſtenza dell'acqua per poter approſſimarſi dove l'attrazione vicendevole del principio oſſigeno in eſſe contenuto, e della luce le traſcinava. Eſſendo queſt' oſtacolo meno forte per gli pezzetti e pei filamenti iſolati, non impediva, ma laſciava loro più libera la facoltà di approſſimarſi. L' effetto appunto di parecchi analoghi eſperimenti confermò il mio ragionamento, preſentandomi ne' filamenti delle Conferve ordinarie chiaramente la ſcoperta del movimento progreſſivo de' vegetabili verſo la luce.

§. XL. *Naſcita della Materia Verde di* Prieſtley.

Io ripeteva le medeſime oſſervazioni ne' giorni ſeguenti preſſo a poco colla ſteſſa riuſcita, finchè le Conferve, ſpecialmente le eſpoſte al ſole, cominciarono a imputridire. Allora io colſi l' opportunità d' intraprendere un' altra ſorte d' oſſervazione relativa per altro al mio ſcopo. Nell' alterazione di quelle ſoſtanze io mi attendeva la naſcita della *Maria verde* di *Prieſtley*, la quale ſi genera nell' acqua eſpoſta alla luce ſolare e all' azione dell' aria, e che ſi ſollecita coll' infuſione di putreſcibili ſoſtanze vegetabili ed animali. Queſta materia fu prima oſſervata da *Prieſtley* ſpecialmente per rapporto all' abbondanza di gaz oſſigeno, che manda alla luce, e ſul principio non fu creduta nè animale nè pianta, ma un ſedimento informe dell' acqua (*a*), indi dallo ſteſſo, dietro il ſentimento del D.^{r} *Bevvley* ſuo amico, fu riconoſciuta per una vera pianta (*b*). Per tale parimenti fu ammeſſa dal Sig. *Senebier*, che molte buone e giuſte oſſervazioni ne intrapreſe, e deſcriſſe (*c*); ma fu poi riſguardata come un ammaſſo di animaletti dal Sig. *Thompſon* (*d*), come anche dal Sig. *Ingen-houſz* in varj luoghi delle ſue opere e ſpecialmente nel ſuo ſecondo volume delle *Eſperienze ſui vegetabili* (*e*).

Avverto qui di paſſaggio, che io tengo quella materia per un veriſſimo vegetabile come *Bevvley*, *Prieſtley*, e *Senebier*, abitato però da qualche ſpecie d' inſetti, i quali probabilmente avranno cagionata l' illuſione, per la quale *Thompſon* e *Ingen-housz* ſi determinarono a concedere a tutta la

---

(*a*) *Prieſtley* nel 4.° vol ſulle Arie anno 1781. pag. 342.

(*b*) Idem vol. 5. ſeſſione 3.

(*c*) Memor. Phyſic. Chimiq. t. 2. ann. 1782.

(*d*) Tranſactions philoſophiques t. 73.

(*e*) A Paris ann. 1789.

materia verde quell' animalità, che non era propria ſe non di alcuni viventi in eſſa dimoranti, benchè ad eſſa ſtranieri (*a*).

§. XLI. *Sua progreſſione, e aderenza alla parete luminoſa.*

Sollecita fu la naſcita di queſta ſoſtanza, la quale in breve tutta coprì ed otturò la fineſtra, per cui la luce attraverſando il criſtallo entrava nel vaſo oſcurato, nè in tutto il rimanente delle pareti ſi vedeva o ſentiva il più minimo veſtigio di quella ſoſtanza. L'aggregazione di queſta materia eſcluſivamente all' illuminato pertugio, ove formava una croſta, poteva provenire da due cauſe: o per eſſere ſtata eſſa prodotta dall' influenza della luce ſolamente in quel ſito: o per eſſerſi colà radunata per una tendenza verſo la luce, ſuppoſto che prima foſſe liberamente nata nell' acqua già illuminata dai raggi, che traverſavano la fineſtra del vaſo. Il decidere quale foſſe tra queſte due la cauſa della ſua approſſimazione e aderenza al pertugio mi intereſſava, poichè il rapporto tra eſſa e le Conſerve irritabili poteva influire ad aſſicurar le mie idee circa il movimento di queſte, e perchè io poteva, ſervendo al deſiderio del Sig. *Senebier*, avanzare di una cognizione di più la ſtoria della materia verde o Conſerva di *Prieſtley*. Per diverſi cimenti in varj modi pervenni a ſcoprire nella materia verde la proprietà di avvicinarſi alla luce; e allora maſſimamente ne fui convinto quando, ſtaccata quella che ſtava aderente al vetro illuminato, mi avvidi, che gli ſi era di nuovo appreſſata, laſciandone

---

(*a*) M. *Senebier* nel 3. articolo della 2. delle ſue Memorie Fiſico-Chimiche avendo eſpoſto la neceſſità della luce per la produzione di queſta ſoſtanza ſoſpettò, che poteſſe avere qualche tendenza alla luce. Conoſcendo l' importanza di verificare queſta idea così legata coll' azione della luce per la ſua produzione cercò di ſcoprirla, ma inutilmente; e con ingenuità filoſofica eſpoſe la ſua ſoſpizione ſu queſto punto dicendo p. 29. ,, Je ſoupçonne que ces Conſerves ,, (egli chiama giuſtamente con queſto nome codeſta materia verde) ,, cherchent la lumiere comme les ,, Tremelles, mais je n'en ai pas des ,, preuves aſſes fortes pour l' aſſurer ,, I miei tentativi mi ſomminiſtrarono delle prove abbaſtanza ſorti e dimoſtrative di queſta loro progreſſione alla luce, e la compiacenza di preſtare a quell' Illuſtre Fiſico il ſervigio di aver verificate le ſue congetture. Per queſto luogo baſti di averle enunziate: altrove vi ſarà opportunità di eſattamente eſporle.

affatto priva l'acqua, nella quale, dopo ch'io l'aveva ſtaccata, era rimaſta nuotante.

§. XLII. *Riſultato delle eſpoſte eſperienze.*

Da tutte le accennate eſperienze io mi credo autorizzato a decidere, che le piante, e più delle terreſtri le acquatiche, o ſoſpeſe o galleggianti nell'acqua, hanno la proprietà di avvicinarſi verſo la luce.

§. XLIII. *Il movimento delle Conferve irritabili verſo la luce è meccanico, come il movimento analogo delle piante.*

Che ſe il movimento delle Conſerve irritabili ſi è creduto animale per queſto ſolamente perchè non ſi conoſceva ne' vegetabili alcun movimento ad eſſo analogo, ora che ſi è ſcoperto, che le piante in circoſtanze pari appaleſano una progreſſione alla luce perfettamente ſimile a quella delle noſtre Conferve, ſarà tolta la ſola ragione, che perſuaſe a conſiderarlo animale: e frattanto ſenza decidere qual ſia la cauſa efficiente di queſto moto, alla quale ricerca le ſeguenti eſperienze riſponderanno, contentiamoci dietro le precedenti di ſtabilire, che poichè le Conſerve irritabili hanno tutti i caratteri d'una intera famiglia di piante, poichè sì le une che le altre in circoſtanze pari progrediſcono alla luce, la cauſa della progreſſione ſarà la medeſima nelle une e nelle altre; e concludiamo, che come non è preſumibile che nelle piante provenga da ſenſibilità, così non è ragionevole che dipenda da ſenſibilità nemmeno nelle Conſerve irritabili.

Stabilita pertanto l'identità del movimento sì delle noſtre Conſerve che delle altre piante, tentiamo, ſe l'eſperienze ci poſſano far conoſcere la cauſa che lo produce, e ſe veramente poſſano dimoſtrare, che ſia l'attrazione tra l'oſſigeno e la luce, che nella II. Seſſione abbiamo propoſta come operante queſto fenomeno, e che abbiamo trovata ragionevole e coerente in teoria. Io ſpero, che applicando al caſo sì delle noſtre Conſerve come delle piante alcune leggi altronde cognite e ſtabilite noi potremo decidere la queſtione.

§. XLIV. *Eſame, ſe la progreſſione delle piante alla luce ſia proporzionale alla quantità del gaz oſſigeno, che emanano.*

Nella prima Seſſione conſiderando i rapporti fra le Conſerve irritabili e qualche famiglia di piante, e le circoſtanze del movimento di quelle, io mi credei in diritto di ſupporlo meccanico, e la ſcoperta infatti d'un perfettamente ſimile movimento de' vegetabili giuſtificò la ſuppoſizione. Nella ſeconda e terza, eſaminato l'aerologia delle piante, oſſervai, che alla luce danno molta quantità di gaz oſſigeno, che eſſo era allora generato per nuova formazione mediante la luce e il principio oſſigeno in eſſe eſiſtente, ed ho riflettuto, che ſiffatta combinazione ſuccedeva dietro un'attrazione, la quale doveva produrre il loro avvicinamento alla luce: e queſta teoria, che non è ſe non l' applicazione di alcune leggi fiſiche altronde cognite al caſo in queſtione, acquiſta un nuovo grado di probabilità dopo che ho trovato, che realmente ſi verifica queſto avvicinamento delle piante alla luce, il quale giuſta i miei principj teorici doveva ſuccedere. Queſti ſperimenti non provavano ancora, che un tal movimento dipendeſſe dall'attrazione tra la luce e l'oſſigeno delle piante per formare il gaz oſſigeno, che ne emana.

Deſiderando pertanto di convalidare la mia opinione con deciſive ragioni, io penſava, che ſe l'avvicinamento è cagionato dall'attrazione eſercitata dai componenti del gaz oſſigeno, luce cioè ed oſſigeno, nell' atto della loro combinazione, dunque la progreſſione delle piante alla luce ſarebbe, a circoſtanze pari, tanto maggiore, quanto è più abbondante la formazione ed emanazione di gaz oſſigeno, oſſia ſarebbe la progreſſione maggiore in quelle piante, che emanano più quantità di gaz oſſigeno. Se l' eſperienze verificaſſero queſta congettura, la teoria da me eſpoſta di ſopra acquiſterebbe il carattere di una verità provata. Andiamo per mezzo di ricerche eſperimentali a interrogar la natura.

§. XLV. *Eſperienze colle piante medeſime raccolte in ore diverſe.*

Io poſi replicate volte al cimento comparativamente in due vaſi del mio apparecchio alcune foglie e rami delle medeſime piante, ma raccolte in tempo diverſo: in un vaſo quelle raccolte qualche ora dopo la levata del ſole, alla di cui luce avendo emanato molta porzione di gaz oſſigeno, erano rimaſe eſauſte di quel principio, e in conſeguenza meno atte ad emanarne di nuovo nel mio apparecchio: nell'altro le raccolte di notte, e perciò atte ad eſalar molto oſſigeno alla luce ventura. Collocati i vaſi nella ſteſſa ſituazione di luce e a parità di circoſtanze, i vegetabili raccolti di notte nel tempo ſteſſo, che emanavano più gaz oſſigeno che quelli, che furono raccolti di giorno, diedero a preferenza di queſti qualche indizio di più ſollecita e più deciſa approſſimazione alla fineſtra luminoſa del vaſo.

L'eſito replicatamente ottenuto da codeſti miei tentativi nel tempo iſteſſo, che mi luſingava di confermare il mio ſiſtema, non mi faceva per altro dimenticare, che in così delicate eſperienze ſono facili a naſcere, e difficili a ſcoprirſi molte illuſioni, e quindi mi determinava a diverſificare l'eſperimento.

§. XLVI. *Con piante diverſe naturalmente eſalanti diverſa quantità di gaz oſſigeno.*

Eſpoſi dunque comparativamente in due de' ſopra indicati vaſi delle foglie di due ſpecie di differenti piante acquatiche egualmente vegete e parimenti raccolte nel tempo iſteſſo, e che io altronde conoſceva eſſere maſſimamente diſtinte fra loro riguardo alla quantità di gaz oſſigeno, che naturalmente ſvolgono; imperciocchè una era delle più abbondanti in ſimile eſalazione, l'altra delle più ſcarſe. Quelle, che ne rendevano in maggior quantità, preſentavano più delle altre ſenſibile e ſollecito indizio di progreſſione alla luce.

Singolarmente nell' eſperienze di confronto fra due ſpecie di Conferve non irritabili, eſalanti in diverſa proporzione il gaz oſſigeno, la *Conferva rivularis* Lin., che ſcarſamente ne ſomminiſtra, e la *Conferva bulloſa* Lin., che, come ho detto, ne forniſce in molta abbondanza, io vidi ſempre, che queſta in più breve tempo aveva più rimarcabilmente avanzato al ſito del lume.

§. XLVII. *Riſultato di queſte eſperienze.*

Queſta coſtante differenza di progreſſione quantunque minima, giacchè ſi vede bene, che in tal genere di eſperimenti non ſi può ſperare differenze grandi e palmari, mi determinò a conchiudere, che l' avvicinamento delle piante alla luce in circoſtanze eguali ſia più ſenſibile in quelle, le quali emanano maggior quantità di gaz oſſigeno (*a*).

Avvertaſi però che nell' eſperienze per ottenere codeſti riſultati fa meſtieri di prendere tutte le precauzioni, acciò le foglie non abbiano preventivamente ricevuto troppo la luce, ſieno giunte al loro ſviluppo, nè abbiano oltrepaſſata la maturità; e acciò l'acqua non ſia nè inquinata nè corrotta, nè molto fredda, nè molto riſcaldata dal ſole. Fa d'uopo ancora che la luce non ſia nè troppo intenſa, nè troppo languida; che l'elettricità atmosferica ſia in iſtato d'equilibrio; che l'atmosfera ambiente ſi trovi ad una temperatura moderata, non ſia ſconvolta per vento, non ingombrata da vapori, nè troppo carica di fluidi ſtranieri. Per mancanza di alcune di tali circoſtanze parecchie fiate io non ottenni l'effetto.

Vediamo ora, ſe le eſpoſte eſperienze veramente comprovino la ſpiegazione, che dietro le recenti ſcoperte Fiſico-Chimiche per via di ragionamento gli abbiamo aſſegnata.

(*a*) Terminate le mie oſſervazioni relative al fenomeno della progreſſione delle piante alla luce, mi venne fatto accidentalmente di leggere una Memoria del Sig. *Brugnatelli ſulla ſingolare proprietà di certe ſoſtanze di muoverſi ſull' acqua*. (Annali di Chimica Pavia t. 1. pag. 36) Siccome nelle ſoſtanze, che preſentarono al Sig. *Brugnatelli* que' movimenti, come ſono la canfora, alcune piante oleoſe ecc., abbonda, anzichè il principio oſſigeno, il carbonio e l' idrogeno; ſiccome quel movimento non è progreſſivo, nè dipendente dalla luce, la quale non fu calcolata per nulla; ſiccom' eſſo non è neppure regolare nè coſtante nè diretto, ma tale che ſi potrebbe dire piuttoſto un tremore, un' oſcillazione, tale fenomeno almeno ne' termini eſpoſti dall' Autore non ha nulla di analogo alla progreſſione delle piante alla luce da me oſſervata. Oſſia quello prodotto dalla elettricità, come vuole il Sig. *Romieu*, o dal cambiamento di volume e di maſſa, come penſava il Sig. *Lichtemberg*, o dall'impeto dell'evaporazione, come credeva il Cav. *Volta*, o come ſembra più probabile dallo ſviluppo rapido di un olio etereo, che dalla canfora e da qualche foglia oleoſa partendo preme l'acqua, e reagendo riſpinge il corpo, dal quale partì; queſto fenomeno io dico affatto diverſo dal mio non entra nè come favorevole nè come contrario nel piano di queſte mie eſperienze e delle mie deduzioni.

§. XLVIII. *Conſeguenze e rifleſſioni ſopra la teoria della progreſſione alla luce delle piante in generale.*

Conſidero intanto, che la loro progreſſione tende ſolamente verſo la luce, contemporaneamente all'emanazione di gaz oſſigeno, e in proporzione alla quantità che emanano di queſto gaz. Dunque queſte due operazioni ſono legate fra loro, hanno le medeſime leggi, ed entrambe ſono corriſpondenti. E poichè neſſun' altra cauſa agiſce in quel tempo, non v'è ragione di dubitare, che la progreſſione non provenga dalla medeſima cauſa dell'aerizzazione, e che entrambe non dipendano dalla ſteſſa azion della luce.

Ma la progreſſione delle piante alla luce potrebbe in due modi corriſpondere all'aerizzazione, e quindi dipendere dalla luce in due modi; potrebbe cioè corriſpondere ad alcuna delle due operazioni, le quali contribuiſcono alla manifeſtazione delle arie dalla ſuperficie de' vegetabili, le quali due operazioni ſono la formazione e l' uſcita delle arie. Cerchiamo ſe la progreſſione delle piante dipenda dalla formazione delle arie, o dalla loro uſcita.

Che la loro uſcita produca l'avvicinamento delle piante alla luce, noi non abbiamo nè ragioni, che lo comprovino, nè alcuna analogia fiſica, che ci poſſa indurre a ſupporlo. L' oſſigeno in iſtato gazoſo non ha attrazione verſo la luce; ſortendo dal vegetabile egli non fa che innalzarſi; ma ſe ancora ſi dirigeſſe verſo la luce, eſſo non traſcinerebbe già ſeco la pianta, poichè in iſtato gazoſo non è più aderente agli altri di lei principj. Si avverta in oltre, che non eſiſte già nell'interno della pianta quella corrente di gaz, il quale ſi vorrebbe credere produttore di queſto traſporto, imperciocchè l' oſſigeno nell'interior della pianta non è in iſtato elaſtico o aeriforme, ma ſolamente in iſtato di baſe, come io mi luſingo di averlo provato nella Sez. II. (*a*).

Reſta

(*a*) Il Sig. *Senebier* (Memoi. 5. art. IV.) penſa che la cauſa dell'incurvazione o inclinazione delle piante radicate alla luce oſſia di quel movimento, che chiamano di *nutazione*, ſi debba deſumere dall'uſcita dell'aria. Quantunque noi non adottiamo nella totalità un tal penſamento, pure tra tutte le ſpiegazioni date è la più vicina alla noſtra opinione intorno

Reſta dunque a conchiudere, che la progreſſione delle piante alla luce corriſponda alla formazione del gaz oſſigeno, che eſſe in appreſſo emanano, e ſia prodotto per l'avvicinamento ſcambievole del principio oſſigeno e della luce, i quali ſi attraggono per poi combinarſi e generare il gaz oſſigeno, che in ſeguito ſorte dai vegetabili illuminati. Qualunque ſia l'importanza di queſta ſcoperta per il progreſſo della Fiſica vegetabile, io mi luſingo, che almeno gioverà a portare qualche lume ſopra alcuni punti, e ſegnatamente, come avrò l'occaſione di eſporre, ſul *movimento di nutazione*, ſull'*etiolamento* ecc. ecc. come giova preſentemente a decidere la queſtione del movimento delle Conſerve irritabili, e quindi a ſtabilire la loro natura.

§. XLIX. *Sopra la teoria della progreſſione delle Conſerve irritabili in particolare. Concluſione intorno alla loro natura.*

E per quanto appunto appartiene al primario oggetto di queſta Memoria, vale a dire a queſto movimento progreſſivo delle Conſerve irritabili; dico che ſiccome per una preteſa analogia coi movimenti animali, e per l'ignoranza

---

alla cauſa di quel fenomeno, la quale crediamo che ſia la ſteſſa, che produce l'altro da noi ſcoperto del movimento di progreſſione. Reca egli in ſeguito una iſolata Congettura corriſpondente alle ſue idee ſu quel fenomeno per iſpiegar l'altro dell'avvicinamento delle Tremelle del *Corti* (Conſerve irritabili) verſo la luce. „ L'air, dice egli t. 2. p. 289., „ qui ſort hors des pôres de ces plantes, quand elles ſont expoſées à l'action du ſoleil, il n'y occaſionneroit-il pas un mouvement continuel, qui les détermineroit à ſe raſſembler ſous les rayons bien-faiſans de l'Aſtre qui les fait vivre? „ Da queſto cenno ſembra, ch'egli lo attribuiſca all'impeto dell'aria, che ſortendo ſtraſcini la maſſa con quella direzione, ch'egli ſuppone nell'aria, che ſi ſviluppa. Io confeſſo però di nuovo, che non vedo come l'aria, ancorchè a detta del Sig. *Senebier* eſiſteſſe nel vegetabile bella e formata, poſſa ſortire con quella direzione alla luce, con cui non ha attrazione; e ſe ancora ſortiſſe con quella direzione, non vedo che il ſuo movimento poſſa eſſer tale da traſcinare la maſſa, colla quale eſſa in iſtato elaſtico non ha più nè aderenza nè forſe affinità. In oltre io non credo, che l'oſſigeno nella pianta ſia in iſtato gazoſo. Altronde l'attrazione dei due agenti, che ſi combinano e producono il gaz oſſigeno, oltre eſſer più fondata ſu fatti dimoſtrati in Chimica, ſpiega eziandio eſattamente il fenomeno della progreſſione. Nella mancanza di teoria delle formazioni dell'arie quell'Ill. Fiſico non poteva in quell'epoca pervenire a queſta cognizione. Sembra però che preſentemente egli vada ſiſtemando le ſue idee di Fiſica vegetale ſecondo la recente teoria Pneumato-chimica.

nella quale ſi era della ſua cauſa meccanica, eſſo fu attribuito alla ſenſibilità, fu creduto rigoroſamente ſpontaneo e non immediatamente prodotto da eſtrinſeche cauſe; così per una non gratuita ma reale analogia col movimento ſcoperto ne' vegetabili ſi dovrà giudicare meccanico cioè prodotto da una immediata attrazione della luce e delle molecole delle noſtre Conferve. Tutti i caratteri di queſto moto, e tutte le circoſtanze, che lo accompagnano, ſembrano affatto coerenti ad una eſtrinſeca attrazione meccanica (ved. art. II.), e queſto giudizio è in appreſſo convalidato dalle raſſomiglianze tra le Conferve irritabili e le piante nella forma, nel colore, nel teſſuto, e dai rapporti in varie loro operazioni, e ſegnatamente nel loro modo di creſcere, nei loro fenomeni aerologici, nell'indifferenza a vivere nell'acqua o termale o comune, e in qualunque temperatura ecc. ecc. (vedi *Rifleſſioni* alla Mem. del Sig. de *Sauſſure* art. II.). Lungi pertanto dal dover ſupporre nelle noſtre Conferve quelle rughe o aſprezze, che non eſiſtono, e quella facoltà muſcolare, che per neſſun' altra ragione, ſe non per iſpiegare la loro progreſſione, gratuitamente ad eſſe ſi concedeva; lungi dal veder in eſſe caratteri proprj degli animali (ibid. art. 4. e ſeg.); lungi dal conchiudere, che, poichè ſi muovono, ſieno ſenſibili; noi ſiamo determinati dalla buona filoſofia ad abbandonare tante non neceſſarie ſuppoſizioni, e a conchiudere, che ancora le Conferve irritabili, come altre piante eſalanti del gaz oſſigeno, manifeſtano un meccanico movimento progreſſivo verſo la luce, prodotto dalla vera attrazione del principio della luce, e dell'oſſigeno o baſe dell' aria deflogiſticata, i quali ſi attraggono vicendevolmente per combinarſi e formare queſto fluido aeriſorme, il quale abbondantemente emanano dalle piante ſituate alla luce. Per le quali coſe tutte, ſe non m' inganno di molto, le noſtre Conferve rimangono al loro poſto nel regno vegetabile, e ſi devono riguardare come piante irritabili.

§. L. *Rifleſſione ſulla loro irritabilità.*

Per aggiungere poi incidentemente qualche rifleſſione ſopra l' altro movimento di oſcillazione, queſto ſi deve conſiderare come prodotto appunto dalla forza d'irritabilità, ma affatto indipendente dalla ſenſibilità. Acciocchè poi la vivacità dei movimenti ondulatorj delle noſtre Conferve non ſembri un effetto ſuperiore alla meno apparente ne' vegetabili e poco efficace forza d' irritabilità, gioverà conſiderare, che queſta forza ha molte gradazioni nelle molte claſſi degli eſſeri organizzati, e che la ſteſſa tenuità de' filamenti di queſte Conferve può dar motivo alla maggiore manifeſtazione di effetto prodotto dalle ordinarie cagioni, che lo operano meno ſenſibilmente in molte altre piante.

§. LI. *Delle cauſe di queſta forza.*

Forſe l'inquietudine dello ſpirito di ricerca vorrà penetrare più oltre a indagar le cagioni, che contribuiſcono a realizzare gli effetti di queſta forza, e a cercare d'onde provenga queſta forza ella ſteſſa. Eſcluſo dalle cauſe della contrazione delle Conferve, come delle altre piante, lo ſtimolo del ſiſtema nervoſo (il quale non ſiamo obbligati a conſiderare come neceſſario ad attualizzare ogni ſorta d'irritabilità, e neppure indiſpenſabile a quella di parecchj generi di animali irritabili, ne' quali tuttavia non ſi ſcopre il minimo indizio di nervi) eſcluſo, io dico, il ſiſtema nervoſo, le cauſe occaſionali dell'irritazione delle noſtre Conferve e delle altre piante potranno eſſere lo ſtimolo della luce, il movimento interno de' fluidi, cauſa a vicenda ed effetto della irritabilità, la decompoſizione del fluido, in cui vivono, e dell'aria che aſſorbiſcono ecc. ecc.; mentre come cauſa proſſima ed immediata dell'irritabilità degli eſſeri organizzati ci conviene riſguardare la naturale tendenza delle molecole della materia ad appreſſarſi fra loro, quando ſien libere, o qualche reſiſtenza non le impediſca, o qualche repellente non le diſgreghi. Le molecole plaſtiche inſomma obbedienti alle leggi generali della materia, attrazione ed affinità, tendono a pervenire ai mutui contatti; eſſe vi ſono impedite da una reſiſtenza, che probabilmente ſarà l'interpoſizione d'un fluido, forſe dell'elettrico o del calorico, che le tiene diviſe e lontane; gli ſtimoli applicati alle fibre lo ſquilibrano e lo rapiſcono: allora la tendenza delle molecole ad avvicinarſi divenuta libera ſi eſercita, ſi attualizza, e genera quell'avvicinamento e contrazione di tutta la fibra, che noi diciamo l'effetto della irritabilità. Ma non ci dilunghiamo nella generale inveſtigazione delle cauſe di queſta forza, e ſoltanto relativamente al noſtro ſoggetto contentiamoci di ſtabilire, che la ſenſibilità non è neceſſaria per produrre la contrazione, e che l' irritabilità non è aſſolutamente da quella dipendente (*a*).

(*a*) Queſta maniera di conſiderare l' irritabilità, queſte viſte teoretiche ſopra la cauſa di quella forza ſono parto dell' ingegno profondo del Sig. *Gallini* P. Prof. di Fiſiologia e Patologia nella Univerſità di Padova, all' amicizia del quale io devo parecchie giuſte ed originali nozioni di Fiſica animale.

Siccome l' irritabilità non era ſtata ancora conſiderata nella ſua totalità e nelle ſue cauſe, ma ſolamente era ſtata oſſervata ne' ſuoi fenomeni, iſolata in ſe ſteſſa, e indipendentemente dalla contrattilita e dalla ſenſibilità, egli vide quanto una più eſteſa cognizione di quella ſorza poteſſe influire a dilucidare il meccaniſmo delle funzioni organiche. Applicando pertanto le ſue meditazioni a queſto ſoggetto, egli conſiderò comparativamente tutte queſte forze, ſtabilì il loro rapporto, indicò, non ſembrar elleno che modificazioni d' una generale proprietà della fibra animale, la quale conſiſte nell' attitudine, che hanno le particole componenti queſte fibre a cambiare in alcune circoſtanze la loro mutua poſitura, e quindi accennò le cauſe occaſionale e immediata, le quali realizzano e diverſificano gli effetti. Qualche ſaggio delle ſue idee ſu queſto argomento ſi poſſono vedere nella ſua dotta Proluſione al ſuo primo Corſo di lezioni fatto in quella Univerſità, le quali idee egli eſpone in dettaglio nelle ſue Lezioni di Fiſiologia, e che ſaranno poi ſviluppate in un' opera di Fiſica animale, ch' egli ſta preparando, opera che ſarà un vero onore all' Italia. Mentre molte analogie Fiſiche conducono a queſta Teoria, mentre l' applicazione dei fenomeni viene ad appoggiarla ed a moſtrarne l' aggiuſtatezza, il Sig. *Gallini* peraltro non la preſenta colla ſicurezza della dimoſtrazione.

OSSERVAZIONI

METEOROLOGICHE

FATTE IN VERONA NEGLI ANNI 1790, 1791

Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI.

IL ſecondo biennio delle mie oſſervazioni meteorologiche ſta compendiato nelle Tabelle ſeguenti, le quali non hanno quaſi meſtieri d'altra dichiarazione, dopo il già detto (*Tom. V. di queſta Società*) per quelle del primo. Tre coſe m'è parſo meglio mutarvi. Una: ho ſtimato bene comprendere tra le oſſervazioni del ciel nubiloſo anche quelle di pioggia e di nebbia; laonde il numero de' dì nuvoloſi, aggiunto a quello de' ſereni e de' varj, pareggi e compia la ſomma de' giorni d'ogni meſe. Seconda: ho voluto che la colonna de' giorni di pioggia moſtri veramente il numero effettivo di quelli, ne' quali è piovuto ſia poco ſia molto. Terza: ho ſoppreſſo la colonna de' temporali, per aver luogo di notar le giornate delle minime e maſſime altezze del termometro e del barometro.

Eſſendo perito il termometro parigino, del qual feci uſo nel primo biennio, altro di ſcala molto maggiore mi fu donato dal Sig. Cav. *Lorgna*, meritiſſimo Preſidente ed Inſtitutore di queſta Società, il qual lo teneva per ſe con fiducia, ſiccome fatto e provato da lui medeſimo. E' di tre linee l'ampiezza de' gradi di queſto iſtromento, e la palla ha uno ſchiacciamento ingegnoſo, diretto a compenſare gli errori provenienti dalla dilatazione e contrazione del vetro. Di queſto artifizio ha già trattato fin dal 1765 il prelodato Sig. Brigadiere nella ſua Diſſertazione *Della graduazion de' termometri a mercurio*, ecc., opera intereſſante, per la verità e ſquiſitezza, con cui porge il modo di miſurare e rappreſentare li cangiamenti di volume dell' argento vivo ne' termometri, e per conſeguenza le correzioni eziandio dell' altezze de' barometri dagli effetti del calore.

Queſto termometro, appoggiato allo ſtipite d' una fineſtra, ſul lato oppoſto all'altro ſtipite, ſta eſpoſto ſpecialmente a' venti da Maeſtro, Tramontana, e Greco; ed in tale elevazione da non patire refleſſi.

Le oſſervazioni del termometro, e del barometro, preſe dai due biennj, ſtabiliſcono l' altezza media termometrica a' gradi $11\frac{1}{38}$, la barometrica in poll. 27 lin. 10, 30. L' una conduce a credere, che la ſtagione temperata in Verona ecceda piuttoſto gli ordinarj limiti del calor medio de' paeſi circonvicini; il che potrebbe attribuirſi ai refleſſi delle colline ambienti e che fanno parte della Città dalla banda del *nord*. L' altra, ridotta alla ſuperficie dell' Adige, al ſegno dell' acqua mezzana, che già indicai l' altra volta, diviene 27 11, 71; donde riſulterebbe, l' elevazion di quel ſegno, ſopra il livello del mare, conſiſtere in piedi parigini $192\frac{1}{5}$: declività che decreſce notabilmente da quella che il primo biennio ſolo ci diede. Aſpetteremo pertanto che il tempo, di più copioſe oſſervazioni corredato, reſtringa i confini dell' incertezza.

Dal quadriennio ricavaſi parimente, che un anno per l'altro il clima di Verona gode 129 giorni ſereni, e 111 varj, cioè parte ſereni, parte nubiloſi. Sono poi 125 li nuvoloſi del tutto: ed il numero di quelli, in cui piove o poco o molto, è di 102. La quantità mezzana della pioggia va a poll. 32 2, 77.

Il numero delle volte, che lo ſpirar d' ogni vento mi venne oſſervato nell'ultimo biennio, è come ſegue.

Anno	*T.*	*Gr.*	*L.*	*S.*	*O.*	*G.*	*P.*	*M.*
1790	187	314	428	268	115	140	238	227
1791	107	235	466	348	126	110	297	281

Unendo queſte quantità con le relative del biennio antecedente, le medie, che ne rieſcono, ſono le ſeguenti.

T.	*Gr.*	*L.*	*S.*	*O.*	*G.*	*P.*	*M.*
159	$262\frac{1}{2}$	415	281	$125\frac{1}{2}$	$129\frac{1}{2}$	262	280

La coſtituzione media de' meſi, deſunta dal quadriennio, è poi come ſiam per dire.

Gennajo. I venti da Ponente, Maeſtro, e Garbino regnano più che in ogni altro meſe.

Febbrajo. Lo ſteſſo ha luogo per l'Oſtro ſoltanto. Queſto poi è il meſe, che ha manco giorni di pioggia.

Marzo. E' quello in cui piove meno per quantità: eppur vi ſi oſſerva la minima ſomma dell' altezze del barometro; il che deve per certo imputarſi al frequente ingagliardire de' venti.

Aprile. Più regna il Levante, meno il Ponente ed il Maeſtro, che in ogni altro meſe.

Maggio. Non moſtra ancora difetti od eccesſi notabili in alcun conto.

Giugno. Il numero de' giorni, in cui piove, è il maggiore, fra tutti i meſi.

Luglio. In queſto ſi trova al contrario la maggior quantità de' giorni ſereni.

Agoſto. Spira il Greco, e tace il Garbino, più che in altro de' meſi.

Settembre. Han luogo in queſto la masſima ſomma delle altezze barometriche, ed il più raro ſoffiare di Tramontana.

Ottobre. E' quello in cui cade la maggior quantità di pioggia: lo Scirocco vi regna più, il Greco meno, che in ciaſcun altro.

Novembre. Quel che ha manco giorni ſereni.

Dicembre. Tramontana vi ſpira più, Levante, Scilocco, ed Oſtro meno, che in altro meſe.

Inoltre il masſimo freddo in Verona s' aggira dall' ultimo di Dicembre agli 8 Febbrajo. Il masſimo caldo diſcorre da' 21 Giugno a' 10 Agoſto. La ſtagion temperata ſi ſtende da' 25 Marzo a' 25 Aprile, e da' 4 Ottobre a' 4 Novembre. Finalmente la maggior variazione oſſervata finora nel barometro monta a poll. 1 lin. 7, 43.

Dell'anno 1790, che fu asſai bello ed aſciutto, con inſolita frequenza del Greco ed abſenza del Maeſtro, non ho altro da notar particolarmente, oltre ciò che dalle Tabelle col confronto delle coſe dette di ſopra può ricavarſi, ſe non che ſul fin di Gennajo è caduta neve in due tratti per poco men dell' altezza d' un piede, ma ſi ſquagliò immantinente. Avea principiato a nevicare anche il dì primo d' Aprile; e ne fu appena imbianchito il terreno a' 19 di Novembre. I temporali furono 7; uno in Aprile, uno in Maggio, due in Giugno, tre in Luglio. Quello del dopo pranzo del dì 27 Giugno ha percoſſo fieramente di grandine buona parte del Territorio.

Ho da dire dell' anno 1791, che in Febbrajo e Marzo ſoffiarono gagliardi venti, e fu il Marzo ſtraordinariamente ſereno ed aſciutto. Scoppiò temporale con tuoni e fulmini a' 15 Ottobre; ed altro più ſtrano, con tuoni, lampi focoſi, e grandine, la ſera dei 9 Dicembre ſulle ore 7 europee. In queſto meſe due volte, ed una li 8 Novembre, cominciò a nevicare, ma appena rimaſe coperto il terreno.

1790 Meſi.	Altezze del Termometro.			Altezze del Barometro.		
	Minima.	Media.	Maſſima.	Minima.	Media.	Maſſima.
GENNAJO.	— $4\frac{1}{2}$ *li* 20	$1\frac{2}{7}$	$8\frac{1}{2}$ *li* 2	27 5,00 *li* 30	28 1,57	28 3,85 *li* 10
FEBBRAJO.	— $3\frac{1}{2}$ *li* 3	$4\frac{1}{7}$	$11\frac{1}{4}$ *li* 26	6,57 *li* 10	1,43	5,50 *li* 19
MARZO.	— $0\frac{1}{2}$ *li* 7	$7\frac{2}{3}$	$17\frac{1}{4}$ *li* 27	7,53 *li* 31	0,40	4,70 *li* 13
APRILE.	0 *li* 1	$8\frac{8}{9}$	$18\frac{1}{2}$; 17,29	5,74 *li* 26	27 8,85	0,23 *li* 22
MAGGIO.	7 *li* 10	15	$25\frac{1}{4}$ *li* 28	5,91 *li* 7	9,80	0,47 *li* 25
GIUGNO.	$12\frac{1}{2}$ *li* 27	$18\frac{1}{5}$	$27\frac{1}{4}$ *li* 24	7,96 *li* 26	11,43	3,27 *li* 21
LUGLIO.	$12\frac{1}{2}$ *li* 12	$18\frac{9}{10}$	26 *li* 24	6,06 *li* 12	10,28	1,17 *li* 26
AGOSTO.	13 *li* 31	$20\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{2}$ *li* 10	9,69 *li* 28	11,34	1,65 *li* 30
SETTEMBRE.	$9\frac{3}{4}$ *li* 29	$16\frac{1}{6}$	$22\frac{1}{2}$ *li* 3	5,66 *li* 3	11,33	2,23 *li* 27
OTTOBRE.	$9\frac{1}{4}$;1,15,31	$13\frac{3}{5}$	$19\frac{1}{2}$ *li* 6	5,86 *li* 31	10,92	2,62 *li* 17
NOVEMBRE.	0 *li* 18	$7\frac{3}{5}$	$13\frac{1}{4}$ *li* 25	7,36 *li* 20	10,69	2,27 *li* 10
DICEMBRE.	— 3 *li* 11	3	8 *li* 2	3,36 *li* 18	10,31	2,36 *li* 31
ANNO.	— $4\frac{1}{2}$	$11\frac{2}{7}$	$28\frac{1}{2}$	27 3,36	27 11,20	28 5,50

1790 Meſi.	Giorni ſereni.	Giorni varj.	Giorni nuvoloſi.	Giorni di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia	Venti dominanti.
GENNAJO.	17	7	7	4	2	POL. 0 9,47	Gr.
FEBBRAJO.	15	7	6	2	1	0 9,59	P.
MARZO.	17	11	3	3		0 1,81	L.
APRILE.	6	10	14	13		4 11,21	L.
MAGGIO.	11	11	9	11		2 9,40	L. M. P.
GIUGNO.	12	12	6	9		4 2,65	L.
LUGLIO.	13	11	7	9		3 6,79	L.
AGOSTO.	16	11	4	8		2 0,76	L.
SETTEMBRE.	13	10	7	5		2 5,32	L. S.
OTTOBRE.	5	10	16	11	1	3 10,82	L. S.
NOVEMBRE.	6	7	17	9	4	3 3,40	L. Gr.
DICEMBRE.	13	9	9	6	2	1 0,16	T.
ANNO.	144	116	105	90	10	29 11,38	L.

1791 Meſi.	Altezze del Termometro.			Altezze del Barometro.		
	Minima.	Media.	Maſſima.	Minima.	Media.	Maſſima.
GENNAJO.	$-0\frac{1}{4}$ *li* 9	$3\frac{4}{5}$	$9\frac{1}{4}$ *li* 22	27 1,57 *li* 21	27 8,97	28 2,82 *li* 25
FEBBRAJO.	$-3\frac{1}{4}$ *li* 8	4	$10\frac{1}{4}$ *li* 21	3,94 *li* 2	10,05	1,35 *li* 13
MARZO.	$+1\frac{1}{4}$ *li* 1	$7\frac{9}{10}$	$16\frac{1}{5}$ *li* 17	2,61 *li* 21	11,73	4,25 *li* 4
APRILE.	$3\frac{1}{2}$ *li* 3	$12\frac{1}{5}$	$20\frac{1}{2}$ *li* 27	4,20 *li* 23	9,90	0,98 *li* 9
MAGGIO.	$6\frac{1}{2}$ *li* 8	$13\frac{2}{5}$	$23\frac{2}{5}$ *li* 27	5,56 *li* 5	10,25	1,51 *li* 21
GIUGNO.	9 *li* 16	$16\frac{1}{4}$	26 *li* 29	4,89 *li* 12	10,05	2,30 *li* 25
LUGLIO.	$12\frac{1}{4}$ *li* 13	$19\frac{7}{8}$	$27\frac{1}{2}$;25,31	7,61 *li* 13	10,60	1,34 *li* 31
AGOSTO.	$11\frac{1}{4}$ *li* 23	$19\frac{9}{10}$	$28\frac{1}{5}$ *li* 2	8,18 *li* 29	11,74	1,61 *li* 1
SETTEMBRE.	9 *li* 30	$15\frac{4}{5}$	24 *li* 4	7,54 *li* 19	11,30	1,96 *li* 29
OTTOBRE.	$4\frac{1}{2}$ *li* 31	$11\frac{1}{5}$	$17\frac{1}{2}$ *li* 10	2,52 *li* 16	9,11	0,74 *li* 1
NOVEMBRE.	$-0\frac{1}{2}$ *li* 12	$6\frac{2}{7}$	$13\frac{2}{5}$ *li* 21	5,02 *li* 4	9,90	3,18 *li* 10
DICEMBRE.	$-1\frac{1}{2}$;12,13	$4\frac{1}{6}$	11 *li* 18	3,57 *li* 10	8,08	1,09 *li* 31
ANNO.	$-3\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{5}$	$28\frac{1}{5}$	27 1,57	27 10,14	28 4,25

1791 Meſi.	Giorni ſereni.	Giorni varj.	Giorni nuvoloſi.	Giorni. di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia.	Venti dominanti.
GENNAJO.	12	6	13	11	2	POL. 2 9,73	P. G. L.
FEBBRAJO.	13	8	7	4		0 11,34	M. S. L. P.
MARZO.	18	6	7	5		0 5,88	P.
APRILE.	9	12	9	7		1 4,15	L. S.
MAGGIO.	10	9	12	12		2 4,51	L.
GIUGNO.	9	12	9	11		3 4,13	L. S.
LUGLIO.	16	11	4	8		4 4,93	L.
AGOSTO.	13	12	6	7		3 4,82	L.
SETTEMBRE.	11	11	8	6		1 5,92	L.
OTTOBRE.	5	11	15	11	1	5 4,51	L.
NOVEMBRE.	6	6	18	11	6	3 5,69	M. L.
DICEMBRE.	7	6	18	13	7	2 6,57	M.
ANNO.	129	110	126	106	16	32 0,18	L.

OPPOSIZIONE
DI URANO
Nel Febbraro del 1792 oſſervata a Milano
Dal Sig. Ab. ANGELO DE CESARIS.

Poſizione delle Stelle

	α del Toro				*γ dei Gemini*			
1790	Aſcenſione retta media	Moto Proprio	Diſtanza dal Polo Media	Moto Proprio	Aſcenſione Retta Media	Moto Proprio	Diſtanza dal Polo Media	Moto Proprio
Caille	65°.58'.13"	+ 2", 5	73°.55'.26"	+ 15", 1	96. 23. 29	+ 2, 1	73. 26. 5	+ 18", 9
ayer	65. 58. 15	+ 2, 2	73. 55. 32	+ 13, 0	96. 23. 34	+ 1, 8	73. 26. 8	+ 16, 9
radley	65. 58. 17	+ 1, 9	73. 55. 33	+ 11, 5	96. 23. 39	+ 1, 6	73. 26. 14	+ 14, 2
askelyne	65. 58. 16	+ 1, 3	73. 55. 37	+ 7, 9	. . . .		. . . .	
ermine medio	65. 58. 17, 3		73. 55. 43, 9		96. 23. 35, 8		73. 26. 25, 6	
Febbraro 1792	+ 1. 46, 9		— 17, 0		+ 1. 48, 2		+ 4, 6	
berrazione	+ 7, 6		+ 0, 5		+ 16, 0		+ 2, 1	
lutazione	+ 3, 0		+ 7, 6		+ 1, 5		+ 8, 9	
uogo apparente	66. 0. 14, 8		73. 55. 35, 0		96°.25. 41, 5		73. 26. 41, 2	

OSSERVAZIONI

Appulſi al Quadrante nel Meridiano.

ebbraro	Sole	α del Toro	γ dei Gemini	Urano	Differenza tra α ed Urano.		Differenza tra γ ed Urano	
1	0h.21'.23", 0	7h 44'.19", 5 44. 45, 3 45. 11, 0	9h. 45' 42", 0 46. 7, 8 46. 33, 6	12h.38'.44", 0 39. 9, 8 39. 35, 5	4h.54'.24", 5 24, 5 24, 5	24", 5	2h.53'. 2", 0 2, 0 1, 9	2", 0
2	0. 21. 36, 0	7. 40. 29, 0 40. 54, 8 41. 20, 5	9. 41. 51, 0 42. 17, 0 42. 43, 0	12. 34. 43, 0 35. 9, 0 35. 35, 0	4. 54. 14, 0 14, 2 14, 5	14", 2	2. 52. 52., 0 52, 0 52, 0	52", 0
3	0. 21. 47, 9	7. 36. 38, 2 37. 3, 9 37. 29, 8	9. 38. 0, 5 38. 26, 2 38. 52, 0	12. 30. 42, 2 31. 7, 8 31. 33, 6	4. 54. 4, 0 3, 9 3, 8	3", 9	2. 52. 41, 7 41, 6 41, 6	41", 6
4	0. 21. 59, 0	7. 31. 47, 5 33. 13, 4 33. 39, 1	9. 34. 10, 0 34. 35, 7 35. 1, 3	12. 26. 41, 0 27. 6, 8 27. 32, 5	4. 53. 53, 5 53, 4 53, 4	53", 4	2. 52. 31, 0 31, 1 31, 2	31, 1
5	0. 22. 9, 3	7. 28. 57, 0 29. 22, 7 29. 48, 3	9. 30. 19, 0 30. 45, 0 31. 11, 0	12. 22. 40, 0 23. 5, 6 23. 31, 3	4. 53. 43, 0 42, 9 43, 0	43, 0	2. 52. 21, 0 20, 6 20, 3	20", 6
6	0. 22. 19, 2	25. 7, 0 25. 32, 8 25. 58, 3	9. 26. 29, 1 26. 54, 9 27. 20, 4	12. 18. 39, 7 19. 5, 5 19. 31, 3	4. 53. 32, 7 37, 7 33, 0	32, 8	2. 52. 10, 6 10, 6 10, 8	10", 6

Febbraro	*Diſtanze apparenti dal vertice nel Meridiano*			*Differenza di Declinazione*		*Declinazione di Urano*	
	α del Toro	γ de' Gemini	Urano	Tra α ed Urano	Fra γ ed Urano	Per α del Toro	Per γ dei Gemini
1	29°.23'. 0",0	28°.54'. 0",2	29°. 2'.17"	+ 20'.44",3	— 8'.17",5	16°.25'. 9"	16°.25'. 4'
2	29. 23. 1 ,0	28. 54. 0 ,2	29. 1. 29	+ 21. 32 ,3	— 7. 29 ,5	16. 25. 57	16. 25. 49
3	29. 23. 1 ,2	28. 54. 0 ,0	29. 0. 41	+ 22. 20 ,3	— 6. 41 ,5	16. 26. 45	16. 26. 31
4	29. 23. 2 ,2	28. 54. 0 ,4	28. 59. 52	+ 23. 9 ,3	— 5. 52 ,5	16. 27. 34	16. 27. 26
5	29. 23. 1 ,5	28. 54. 58 ,0	28. 59. 3	+ 23. 58 ,3	— 5. 3 ,5	16. 28. 23	16. 28. 15
6	29. 23. 2 ,2	28. 54. 58 ,0	28. 58. 13	+ 24. 48 ,3	— 4. 13 ,5	16. 29. 13	16. 29. 5
	. . . .	. . . .					
Termine Medio	29°.23'. 1",3	28. 53. 59 ,5					

Febbraro	Rivoluzione diurna all' orologio		Tempo Vero dell' oſſervazione di Urano	Differenza d' Aſcenſione Retta		Aſcenſion Retta di Urano	
	α del Toro	γ de' Gemini		Tra α ed Urano	Tra γ ed Urano	Per α del Toro	Per γ de' Gemini
1 ~ 2	23*h*.56. 9 ,5	23*h*.56'. 9",5	12*h*.17'.40",3	73°.47'.57"	43°.22'.27"	139°.48'.12"	139°.48'.9"
2 ~ 3	23. 56. 9 ,2	23. 56. 9 ,2	12. 13. 27 ,0	73. 45. 22	43. 19. 57	139. 45. 37	139 45. 38
3 ~ 4	23. 56. 9 ,4	23. 56. 9 ,4	12. 9. 14 ,4	73. 42. 47	43. 17. 20	129. 43. 2	139. 43. 1
4 ~ 5	23. 56. 9 ,3	23. 56. 9 ,3	12. 5. 2 ,6	73. 40. 9	43. 14. 41	139. 40. 24	139. 40. 23
5 ~ 6	23. 56. 9 ,9	23. 56. 9 ,7	12. 0. 51 ,4	73. 37. 31	43. 12. 4	139. 37. 46	139. 37. 45
6 ~ 7	23. 56. 10 ,3	23. 56. 10 ,3	11. 56. 41 ,4	73. 34. 55	43. 9. 31	139. 35. 10	139. 35. 12

Febbraro	Tempo Medio dell' oſſervazione di Urano	Latitudine di Urano B	Longitudine di Urano	Aberr. —15",6 Nutaz. — 1",8	Longitudine del Sole	Aberr. + 20", e Nutaz. — 1",8	Elongazione di Urano dal Sole	Moto relativo
1	12*h*.31'. 46",7	0.°43'.56",9	4. 17. 7. 2,8	—17",4	10. 12. 56. 2,0	+18",2	5. 25. 49. 34,8	63'.16",3
2	12. 27. 40 ,4	0. 43. 57 ,5	4. 17. 4. 24,7	—17 ,4	10. 13. 56. 41,0	+18 ,2	5. 26. 52. 51,1	63. 14. ,4
3	12. 23. 33 ,9	0. 43. 57 ,9	4. 17. 1. 48,5	—17 ,4	10. 14. 57. 18,4	+18 ,2	5. 27. 56. 5,5	63. 14. ,7
4	12. 19. 27 ,4	0. 43. 58 ,9	4. 16. 59. 9,1	—17 ,4	10. 15. 57. 53,7	+18 ,2	5. 28. 59. 20,2	63. 12 ,5
5	12. 15. 20 ,7	0. 43. 59 ,7	4. 16. 56. 30,0	—17 ,4	10. 16. 58. 27,2	+18 ,2	6. 0. 2. 32,7	63. 10 ,1
6	12. 11. 14 ,3	0. 44. 1 ,7	4. 16. 53. 52,0	—17 ,4	10. 17. 58. 59,2	+18 ,2	6. 1. 3. 42,8	

Eſpoſti così i dati originali dell'oſſervazione, ſoggiungo alcune rifleſſioni, che mi ſi ſono preſentate per occaſione di farne la riduzione. Chi imprenda a calcolare una ſatta oſſervazione, ſi accorge certamente che le poſizioni delle Stelle, ſebbene determinate da' più celebri e benemeriti Aſtronomi, ſono ben lontane da certi vantati prodigj di eſattezza, e biſognoſe di quella perfezione, che richiede una più ragionevole e ſcrupoloſa aſtronomia. Per una parte i varj elementi della latitudine del luogo, delle rifrazioni, della diviſione dello ſtromento, del probabile errore nell' oſſervare poſſono laſciare l' incertezza di alcuni minuti ſecondi nelle ſatte determinazioni. Per l'altra parte il computare l'annua preceſſione degli equinozj 50″, 3 e l'aggiungere in ſeguito l'equazione per la variata obliquità dell' eclittica, deve meritare l'eccezione, che nella quantità 50″, 3 dedotta dal confronto delle antichiſſime colle moderne oſſervazioni, già vi è compreſa la porzione dovuta allo ſminuimento d' obliquità dell' eclittica: la qual porzione perciò vi ſi applica in tal caſo due volte. Ma un' altra ineſattezza ſi commetterebbe, come generalmente ſi è commeſſa finora, traſcurando quella equazione: tanto più che per diverſe longitudini e latitudini di Stelle eſſa è diverſa (*a*). Ed in fine un altro pericolo d'errore s'incontra col ſeparare dalla media preceſſione degli equinozj la quantità da attribuirſi allo ſminuimento d'obliquità, il quale influendo ſopra la longitudine e ſopra la latitudine in una ragione aſſai ſenſibile, laſcia quel dubbio, che tuttora può conſiderarſi ſuſſiſtere negli elementi dai quali dipende, che ſono il luogo del nodo dell' orbita terreſtre e l' inclinazione della medeſima al piano di paragone, e lo ſminuimento d'obliquità, che pel Secol noſtro dal Sig. *la Grange* ſi deduce col calcolo di 56″, ſi computa dal *Maskelyne* a 50″, ſi è trovata dal *la Caille* 44″, e diverſa da diverſi.

(*a*) Le formole date dal Sig. *la Grange* nelle Memorie dell' Accademia di Parigi per l'anno 1774, ſono

$$\text{Variaz. long.} = (\sigma\ \text{Sen. long.} + \nu\ \text{Coſ. long.})\ \text{tang. } lat. - \frac{\sigma}{\text{tang. } 23^{\circ}\frac{1}{2}}$$

$$\text{Variaz. lat.} = \sigma\ \text{Coſ. long.} - \nu\ \text{Sen. long.}$$

ν eſprime lo ſminuimento d'obliquità nel dato tempo, e σ il prodotto del Seno della longitudine del nodo dell' orbita terreſtre nella tangente d' inclinazione dell' orbita medeſima all' eclittica di paragone.

Inoltre il particolare proprio movimento delle fiſſe ſi è finora dedotto principalmente dalle oſſervazioni del *Roemer*, e del *Flamſtead* confrontate colle più recenti (V. *Mayer* Opera inedita ecc. Vol. I. 1775) (*Trieſnecker* Ephemer. Aſtron. Viennæ 1792). Ma come poterſi tranquillare nella diſcordanza de' riſultati ſopra quantità, delle quali è maggiore l' errore probabile nelle antiche oſſervazioni? Un mezzo che ci accoſterebbe di più alla verità ſarebbe l' eſatta riduzione ed il paragone delle oſſervazioni del *Flamſtead* con quelle del *Maſkelyne*, le quali ſiccome fatte nella medeſima Specola eſcluderebbero a buon conto due ſorgenti di errore nella rifrazione e nella latitudine.

Dall' opera del *Wollaſton* (A ſpecimen of a general Aſtronomical Catalogue .... by Francis *Wollaſton* .... London .... 1789) che è una delle più compite e più utili che ſi conoſca in queſto genere, io ho preſo le poſizioni medie delle due Stelle, di cui mi ſono ſervito, eſpoſte come ivi ſono pel principio dell' anno 1790, e quindi ridotte al giorno 5 di Febbraro del 1792. E come l' epoche delle originali oſſervazioni ſi computano per *la Caille* al 1750, per *Mayer* al 1756, per *Bradley* al 1760, per *Maſkelyne* al 1770; così ho aggiunto il moto proprio corriſpondente ad anni 42, 36, 32, 22, il ſuo a ciaſcuno. Per la quantità del medeſimo movimento proprio mi ſono attenuto alle più recenti ricerche del citato Aſtronomo Sig. *Trieſnecker*. Ed in tal guiſa corrette, ſi ſono combinate in un limite aſſai anguſto le diverſe poſizioni date da que' chiariſſimi Aſtronomi, delle quali colla richieſta cautela ho preſo il termine medio.

Quelle poſizioni combinano ancora maraviglioſamente colla oſſervazione, riguardo all' Aſcenſione retta; nè è grande, nè è ſconoſciuto l' errore riguardo alla declinazione. Se da tutti i termini della oſſervazione ſopra eſpoſta ſi deduca la differenza d' Aſcenſione retta tralle due Stelle α e γ, queſta riſulta 30°. 25′. 27″, 0, e 30°. 25′. 26″, 7 è la medeſima differenza tra le due poſizioni calcolate. Ma la differenza di diſtanza dal vertice oſſervata è di 29′. 2″, 2, e la differenza che ſi raccoglie dalle due diſtanze dal polo è di 28′. 53″, 8. Ora trattaſi di ſcoprire ſe l' errore trovato appartenga piuttoſto alla Stella α del Toro, che all' altra γ de' Gemini.

Poſta la declinazione di α	16°. 4′. 25″, 0	... di γ 16°. 33′. 18″, 8
e la diſtanza dal vertice oſſervata	29. 23. 1, 3	... 28. 53. 59, 5
la rifrazione	+ 32, 5	+ 32, 0
riſulta la latitudine di Milano	45. 27. 58, 8	... 45. 27. 50, 3

Quindi appare che concordando quaſi al minuto ſecondo la noſtra latitudine altronde conoſciuta col riſultato che proviene dalla Stella α del Toro, tutto il dubbio ſi riſonde ſopra la declinazione del γ de' Gemini, che ſe ne ſcoſta troppo di più. Suppoſto inoltre che la poſizione della Stella α del Cigno ſia delle meglio conoſciute, e non abbia particolare movimento, io ne ho determinato la diſtanza dal polo, ed eſattamente ne ho oſſervata la diſtanza dal vertice, preſſo cui paſſa viciniſſima, per farne confronto colle dedotte ed oſſervate poſizioni delle altre due Stelle. Da queſte corrette colle ſolite equazioni ſi ha

	Diſt. dal vertice	*Differenza*	*Diſt. dal Polo*	*Differenza*
α del Toro	29°.23′.33″,8	....	73°.55′.35″	
		28. 28. 16,4		28. 28. 15
α del Cigno	0. 55. 17,4	....	45. 27. 20	
		27. 59. 14,1		27. 59. 21
γ de' Gemini	28. 54. 31,5	....	73. 26. 41	

Confermata così nuovamente la coſa dalle corriſpondenti differenze di diſtanza dal vertice e dal polo, io mi ſono attenuto, nel ridurre le oſſervazioni del pianeta, alle poſizioni di α del Toro, ritenendo il confronto dell'altra Stella, come un'ottima riprova della eccellenza della prima.

Delle oſſervazioni da me fatte dirò quanto alle medeſime convenga il carattere di verità, per non eſſere ſtate alterate da un genio di ſorprendente regolarità, e quanto ſimilmente convenga ad eſſe il carattere di eſattezza, per riguardo allo ſtromento con cui furono fatte. Eſſo è un quadrante murale di otto piedi di raggio, opera eſimia del celebre *Ramſden*, fornito di un eccellente cannocchiale, e di una doppia diviſione, che ne forma il primo pregio. Dell'uguaglianza del piano io poſſo dire, che confrontando giornalmente gli appulſi del Sole ivi oſſervati, cogli appulſi medeſimi determinati collo ſtromento de' paſſaggi, vi trovo il medeſimo coſtante accordo. Comunque poi vi foſſe qualche deviazione ſia dal piano meridiano, ſia dalla linea del vertice, trattandoſi al caſo preſente di ſole differenze, oſſervate in piccole diſtanze di paralleli, l' errore dell' iſtromento influirebbe egualmente in tutte le oſſervazioni, e niente ne' riſultati delle medeſime.

Nel calcolare l' oppoſizione, io ho uſato le tavole del *la Caille* pe' luoghi del Sole, e pei luoghi di Urano le tavole del Sig. Ab. *Oriani* pubblicate nelle Effemeridi di Milano per l' anno 1793. Queſto illuſtre collega ſeguendo il genio del Sig. *la Place* ha fatto entrare ne' ſuoi elementi le perturbazioni cagionate per l' azione di Giove e di Saturno, diſpoſte in tavole egualmente utili, ſe avvenga in ſeguito di variare alcun elemento dell' orbita preſentemente accordata colle oſſervazioni. Nè ſi potrà vedere ſenza maraviglia e lode, come dopo il giro di molti calcoli troviſi tanto accordo, quanto ſi dimoſtra riſultare dal confronto de' luoghi calcolati ed oſſervati.

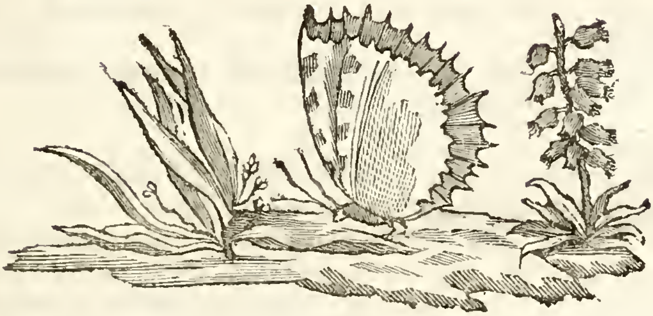
Venendo ora in fine alle ſopra eſpoſte oſſervazioni, appare dagli ultimi riſultati delle medeſime, che l' Oppoſizione di Urano al Sole ebbe luogo tra le oſſervazioni del giorno 4 e 5. Quindi fatto T il tempo decorſo tra le medeſime, M il moto relativo corriſpondente de' due pianeti, d la differenza da ſei ſegni d' elongazione, ſe ne ha proporzionalmente il tempo $t = d\frac{T}{M} = 2'.\ 32'',7 \times \frac{23^h.\ 55'.\ 53'',3}{63'.\ 12'',5} = 0^h.\ 57'.\ 48'',6$, d' onde riſulta il momento dell' Oppoſizione a 5 Febbraro $11^h.\ 17'.\ 32''$ di tempo medio. Per tale iſtante di tempo ſi ha dalle tavole

	Longitudine media di Urano		$4^s.\ 19^\circ.\ 33'.\ 12'',0$
	Equazione del centro corretta	−	2. 37. 7,2
	Somma delle perturbazioni	+	19,7
	Riduzione all' Eclittica	−	7,4
	Longitudine vera		4. 16. 56. 17,3
(*a*)	Luogo vero del Sole		10. 16. 56. 18,9

Latitudine

(*a*) Le variazioni del Sig. Ab. *Lambro* portano il luogo del Sole $= 10^s.\ 16^\circ.\ 56'.\ 14''$

Latitudine eliocentrica di Urano	0°. 41′. 43″, 8
Diſtanza di Urano dalla terra 17, 4158	
Latitudine geocentrica	0°. 44′. 5″, 3
Latitudine geocentrica oſſervata	0°. 43′. 59″, 7



LEGGE

INSEPARABILE DAL PRINCIPIO FONDAMENTALE

Del CASTELLI

INTORNO AL MOTO E ALLA MISURA DELL' ACQUE CORRENTI

Del Sig. CAVALIERE LORGNA.

IL primo paſſo fatto nella ſcienza dell' acque correnti, che deve per certo attribuirſi al *Caſtelli*, è quello di aver oſſervato, che

> *Le ſezioni vive di una medeſima acqua corrente ſcaricano in iſtato permanente uguali quantità di acqua in tempi uguali.*

E ſe ben ſi eſtimi queſta prezioſa oſſervazione, è ella il principio fondamentale di quella ſcienza, e forſe l' unico che poſſa dirſi inerente alla natura della coſa, giacchè ben toſto, per ſubordinare gli altri fenomeni alla geometria, s' è dovuto dar luogo ad altri principj ſuſſidiarj più di ſpecolazione, che di natura. In fatto ſi conſideri immediatamente la II. Propoſ. così nel medeſimo *Caſtelli*, come nel *Guglielmini*, ed in altri reputatiſſimi autori che hanno trattato della miſura dell' acque correnti, e ſi vedrà, che alle ſezioni vien ſubito attribuito un tenore di velocità, che non hanno realmente, velocità ragguagliata ed ipotetica, col mezzo della quale tutta è poi teſſuta la trattativa del moto dell' acque. E pure quell' oſſervazione del *Caſtelli* porta neceſſariamente ad un' altra non men naturale ed inerente alla coſa, che riguarda per appunto, e determina la condizione, e l' economia vera delle velocità nelle ſezioni. Sono tentato a credere di non eſſere il primo che l' abbia fatta, perchè mi pare che ſi offeriſca da sè agevolmente; ma potrei ben eſſere il primo che l' abbia manifeſtata.

E ſiccome è coſa utiliſſima, che ſia ben conoſciuto il tenore con cui viene diſtribuita dalla natura queſta primaria affezione del moto nell' acque correnti, così non vò tardare a comunicarla, premeſſe le nozioni, che vi conducono.

§. I.

DEFINIZIONE I. Il filamento liquido generato in un dato tempo da una ſtilla d' acqua fluente per qualſivoglia ſezione viva di un' acqua corrente è la miſura della velocità aſſoluta di detta ſtilla.

DEFINIZIONE II. Il compleſſo de' filamenti liquidi generati in dato tempo da tutte le ſtille d' acqua fluenti per una ſezione viva è la miſura della quantità di acqua che detta ſezione può ſcaricare nel medeſimo tempo.

PROPOSIZIONE I. *Le ſezioni vive di una medeſima acqua corrente ſcaricano in iſtato permanente uguali quantità di acqua in tempi uguali.*

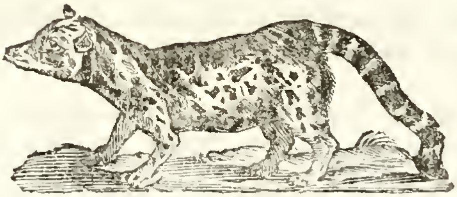
Se ne vegga la dimoſtrazione preſſo il *Caſtelli*, e il *Guglielmini* nella miſura dell' acque correnti, e in altri Autori moltiſſimi.

PROPOSIZIONE II. *Il compleſſo delle velocità aſſolute delle ſtille fluenti in un dato tempo per qualunque ſezione viva di un' acqua corrente coſtituita in iſtato permanente è coſtante, o ſia in tutte le ſezioni è il medeſimo.*

Imperciocchè ſcaricandoſi da qualunque ſezione viva in un dato tempo una data coſtante quantità di acqua per la Propoſ. precedente, il compleſſo de' filamenti liquidi fluenti per ciaſcuna ſezione è in tutte il medeſimo, eſſendo eſſo la miſura della quantità di acqua ſcaricata reſpettivamente da ciaſcuna ſezione per la II. Definizione. Ma ciaſcheduno di detti filamenti è la miſura della velocità aſſoluta della ſtilla che lo genera col ſuo fluſſo per la I. Definizione. In conſeguenza il compleſſo delle velocità aſſolute delle ſtille fluenti ecc. in tutte le ſezioni è il medeſimo. Il che ecc.

§. II.

Queſto è il principio naturale intorno alle velocità attuali ed effettive nel moto de' liquidi, il quale ſi accorda neceſſariamente e in tutti i caſi con le altre leggi della natura. E come non s'è mai alcuno avviſato di diſpenſarſi dal ſalvare il primo principio del *Caſtelli* intorno alla quantità dell' acqua ſcaricata dalle ſezioni in un dato tempo; così non ſarà lecito d'ora innanzi di allontanarſi nè pur da queſto che concerne l'economia naturale delle velocità, onde ſono animate le ſezioni vive dell'acqua corrente in iſtato permanente, dovendo entrambi eſſere inſeparabilmente la baſe di qualunque trattato ſul moto de' fluidi, in cui ſia propoſito di ſoddisfare alle leggi primarie e conoſciute della natura. Facile ſarebbe il moſtrare, che non ben ſi accordano con queſto principio le Teorie più luminoſe che abbiamo d' Idrodinamica. Ma non è mia intenzione di diſtruggere. Baſta pertanto, che abbia manifeſtato coſa, che merita in quella ſcienza, ſe non vo errato, l' attenzione de' Dotti.



OSSERVAZIONI

SULLA COSTITUZIONE DELL' ARIA ATMOSFERICA

Del Sig. Conte Morozzo.

NElla Memoria, che ho pubblicato l'anno 1784 (*a*) ſulla reſpirazione animale nel gaz deflogiſticato, avea dedotte alcune rifleſſioni intorno la coſtituzione dell' aria atmosferica, che erano ſondate ſulle eſperienze, che aveva fatto. Il Sig. *Lavoiſier* nel ſuo trattato elementare di Chimica, opera in cui ſi riconoſce tutto il genio di un grand' uomo, non s'accorda in ciò che riſguarda la compoſizione dell' aria atmosferica colle mie eſperienze. Ho creduto il ſuggetto abbaſtanza intereſſante, e perſuaſo della ſua oneſtà, e del ſuo amore per la verità, che non è meno grande in me, ſpero che egli non diſapproverà ſe io preſento ſu queſt' articolo alcune nuove oſſervazioni, che metteranno affatto in chiaro la verità.

Il Sig. *Lavoiſier* ſtabiliſce (p. 40.), che li componenti dell' aria atmosferica ſono 73 parti di mofetta, e 27 d'aria eminentemente reſpirabile, o deflogiſticata, poi (pag. 49) ſi vedrà, dic'egli, in ſeguito, che allorquando ſi diſciolgono delle materie animali nell' acido nitroſo, ſi diſimpegna una gran quantità di aria che ammorza i lumi, che nuoce agli animali, e che aſſomiglia in tutto alla parte non reſpirabile dell' aria atmosferica: ſe a 73 parti di queſto fluido, ſe ne aggiungano 27 d' aria deflogiſticata cavata dal mercurio ridotto in calcina roſſa col mezzo della calcinazione, *ſi forma un fluido perfettamente ſimile a quello dell' atmosfera, che ne ha tutte le proprietà.*

(*a*) V. Giornale di Fiſica Agoſto 1784.

Ecco all' oppoſito li corollarj, che io avea ricavato (*a*) da buon numero di eſperienze fatte per conoſcere la durata della vita animale nei fluidi aeriformi micidiali miſchiati ſecondo diverſe proporzioni coll' aria deflogiſticata tendenti a ſchiarare la vera compoſizione dell' aria atmosferica.

„ 1. Che l' eſame per mezzo della candela non è un mezzo eſatto per conoſcere la ſalubrità dell' aria. Non riferirò che due ſoli eſempj. La quinta parte di gaz deflogiſticato, meſchiata coll' aria corrotta dal vapore del zolfo, laſcia al miſcuglio la facoltà di tener viva la candela acceſa, mentre che un animale, rinchiuſo in queſto miſcuglio, muore fra alcuni ſecondi. La ſettima parte dello ſteſſo gaz, miſchiata coll' aria guaſtata dal vapore del carbone, laſcia bruciare una candela, e un animale vi muore quaſi ſubito.

„ 2. Che quella parte d' aria pura e ſalutare che pretendeſi eſſere contenuta nell' aria atmosferica, che ne forma il terzo, ſecondo *Scheele* (*b*), il quarto, ſecondo *Lavoiſier* (*c*), non è vero gaz deflogiſticato, poichè unito queſto colle arie guaſte ſecondo proporzioni molto minori che in quelle del terzo e del quarto, tiene viva ancora la fiamma d' una candela dopo la morte di un animale, il che non avviene nell' aria atmosferica.

„ 3. Che i veri componenti dell' aria atmosferica ci ſono ancora ignoti, giacchè col miſcuglio di differenti gaz non ſi ha ottenuto che dei gaz compoſti, i quali hanno bensì qualche proprietà dell' aria, ma giammai dell' aria atmosferica, con che ſi potrebbe provare che li gaz differiſcono per varie ragioni dall' aria.

Diſtacchiamoci per un momento, e da ciò che ha detto il Sig. *Lavoiſier*, e dalle mie ſperienze. Per procedere con metodo biſogna cominciare dalle proprietà dell' aria atmosferica prima di entrare nelle decompoſizioni, e ricompoſizioni artificiali. Queſte proprietà ſono

---

(*a*) V. la Memoria ſulla reſpirazione animale pag. 115.

(*b*) Trattato chimico dell' aria e del fuoco.

(*c*) Sulla combuſtione delle candele nell' aria atmosferica, e nell' aria eminentemente reſpirabile. (Mem. dell' Accad. delle Scienze di Parigi, pag. 201, anno 1777.)

1. Di mantenere la vita animale.

2. Di laſciar bruciare le candele, e li corpi combuſtibili.

3. D'aver un peſo, che è a quello dell' acqua diſtillata, come 1 : 813, o 820 circa.

4. Di eſſere elaſtica, compreſſibile e diafana.

5. Di non avere alcun odore.

A queſte proprietà generali conoſciute dagli antichi, ſi poſſono aggiugnere più particolarmente quelle che hanno trovato li Fiſici moderni.

1. Che un animale rinchiuſo in un fiaſco d' aria atmosferica, vi vive un tempo dato, e proporzionato alla capacità del vaſe; ma che un ſecondo animale meſſo nello ſteſſo fiaſco dopo la morte del primo, non vi vive che cinque minuti al più, e che un terzo vi muore ſubito.

2. Che l' aria in cui un animale è morto non tien più viva la fiamma.

3. Che l' aria comune, nella quale ſi laſcia eſtinguere una candela, non laſcia più bruciare un' altra candela, che vi ſi introduce, quantunque ſia ancora buona per la reſpirazione animale.

Tutte queſte verità ſono ſtate dimoſtrate dal D^r. *Cigna* dall'anno 1759 nel primo volume della Società di Turino (*a*), e di cui ho ripetuto molte volte le ſteſſe ſperienze nell' occaſione della mia Memoria ſulla reſpirazione nel gaz deflogiſticato.

Se l'unione di 73 parti di mofetta con 27 di aria eminentemente reſpirabile ci offrirà nel fluido compoſto le ſteſſe proprietà dell'aria atmosferica, ſaremo obbligati a conchiudere, che quelli ne ſono li veri componenti.

Quantunque con un grandiſſimo numero di eſperienze, fatte per proccurare di comporre dell'aria atmosferica artifiziale, io mi foſſi convinto, che il gaz deflogiſticato, allorchè è miſchiato colli differenti gaz micidiali, vi apporti ſempre un *quidquid*, che non ſi trova nell'aria atmosferica (*b*),

---

(*a*) Pag. 47, e ſeguenti.

(*b*) V. Giornale di Fiſica pag. 127 - e ſeg.

ho creduto mio dovere il riſare le ſperienze nelle ſteſſe proporzioni indicate dal Sig. *Lavoiſier*.

Ho dunque fatto un miſcuglio di 73 parti d'aria fiſſa, eſtratta dalla pietra calcarea coll' acido vitriolico, con 27 parti d'aria eminentemente reſpirabile, tratta dal precipitato roſſo; queſto fluido aeriforme ha quaſi corriſpoſto a tutte le proprietà generali dell'aria atmosferica, cioè

1. Ha mantenuto in vita un animale quaſi come nell' aria atmosferica.

2. Ha laſciato bruciare le candele quantunque con una fiamma lucidiſſima, e molto ſuperiore a quella che ſi vede nell'aria comune; ha laſciato ardere li corpi combuſtibili, e la fiamma era anche più vivace.

3. Il ſuo peſo da una piccoliſſima frazione in fuori è quaſi eguale a quello dell'aria atmosferica (*a*).

4. Egli è elaſtico compreſſibile e diafano.

5. Il miſcuglio artifiziale ha ſempre conſervato un odore un poco acido e diſguſtoſo.

Vediamo ora ſe queſto compoſto ci dà gli ſteſſi riſultati relativamente alle altre proprietà dell'aria atmoſferica, quanto alla durata della vita degli animali, e alla combuſtione delle candele.

Per procedere con tutta l'eſattezza ho preſo due fiaſchi eguali contenenti 10 once d'acqua, l'uno empito d'aria atmosferica, l'altro di un miſcuglio di 73 parti di aria fiſſa, e 27 di gaz deflogiſticato; ho meſſo un paſſero in ciaſcun vaſe: la durata della loro vita è ſtata a un di preſſo eguale, cioè di un' ora circa; dopo la morte dell' animale una candela introdotta nel fiaſco di aria atmosferica ſi è ſpenta immantinente, mentre nell' altro continuò ad ardere con una fiamma viva, anzi abbagliante.

Ho preſo due fiaſchi perfettamente eguali, di cui la capacità conteneva 39 once di acqua, l'uno fu riempito d'aria atmosferica, l'altro del miſcuglio di 73 parti d'aria fiſſa, e 27 di aria deflogiſticata; ho rinchiuſo un paſſero in ciaſcuno, la durata del loro vivere fu a un di preſſo eguale, cioè di un'

(*a*) V. le tavole del Sig. *Lavoiſier* tom. 2. pag. 572.

di un' ora e mezzo circa; dopo la morte di queſti animali, ve ne ho ripoſti due altri; quello che fu rinchiuſo nell' aria atmosferica è morto fra quattro in cinque minuti, l' altro rinchiuſo nell'aria artificiale viſſe 25 minuti circa. Una candela introdotta dopo la morte del ſecondo animale bruciò ancora meglio, che nell'aria comune, e vivacemente; nell' altro fiaſco la candela ſi eſtinſe all'orificio.

Ho creduto inutile il rimettere un altro paſſero nel fiaſco d'aria atmosferica, poichè ſe ne conoſcon già li riſultati. Mi ſono contentato di empiere d'aria artificiale del Sig. *Lavoiſier* un fiaſco, e d' introdurvi tre paſſeri, l' uno dopo la morte dell'altro; il primo viſſe un'ora 35 minuti, il ſecondo una mezz'ora circa, il terzo viſſe 14 in 15 minuti; una candela introdottavi dopo la morte del terzo animale arſe come nell'aria atmosferica; non ho ſpinto più avanti queſte ſperienze perſuaſiſſimo, che un quarto animale vi ſarebbe viſſuto ancor qualche tempo.

Ho provato il gaz deflogiſticato cavato dal nitro, che mi ha dato gli ſteſſi riſultati come quello del precipitato roſſo, che avea impiegato; ſi potrebbe obbiettarmi, che io non ho impiegato il gaz deflogiſticato tratto dal precipitato per sè, ma li Fiſici, e li Chimici avendo riconoſciuto che eſſi hanno le medeſime proprietà, non credo che ciò poſſa fare la menoma eccezione alle mie ſperienze.

Ho altresì voluto, in vece di ſervirmi di aria fiſſa, impiegare del gaz ricavato da materie animali collo ſpirito di nitro, e li riſultati ſono ſtati quaſi gli ſteſſi.

Dopo il riſultato di queſte ſperienze, egli è facile conchiudere, che 73 parti di mofetta, o di gaz cavato dalle materie animali coll' acido nitroſo, meſchiate con 27 parti di gaz deflogiſticato, formano un fluido, che ha bensì qualche particolare proprietà dell' aria atmosferica, ma che eſſo ne differiſce conſiderabilmente nelle proprietà eſſenziali, come noi abbiam dimoſtrato. Non formano dunque *un fluido elaſtico perfettamente ſimile a quello dell' atmosfera*, e *che ne ha tutte le proprietà* (*a*).

(a) Lavoiſier pag. 49.

Non mi ſono però contentato di provare la ſola aria fiſſa, e il gaz delle ſoſtanze animali, ma ho fatto entrare in miſcuglio il gaz flogiſticato, l' aria infiammabile, l' aria atmosferica, in cui un animale era morto, col gaz deflogiſticato in quelle ſteſſe proporzioni; un ſecondo, e un terzo animale introdotto nel vaſe dopo la morte del primo vi è ſempre viſſuto qualche tempo, e la fiamma vi ſi è mantenuta.

Niuno non ha meglio definita la compoſizione dell' aria atmosferica, del Sig. *Lavoiſier*, dicendo: " che eſſa è forma-
" ta della unione di tutte le ſoſtanze capaci di perſiſtere nel-
" lo ſtato aeriſorme al grado ordinario di temperatura e di
" preſſione, che noi proviamo.

Dopo queſta bella definizione ſi vede che l' aria atmosferica non è un fluido ſemplice, come i noſtri antichi il credevano, e che per conſeguenza la ſua decompoſizione dee eſſere difficiliſſima, come la ſua ricompoſizione.

Ma ſembrami veder rinnovarſi contra me un rimprovero, che un celebre Fiſico mi ſece ſono cinque anni; ebbe la bontà in vero di lodar la mia Memoria ſulla reſpirazione animale, ma, Signore, mi diſſe, voi diſtruggete colle voſtre ſperienze delle ipoteſi abbracciate, biſognerebbe eziandio ſoſtituirne dell' altre, il che non avete fatto. Signore, gli riſpoſi, il tempo coll' ajuto di nuove ſperienze bene eſaminate non mancherà di ſcoprirci la verità, io non amo formar de' ſiſtemi, che riſchiano diſtruggerſi vivente l' autore.

NUOVO

E SICURO MEZZO PER RICONOSCERE LA FIGURA DELLA TERRA

Del Sig. Antonio Cagnoli.

LA teoria Neutoniana della gravitazione univerſale è comprovata oramai con maraviglioſo conſenſo da tutti i fenomeni celeſti, che infino ad ora ſi ſono potuti ſottomettere dalle forze del calcolo, e dell' oſſervazione. Non v' ha forſe Aſtronomo, il qual pur non tenga oggidì per certo, eſſere il noſtro pianeta compreſſo ai poli e rilevato all' equatore. In fatti legando con la teoria prelodata il ſuppoſto della Terra elittica, ſi ſpiegano ſtupendamente la preceſſione degli equinozj, e la nutazione dell' aſſe terreſtre. Altri argomenti in favor dell' elitticità ſi deſumono dalla rotazione, la qual già è generalmente ammeſſa: altri ancora dalle varie lunghezze del pendolo a diverſe latitudini. Tutti per altro abbiſognano di qualche ipoteſi ſull' interna denſità del globo, la qual pur troppo ſarà ſempre occulta alle umane inveſtigazioni. Se alla mancanza di queſta eſſenzial cognizione s' aggiugne il grave diſcordamento delle miſure de' gradi da una figura regolare della Terra; ſe alle dubitazioni, che durano ancora ſulla verità dello ſchiacciamento polare (veggaſi il §. XXXI. de' *Principj di Geografia* ecc. del Sig. Cav. *Lorgna*), ſi arroge la diſſenſione che regna ſopra la quantità di quello; ſarà lecito dire non lieve guadagno, qualor venga fatto a taluno di metter fuori un mezzo, indipendente da qualunque ipoteſi, per determinar con facilità, e con grandiſſima preciſione, le differenze de' raggi terreſtri ad un numero immenſo di punti della ſuperficie. Tale in vero è l' aſſunto della preſente Memoria.

Sempre s' è detto, dacchè ſi parla di ſchiacciamento, che la parallaſſe della luna ſarebbe attiſſima a paleſarlo, ſe le variazioni, che riſente per cauſa di quello, foſſero grandi abbaſtanza, da poter eſſere colte con tutta ſicurezza dagli oſſervatori. Ma come, a ſuppor che lo ſchiacciamento non paſſi $\frac{1}{300}$ del ſemidiametro, giuſta l'odierna più comune valutazione, non corre altra differenza che di 9″ tra le parallaſſi all' equatore e ad una latitudine acceſſibile verſo il polo, verbigrazia a *60°*; così non è che pur troppo vero, una differenza sì tenue dover naſconderſi di leggieri ſotto gli errori poſſibili delle due oſſervazioni. Ecco il motivo, per cui ſuggerirono in vano il *Manfredi* ed il *Maupertuis* d' eſplorare lo ſchiacciamento, oſſervando direttamente la parallaſſe lunare; nè alcun profitto s'è ancor ricavato per queſta via.

Ma non ſarebbe già il primo caſo, che un variamento, minutiſſimo per un verſo, generaſſe effetti da un altro canto molto notabili. L' induſtria di chi cerca dee volgerſi a quella parte ove ſian più patenti: e queſto è ſtato lo ſcopo delle mie meditazioni. Nè ſenza frutto. Imperocchè hannovi tali circoſtanze, dove un ſolo minuto ſecondo di più o di meno nella parallaſſe può cauſare una differenza di 15, 20, 30 ſecondi di tempo, e più ancora, nella durata dell' occultazion d'una ſtella dietro la luna. Ma le occultazioni, e maſſime l' immerſione al lembo oſcuro, poſſono agevolmente oſſervarſi ſenza commettere errore di un ſecondo di tempo. Ecco dunque occaſioni, non ſolo certiſſime per levare ogni dubbio ſulla verità d'uno ſchiacciamento, ma di più aſſai ſeconde per diſtinguer le gradazioni di quello a diverſe latitudini. L' importanza del ſuggetto m' invita a trattarlo con la maggior chiarezza e ſminuzzamento.

Non perderò già tempo a moſtrare, che per conchiuder lo ſchiacciamento dall' oſſervazion della parallaſſe non biſogna il ſoccorſo d' alcuna ipoteſi. Come lo ſchiacciamento non è altro che diſuguaglianza de' raggi terreſtri, e queſta non è altro che diſuguaglianza di parallaſſe; così il trovar per oſſervazione la parallaſſe ineguale a diverſe latitudini è trovar per oſſervazione immediata lo ſchiacciamento. Una coſa inchiude l' altra ſenz' ajuti intermedj. Tutta la difficoltà conſiſte a liberare da ogn' incertezza le oſſervazioni che moſtrino la parallaſſe ineguale. Ma queſta è appunto la prerogativa ſpecial delle Occultazioni, che ho preſe di mira.

Fanno in vero gli Aſtronomi, calcolando le occultazioni, variare la parallaſſe in conformità dello ſchiacciamento, che a ciaſcun piace adottare. Però queſte variazioni non ſogliono indurre per l' ordinario differenze notabili nella relativa durata delle occultazioni oſſervate a diverſe latitudini. Le differenze notabili naſcono ſolamente in certe circoſtanze, a cui non fu volta ſinora particolare attenzione. E queſto è il motivo, che le occultazioni non hanno ſervito ancora nè punto nè poco a determinare lo ſchiacciamento.

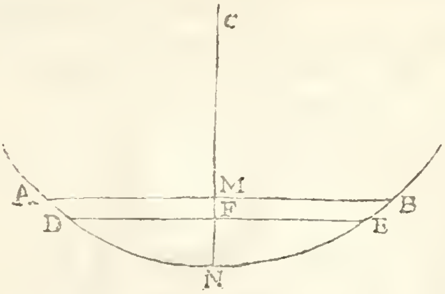
Prima ch'io venga a dichiarare quelle circoſtanze tanto propizie, gioverà ad apprezzarne tutta l' utilità definire il preciſo grado di ſicurezza, di cui ſon capevoli il computo e l' oſſervazion delle occultazioni. Riguardo al computo, ſembra che la diſtanza apparente de' centri della luna e della ſtella non poſſa eſſere eſatta, ſe non per quanto conoſcanſi eſattamente il luogo apparente della ſtella, e quello della luna col diametro di eſſa. A tal cognizion ſi perviene, calcolando l' oſſervazione delle due faſi, fatta in luogo, del qual ben ſi ſappia la longitudine, e dove l' alterazion della parallaſſe a cagion dello ſchiacciamento non abbia prodotto divario notabile nella durata della occultazione: condizioni non rare, nè difficili da ottenerſi. Si ſuppongono allora ben noti il luogo della ſtella, ed il diametro della luna, ſui quali elementi corre la minore incertezza, e laſciando cadere ſul luogo della luna i piccoli errori che foſſero in quelli, ſi rintracciano, comparando il computo alle oſſervazioni, gli errori delle tavole nella longitudine e nella latitudine della luna avviluppati coi precedenti (veggaſi la Memoria premiata dall' Accademia di Copenaghen, *Méthode pour calculer les longitudes géographiques*, *Vérone chez Ramanzini*). Nello ſtato preſente dell' Aſtronomia non veggo pericoli di momento in quella accumulazione d' errori, ſebben ſi tratti di cimento dilicatiſſimo. Tuttavia riſpettando l' importanza di queſto, ſi toccherebbe l' apice, verificando con numero ſufficiente d' oſſervazioni il luogo della ſtella, e anche il diametro della luna ſecondo il medeſimo cannocchiale che adopraſi per le occultazioni.

Avendo riconoſciuto gli errori delle tavole lunari, ſi correggono, e s' hanno elementi che rappreſentano fedelmente lo ſtato del cielo. Non v' ha dubbio che allora il calcolo della durata d' una occultazione, od anche del ſolo momento dell' immerſione, o dell' emerſione, pel luogo dove ſi vuol diſcoprire lo ſchiacciamento, attinge il ſommo dell' eſattezza, purchè la longitudine geografica di quel luogo ſia ſtata in prima determinata col mezzo d' alquante occultazioni, nelle quali, che ſon la più parte, lo ſchiacciamento non ſiaſi fatto ſentire notabilmente.

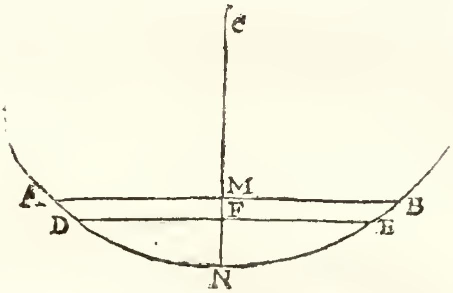
Quanto poi alla ſicurezza delle oſſervazioni di queſto genere, ho già detto, che le immerſioni dalla parte oſcura non vanno ſoggette al minimo errore. Quelle dalla parte illuminata poſſono patire qualche lieve incertezza, ſe la ſtella non ſia della prima nè della ſeconda grandezza, o ſe la forza dell' iſtromento ſia minor del dovere. Le emerſioni dall' emisferio tenebroſo ſono degne, generalmente parlando, di molta fiducia: ma quelle dal lucido ſon di tutte le più dubbioſe. Pur ſupponendo eziandio che l' errore in queſt' ultimo caſo poſſa andar ſino ad otto e anche dieci ſecondi di tempo, ſarà egli valevole ad occultare del tutto lo ſchiacciamento, in quelle circoſtanze ch' io contemplo, e dove il divario, ch' ei deve produrre, può eſſer le dieci e le venti volte maggiore del detto error preſuppoſto? Senza che ci poſſiamo attenere alle oſſervazioni più ſicure: ed una ſola faſe ben oſſervata nel luogo, dove s' eſplora lo ſchiacciamento, è baſtante a ſvelarlo, mediante la comparazione del momento calcolato col momento oſſervato.

Or ſi venga pertanto ad eſporre, quali ſiano di fatti le circoſtanze, in cui la differenza della parallaſſe, da una latitudine all' altra, poſſa manifeſtarſi in guiſa, da non dover dubitarne punto. Affin d' abbracciar virtualmente tutti i caſi, piglierò le quantità medie, negli elementi che han parte in queſta determinazione. Pongaſi dunque, che ſia la luna alla mezzana diſtanza ſua dalla terra, onde il ſuo diametro appaja di 31′ 30″, la parallaſſe equatoriale di 57′ 40″, il moto orario di 32′ 56″, 5. Pongaſi inoltre, che venga oſſervata una occultazione dalla latitudine di 60°: abbiamo giuſto, in quel parallelo appreſſo poco, tre Specole rinomate; a Pietroburgo, a Stockolm, a Upſal. Pongaſi finalmente, che l' altezza apparente della luna ſia di 10°. Se non v' ha depreſſione nella ſuperficie terreſtre, la parallaſſe di altezza ſarà 56′ 47″, 44. Ma ſe la depreſſione polare montaſſe a $\frac{1}{300}$ del raggio, ſaria la medeſima parallaſſe 56′ 38″, 93. Patirebbe dunque la parallaſſe, nelle poſte circoſtanze, un' alterazione di 8″, 5: quantità troppo piccola in vero, per poterſi prometter di ravviſarla ſicuramente, per via d' oſſervazioni dirette dell' altezza della luna.

Ma quell' alterazione sì tenue produce effetti ſolennemente viſibili in certi caſi. E queſti fuggirono al *Maupertuis*, il qual parla bensì delle occultazioni per diſcoprire lo ſchiacciamento (*Préface au Diſcours ſur la parallaxe de la lune*), ma parla di tutte in generale, e così leggermente da mettere a lor confronto gli appulſi, quaſi altrettanto capaci a determinarlo. Or come è ben lungi, che queſti ſi poſſano oſſervare con quella ſicurezza di tempo, che è conceduta dalle apparizioni e ſparizioni iſtantanee delle ſtelle nelle occultazioni; così è manifeſto, che *Maupertuis* non ha mai poſto l' occhio ſui caſi particolari, ch' io ſono per diviſare, e che ſi allontanano dagli ordinarj ſmiſuratamente.



Suppongaſi che *ANB* ſia una porzion della circonferenza dell' emisferio lunare oppoſto all' Oſſervatore, *C* il centro della luna, e che il raggio *CN*, il qual divide in due parti eguali l' arco *ANB*, ſi confonda col circolo verticale del luogo dell' oſſervazione. Suppongaſi inoltre, che la ſaetta *MN* ſia di 60″, e che mentre dura l' occultazione, la corda *AB* della luna ſia quella che paſſi tra l'occhio e la ſtella, ſe la terra è sferica; o vi paſſi la corda *DE*, ſe la terra è ſchiacciata di $\frac{1}{300}$. Sarà $MF = 8'', 5$ come s'è dichiarato di ſopra. Computando ſul moto orario medio della luna, ſi trova che la durata dell'occultazione dietro *AB* ſarebbe di 20′ 7″ di tempo, e quella dietro *DE* di 18′ 41″. Or ſi vegga qual ſolenne divario ſia queſto di 1′ 26″ di tempo, e quanto ſiano adattate sì fatta ſpecie d'oſſervazioni, non ſolamente a convincer li dubitanti dello ſchiacciamento, ma inoltre a ſvelare con grande approſſimazione al vero la lunghezza relativa de' raggi terreſtri a diverſe latitudini. Imperocchè, nel caſo propoſto, per ogni venzemilleſimo di differenza in detta lunghezza, naſce il divario di 1″ ſul tempo dell'occultazione.



Oltrechè chi non vede, l'effetto, di ch'io ragiono, poter eſſere aſſai maggiore? Egli creſce vie più, ſecondo che la ſaetta *MN* è più piccola. S'ella foſſe, a cagion d'eſempio, di 30″, il tempo dell'occultazion ſotto *AB* ſarebbe 14′ 20″, e ſotto *DE* 12′ 10″; monterebbe dunque il divario a 2′ 10″ di tempo: e però in tal caſo una differenza di 500 piedi più o meno nella lunghezza del raggio terreſtre potrebbe renderſi ſenſibile, poichè produrrebbe 1″ di differenza nella durata dell'occultazione.

So bene,

So bene, che quaſi mai non ſuccede che il cammino apparente della ſtella nè ſia rettilineo, nè perpendicolare al verticale che paſſa per quella nel momento del mezzo dell' occultazione, conforme è ſtato da me ſuppoſto: ma ognuno vorrà concedermi queſte ſuppoſizioni, come quelle che tengono appreſſo poco il mezzo tra i caſi poſſibili. Poichè ſe talvolta i fenomeni s'allontanino da eſſe in guiſa da render minori gli effetti dello ſchiacciamento nella durata delle occultazioni, di quel che ho trovato coi computi eſpoſti di ſopra, ſpeſſo altresì interverrà che ſi oſſervino maggiori. Per il che non eſito punto nell' affermare, che il mezzo da me qui additato, nè dipendente da alcuna ipoteſi, è il più ſicuro di quanti finora ſono ſtati adoprati per ben ravviſare lo ſchiacciamento del globo.

Infatti le differenze nella lunghezza de' pendoli ſono troppo minute, troppo malagevoli da miſurarſi con preciſione, troppo legate all'ignota denſità interna della Terra, perchè poſſano ſtare al paragone nè men da lungi con le patentiſſime varietà, denotate ſopra, nella durata delle occultazioni. Così le miſure de'gradi ſon tanto diſcordi fra loro, che il riſpettabile Autore, cui citerò quanto prima, giunge a ſclamare: quanto più gradi ſi ſon miſurati, tanto più incerta eſſer divenuta la figura della Terra. Oltrechè ſi rifletta all'enormi ſpeſe, fatiche e ſtenti, che le miſure de'gradi richiedono. Si rifletta alle gravi incertezze, che ſparge in queſte miſure la deviazion che può naſcere, nel piombino degl' iſtromenti inſervienti alle oſſervazioni aſtronomiche, per cauſa delle montagne, terreni inclinati, cavità ſotterranee, ed altre irregolarità ne' primi ſtrati della ſuperficie terreſtre, dalle quali avvenga che il perpendicolo ſia tirato più da una banda che dall'altra. E di quanto momento ſiano coteſte incertezze, ſi vegga nella riputata Opera del *Boſcovich* (*de Expeditione litteraria*, *lib. V. §.* 230 *& ſeqq.*)

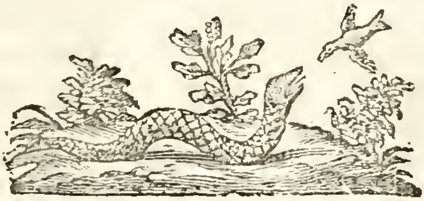
Forſe mi ſi opporrà, non eſſer facile che ſi combinino con frequenza le due condizioni neceſſarie al mio intento, cioè: che l'altezza della luna, e la corda del diſco lunare, la qual copre la ſtella, ſian piccole. Queſta è ſenza dubbio la ragione, per cui non è ſtata per anche notata la grande opportunità di queſte circoſtanze a mettere in chiaro lo ſchiacciamento col mezzo delle occultazioni. Certa coſa è, che quanto più alta è la luna ſull'orizzonte, e quanto più vicino al centro di lei è il cammino apparente della ſtella, tanto più vien minore la differenza di parallaſſe dalla Terra sferica alla ſchiacciata, e per conſeguenza più facile da confonderſi cogli errorucci degli elementi che piglianſi nel calcolo. Ma queſte ſono appunto le occaſioni propizie per le oſſervazioni che hanno a ſervir di confronto; e dalle quali abbiam detto che debbono ricavarſi gli errori delle tavole, e ben determinarſi le longitudini geografiche.

Quanto poi alle condizioni richieſte ove vuolſi ſcoprire lo ſchiacciamento, è ben vero che non poſſono accoppiarſi di frequente; ma ſpiandole con diligenza, quanto merita l'importanza dello ſcopo, ſi coglieranno forſe più ſpeſſo che non ſi penſa. Come non paſſa meſe, per dir così, ſenza che naſca l'occultazione di qualche ſtella cognita; e come non v'ha occultazione, ſenza che ſi riuniſcano, per qualche porzion della ſuperficie terreſtre, le circoſtanze da me ricercate: quand'anche foſſe delle venti volte ſolo una, che in quella porzione giaceſſe qualche Oſſervatorio aſtronomico; le queſtioni ſopra lo ſchiacciamento e la ſua quantità ſarebbero riſolute ben preſto.

Del reſto cotali queſtioni, per cui ſi ſon fatti immenſi ſacrifizj, e baſta citar le miſure de' gradi, meriterebbero bene, che s'incontraſſero ſpeſe d'aſſai minori col far viaggiar degli Aſtronomi affin di coglier le occultazioni ne' ſiti più favorevoli: e queſta ſarebbe degna impreſa de' Principi, che più ſi diſtinguono nel protegger le ſcienze. Si perverrebbe così poco a poco a conoſcere in un gran numero di punti la lunghezza relativa de' raggi terreſtri; ed è molto veriſimile, che ſi poteſſe finalmente dedurne la vera ed eſatta figura di tutta la Terra.

Sebben ſembri nelle miſure de' gradi, che tal figura non ſia regolare, può anche darſi che in fatto le irregolarità non conſiſtano tanto nella figura o ne' raggi, quanto nella teſſitura de' primi ſtrati, dalla cui diverſa denſità dipende l'errore occulto del perpendicolo degl' iſtromenti, errore, che altrove ho moſtrato, poter eſſere ſufficiente a ſanare tutti i diſcordamenti delle miſure preſe finora. Per conſeguenza la variazion della parallaſſe a diverſe latitudini potrebbe proceder beniſſimo con una certa regolarità, quale appariſce che regni nella variazion della gravità o ſia nelle lunghezze del pendolo.

Sarebbe in potere d'ogni Accademia primaria l'avviarſi a buon conto ad una tanta ſcoperta per due vie. Riguardo al tempo paſſato, col dimandare e radunar da ogni parte le oſſervazioni d'occultazioni, ſtate fatte entro un dato intervallo, per eſempio ne' dieci ultimi anni, e coll' incaricare alcuni Calcolatori di traſcegliere e ſoggettare al computo tutte quelle, che foſſero acconcie a moſtrare lo ſchiacciamento in diverſi punti. Riguardo al tempo avvenire, facendo metter nelle Efemeridi accurate predizioni de' luoghi, o zone, dove più importerebbe che foſſe oſſervata una od altra occultazione, maſſime delle ſtelle principali, affinchè ciò ſerviſſe ad avvertimento ed eccitamento di quegli Aſtronomi, che ſi trovaſſero ſtanziati opportunamente, o foſſero meglio in grado di traſportarſi ne' ſiti più vantaggioſi. Egli mi pare che queſti preſagi ſarebbero aſſai più giovevoli ed importanti di quelli delle faſi degli ecliſſi ſolari, per le quali i calcolatori d'efemeridi ſoglion prenderſi molta briga.



OSSERVAZIONI

ORITTOGRAFICHE

SOPRA PARECCHIE LOCALITA' DE' MONTI PADOVANI

Del Sig. Ab. ALBERTO FORTIS.

§. I. INtimamente perſuaſo, che fra i doveri dell' Accademico, e del buon Cittadino ſia ancora più importante, che il ſudare in cerca di verità nuove, il dar opera a diſingannare dagli errori accreditati, e particolarmente allor-quando ſi tratti di materie alla pubblica e privata economia, o alla fiſica coſtituzione del proprio paeſe attinenti, io ho creduto, che mi conveniſſe d' impiegare qualche ora de' giorni, che paſſo in campagna alla rettificazione delle novità Orittologiche annunziate, e ſoſtenute da due anni in poi con una decina d' Opuſcoli, che cagionarono una ſorta di fermentazione dall' una parte propagando malfondate ſperanze, e tentando dall' altra di nuocere a benfondate riputazioni.

I dotti foreſtieri, che ſogliono viaggiare pe' noſtri curioſi monti Vulcanico-marini, formerebbono un aſſai ſtrano concetto di noi, ſe non aveſſero guide migliori. Io mi ſono quindi propoſto di eſaminare a parte a parte la coſtituzione minerologica della noſtra Iſola montuoſa, ed ho meco invitato a peregrinarvi i valoroſi giovani Sig. Co. *Niccolò da Rio*, e il Sig. Ab. *Giuſeppe Olivi* di Chioggia, entrambi addetti all' Accademia di Padova. Il Sig. March. *Antonio Carlo Dondiorologio* ci ha preceduto in queſta impreſa, pubblicando parecchie applaudite fatiche ſue, fra le quali un *Prodromo di ſtoria Naturale*, e un *Saggio di Litologia degli Euganei;* noi ci proponghiamo di ſeguire un metodo differente, e ſarà il deſcrittivo delle località più degne d' oſſervazione, alle quali i ricordi del valoroſo Sig. March. Collega noſtro ci ſerviranno di guida. Queſti monti ci daranno materia d'oſſervazione per alcune villeggiature di ſeguito; e dalla maſſa delle Memorie, che ne andremo pubblicando, ſi potrà poi agevolmente formare un *Itinerario minerologico* egualmente utile ai Naturaliſti ſtranieri, ed ai noſtri.

§. II. Il primo luogo, a cui vollimo portarci per verificare le aſſerzioni ſparſe nel recente libretto, ſi fu in Galzignano l' iſolato monticello, di cui è proprietaria la nobile Famiglia de' Co. *Muſſati*, e che ne porta il nome. Io l'aveva già viſitato, non ſaprei dir quante volte, anni addietro, e l'ultima poi col mio eccellente amico ed oculatiſſimo Minerologo de *Dolomieu*, e col Sig. *Fleuriau di Bellevuë*, giovane gentiluomo Roccelleſe, che ha fatto rapidiſſimi progreſſi nella ſcienza delle montagne viaggiando in compagnia d'un tanto Maeſtro. Noi v' avevamo bensì rinvenuto molte carioſe varietà di produzioni vulcaniche; ma nulla che ſomigliaſſe ai due groſſi filoni di vetro, uno de' quali doveva eſſer lungo ottantadue paſſi, cioè, circa cinquecento piedi, ch'erano ſtati annunziati nelle carte poc'anzi accennate. Ecco ciò, ch' io ho colà eſattamente veduto, e che i due valoroſi compagni miei teſtè mentovati, poſcia il Sig. *Grydone* Segret. dell' Accademia di Dublino, indi anche ultimamente il dotto Sig. *Vincenzo Comi* hanno avuto la pazienza di verificar meco paſſo per paſſo.

Il colle *del Muſſato*, veduto dalla via comune, ſembra eſſer di figura conica allungata, e ſtiacciata, ma veramente la di lui baſe deſcrive un piccolo ſegmento di cerchio; ſi alza iſolatiſſimo nella pianura, benchè non più lontano, che due portate d' archibugio dalle radici delle diramazioni di Venda, e di Rua. Il ſuo perimetro è appena di un quarto di miglio, l'elevazione perpendicolare di poco più che ottanta piedi. Non formò originariamente un tutto da sè, come i colli iſolati di Monſelice, di Carrara, della Montecchia, dei Conti Capodeliſta, del monte Caſtello di S. Pietro, ed altri tali colli vulcanici ſparſi d' intorno alla maggior iſola degli Euganei, che o furono ſollevati di ſotterra per un ſobbollimento di lava, o crebbero per accumulazione della ricaduta de' lapilli eruttati dai riſpettivi loro crateri. Partendo dalla conoſcenza de' luoghi vulcanici in azione della Campania, e della Sicilia, io pendo a crederlo un reſiduo ben picciolo del vaſto cratere, di cui a più opportuna occaſione determinerò il perimetro; reſiduo diſangolato prima dalle acque del mare, indi da quelle del cielo, e deformato finalmente dagli uomini, che vi ſcavarono materiali da fabbricare, e pietre da forni in età da noi meno rimote. Parecchj fra i vulcani antichi della Campania, quantunque attutati da molti ſecoli prima della Storia, pur conſervano le loro foſſe o crateri circolari perfettamente riconoſcibili. Più lontana epoca, e probabilmente anche più lunga eſiſtenza in mezzo ai flutti fa d'uopo aſſegnare pei noſtri, alle ſuperiori falde dei quali trovanſi petrificazioni di Porpiti, e Nautili lenticolari, e di quelle articolazioni di Meduſe eſotiche, alle quali vien dato volgarmente il nome d' Entrochiti, o d' Aſterie colonnari (*a*). Quindi è, che dei principali loro crateri veggiamo sfigurate, e in gran parte diſtrutte le interiori pareti, e che le cavità dei ſubalterni ſono generalmente del tutto obliterate e ſparite. L' occhio del Naturaliſta eſercitato vi riconoſce le traccie d'antiche operazioni ſomiglianti a quelle, che attualmente con progreſſivi ſmangiamenti disſabbricano l' iſole di Ponza, e di Palmarola nel Mediterraneo, molto analoghe per la coſtituzione loro Minerologica ai monti Euganei. Il piccolo colle del *Muſſato* ha tutta l' apparenza di uno ſpicchio diviſo per la lenta forza dell' acque dalla maſſa maggiore, che coſtituiva l' interno del depreſſo campo Flegreo, oſſia del centro di quelle accenſioni, che diedero origine ai monti noſtri, e nel quale ſi dovettero aprire ſucceſſivamente varj crateri, come in sì fatti teatri d' ignizione, e d' effervefcenze ſuole accadere.

§. III. Parecchie ruſtiche abitazioni trovanſi preſſo al monticello, e alcune di eſſe preciſamente alle di lui radici. Quindi il mio primo paſſo ſi fu l' eſaminarne attentamente a ſaſſo a ſaſſo le rozze muraglie; giacchè la lunga ſperienza mi ha inſegnato, che i ſabbricati campeſtri danno coſtantemente i più ſicuri indizj della Litografia delle montagne, alle quali ſi trovano contigui. Così nelle montagne Veroneſi,

---

(*a*) *Helmintholithus* . . . .

principalmente compoſte di ſtrati di marmo roſſo, bianco, e giallo, le più rozze caſe, le muraglie a ſecco ne ſon fabbricate; così i baſalti colonnari ſi veggono per ogni dove impiegati nelle pertinenze di Bolca, di Veſtena, di S. Giovanni lungo l'Alpone, e nella valle di Triſſino; così finalmente ogni meſchino montagnajo ha le fineſtre, o le porte di granito, o di porfido ne' monti della Valſabbia; perchè veramente marmi, baſalti, graniti, e porfidi ſono i componenti delle montagne di quelle contrade, e trovanſi ſotto le mani di chiunque vi vuol ſabbricare. Mi riuſcì quindi di mal augurio il non vedere atomo di vetro vulcanico nelle nude pareti di otto o dieci caſe ſparſe ne' contorni del monte *Muſſato*, di cui parlando un nuovo Orittografo aveva individuate la località, e le dimenſioni de' filoni di vetro con un'apparenza di preciſione, che non avrebbe dovuto dar luogo a dubbj.

La maggior copia di vetro dovea trovarſi alla falda del monte, che confina con la via pubblica. Dopo d'eſſermi aſſicurato, che le radici di eſſo generalmente ſono di lava azzurrognola, e grigia in decompoſizione, io mi determinai e ſolo ed in compagnia de' ſummentovati Sigg. a rifarne il giro per la centeſima volta fra la ſommità, e le pedamenta. Si trattava di rinvenire un oggetto baſtevolmente viſibile, e palpabile: ma le noſtre indagini non furono fortunate; e là dove ſi doveva trovare una sì enorme ſaldezza di vetro, e un'altra di poco minore eſtenſione, nè io, avvezzo a riconoſcere anche di lontano rupi, e filoni di vetro ſu l'iſole Eolie, corſi di lave vetroſe ſu le Pitecuſe, vetri erratici in groſſe maſſe preſſo le rovine di Cuma, e di Miſeno, nè i compagni miei diligentiſſimi potemmo rinvenirne una ſola ſcheggia ſul monte del *Muſſato*. Rimaſimo per tal modo convinti, che la vera cagione del non trovarne ſi è, perchè aſſolutamente non ve n'eſiſte; e che a niun tranquillo conoſcitore di tali coſe, aveſs' egli i cent' occhi d'Argo, potrebbe mai riuſcire di colà raccoglierne un' oncia. Ma di che dunque è compoſto codeſto monticello, che ſi avrebbe dovuto credere ſe non diafano, almeno certamente riſplendentiſſimo ai raggi del ſole, per sì enormi filoni di vetro? Eccomi a dirlo; giacchè fa pur d'uopo convincentemente diſingannare le perſone prevenute delle ricchezze, e delle meraviglie loro annunziate.

E ci venga pur fatto l'onore, e la giuſtizia di credere, che niun Minerologo vi troverà mai altro, che quanto v'hanno veduto meco il Sig. Co. *da Rio*, il Sig. Ab. *Olivi*, il Sig. *Grydone*, il Sig. *Comi*. Io prego i non-Minerologi, fra le mani de' quali cadeſſe peravventura il preſente ſcritto, a volerſi riſparmiare la noja di leggere il preſente paragrafo, che non è per loro. Fatto il giro delle radici del monticello tutto all' intorno, rifattolo a mezza falda, ſenza trovar coſa, che poteſſe ricordare il vetro, io volli anche ſalire alla ſommità dalla parte di Ponente-Tramontana, onde poi calarne da Levante-Mezzogiorno. Ne trovai da quel lato la baſe compoſta di lava granitoſa, cenerognola, friabile, perchè in decompoſizione, ed inquinata di calce marziale con molta mica in picciole ſquame orbicolari, e molto feltſpato in cubetti per lo più ſcrepolati, che agevolmente ſe ne ſtaccano, laſciando l' impreſſione dei lati, ed angoli loro nell' alveolo. Dentro a' banchi di codeſta lava giacciono preſi groſſi maſſi del medeſimo impaſto, ma più compatti, e che ſembrano lentamente accordare all' azione delle meteore il compimento di una diſſoluzione incominciata dalle emanazioni, che ſprigionaronſi colà di ſotterra in remotiſſimi tempi, e che non deggiono eſſere ſtate vitrioliche, come lo ſono a Pozzuolo, a Lipari, ad Iſchia, giacchè niun veſtigio d'alluminizzazione ſi riconoſce nelle lave decompoſte per eſſe. Varcato un breve tratto di lava ſatiſcente, trovai un largo filone di tuſo bianco, che ſi riconoſce, per l'indole aggregata, cui conſerva, eſſere ſtato in origine lapillo, e aver ſofferto una fortiſſima decompoſizione. All'uſo, che di codeſto lapillo decompoſto ſi fa da tempi immemorabili per le bocche dei forni domeſtici, e pei camini, debbonſi le grandi eſcavazioni ſenza veruna regolarità eſeguite alle falde del monticello. Su pel banco del tufo, e per non aſpra ſalita, giunſi al cuccuzzolo baſtantemente piano, e ſpazioſo; ſituazione, che a gran torto ſi trova diſabitata, e ſelvaggia, poichè da eſſa, come da una vedetta, ſi domina tutto l' anfiteatro ameniſſimo, circoſcritto dalle propagini di Venda, e Rua, e dai colli iſolati di Monſelice, Miſpida, e Montagnuola

gnuola de' M.$^{\text{ſi}}$ *Salvatico*, diſpoſti d' intorno a una pianura pur troppo depreſſa, e tuttavia in gran parte abitualmente incoltivabile, ed allagata. Codeſta pianura è quella medeſima, che da tre ſecoli, e più, ſotto la denominazione di *Ritratto di Monſelice*, ha meritato le cure del *Sapientiſſimo Governo*, reſe però inefficaci del pari che le annue contribuzioni dei poſſidenti, per forza d'una ſerie odioſiſſima di malverſazioni, e d'arbitrj mantenuti a danno pubblico dall' intereſſe privato; pianura ubertoſiſſima, che ſe i conſorti s'induceſſero una volta a ſtabilirvi due pompe a fuoco, e forſe anco una ſola, da mantenere colla torba, di cui v' ha grande abbondanza, verrebbe tutta quaſi iſtantaneamente ridotta, e mantenuta in perpetuo a coltura regolare, e rinſanicata. La ſommità del monticello moſtra in parte ſcoperti, in parte velati da poca terra vegetabile, e da muſchi, e licheni alcuni filoni perpendicolari, che ne coſtituiſcono l' oſſatura, e che trovanſi poi meſſi a nudo per opera degli uomini alquanto più ſotto. Veramente non due ſoli filoni, ma parecchj uniti inſieme, verticali, e preſſochè paralleli coſtituiſcono nel corpo del picciolo colle due muraglioni, fra' quali, e al di fuori de' quali giace il tufo poc' anzi mentovato di lapillo decompoſto, detto *Pietra da forni*. Niuno de' due muraglioni, e niuno de' filoni verticali, onde ſono compoſti, è di vetro; ma varie modificazioni di lava, dove granitoſa, dove petroſilicea, e di lapillo vulcanico argilloſo e petroſiliceo ſi ſono ſuccedute per formarli. Uno di eſſi due muraglioni, che ſi alza iſolato per più che 20 piedi, e coſtituiſce il *letto* della cava di pietra da forni aperta nel fianco del monticello eſpoſto al *N. E.*, ci ha dato l' opportunità di verificare col compaſſo alla mano il volume, e l' ordine de' filoni, dalla coalizione de' quali è compoſto. In compagnia de' Sigg. *da Rio*, ed *Olivi* noi ne potemmo diſtinguere nove; e ſul luogo medeſimo, come dee fare ogni Oſſervatore, che non voglia correre il riſchio di ſoverchiamente fidare alla propria memoria, ed eſſerne poſcia tradito, ne ſegnammo le dimenſioni ſeguenti, che in tutte fanno 5 piedi.

	Piede		Pollici
n.° 1. Diaſpro-lava lapilloſo . . . . „	—	$\frac{1}{2}$	—
n.° 2. Lava cenerognola, e bigia con feltſpati calcinati . . . . „	1	—	—
n.° 3. Diaſpro-lava di lapillo . . . . „	—	$\frac{1}{2}$	—
n.° 4. Tufo lapilloſo, terroſo grigio, con nuclei avventizj di materie vulcanizzate, e particolarmente di diaſpro lapilloſo gialliccio . . . . „	—	—	4.
n.° 5. Diaſpro di lapillo irregolarmente groſſo. . . . . „	—	—	6.
n.° 6. Tufo terroſo, lapilloſo, d'inegual durezza . . . . „	—	—	7.
n.° 7. Diaſpro-lava di lapillo . . . „	—	—	2.
n.° 8. Tufo lapilloſo, come ſopra . . „	1	—	—
n.° 9. Lava Picea decompoſta al di fuori . . . . „	—	—	7.

Piedi „ 5. Poll. 2

La cava di tufo da forni, che attualmente rimane abbandonata, e imboſchita, ha circa 40 piedi di largo, e 80 di lungo. Vi ſi trovano ſparſi groſſi pezzi del muraglione, o aggregato di ſiloni pur ora deſcritto, e che rimangono colà traſcurati come di niun uſo, benchè la vicinanza abbia fatto, che un materiale eſattamente ſimile, e non però buono, ſia ſtato impiegato nella fabbrica delle caſe contigue. I ſoli Naturaliſti vi trovano il conto loro; poichè ſenza fatica vi ſi procurano eſemplari quanto più voluminoſi poſſano bramarli di lave picee e diaſproidi ſingolariſſime, alcune delle quali ſono eſcluſivamente proprie de' monti Euganei.

La ſituazione, in cui veggonſi attualmente quelle coalizioni di filoni, merita una particolar attenzione. Eſſa è tutt'altro che la loro primitiva; e ben lo prova l' alternazione del diaſpro-lava lapilloſo, e del tufo pur lapilloſo, ma granulato, e incoerente, della lava granitoſa, e della picea, modificazioni, e ſoſtanze, che non ponno mai eſſerſi diſpoſte le une accanto delle altre verticalmente, ma che debbono aver preſo in aggregandoſi una giacitura orizzontale o inclinata, ſecondochè nel piano del campo Flegreo, o alle falde eſteriori d' un cratere caddero dall' alto nell' attualità dell' eruzioni. Chiunque ha veduto farſi dal Veſuvio ſino a ſedici eruzioni di lapillo in un quarto d' ora, e ha poi verificato che i materiali di quaſi niuna di eſſe *identicamente* ſomigliano a quelli della precedente, non durerà fatica ad intendere, come i piccíoli ſtrati riſultanti dalla caduta delle grandinate lapilloſe ſieno originariamente ſtati formati gli uni ſopra gli altri in ſenſo orizzontale o inclinato, e abbiano poi dovuto divenire perpendicolari all' orizzonte, quali ora ſi veggono, per uno ſpoſtamento forzato della loro natural giacitura. E chiunque del pari, per lo sfaſciamento improvviſo delle vaſte caverne, che trovanſi ſotto i monti ignivomi, e per le corroſioni delle acque del mare, ha veduto sfaldarſi, e capovolgerſi le falde delle prominenze vulcaniche, fatto, che ogni giorno ſi replica là dove i flutti percuotono e minano Miſeno, Procida, Iſchia, Ventotene, Ponza, Palmarola, ecc. agevolmente comprende, come dalla diſpoſizione parallela o di poco inclinata all' orizzonte poſſano divenire ad eſſo perpendicolari le ſtratificazioni lapilloſe, e talvolta altresì i corſi d' antiche lave.

L' analogia apparente, e di prima viſta, che il diaſprolava lapilloſo ha con le concrezioni ſilicee di formazione acquea, potrebbe far naſcere il ſoſpetto, che il raſſodamento in una paſta preſſochè egualmente compatta foſſe un effetto dell' infiltrazione: ma l' eſame diligente di codeſto diaſpro ci fa riconoſcere non ſolamente preſivi dentro dei globuli pumicoſi avventizj, ma eziandio innumerabili poroſità orbicolari alla ſuperficie degli ſtrati, le quali provano il ſobbollimento di tutta la maſſa, poichè coſtituiſcono uno de' più viſibili caratteri della ſcorificazione. E' verità conoſciuta da tutti gli inveſtigatori delle produzioni de' vulcani attuali, che i corſi delle loro lave, qualunque denſità abbiano, e per quanto duri e compatti divengano dopo il loro raffreddamento, hanno mai ſempre la ſuperficie bulloſa, e ſcoriacea. Ne' banchi di tufo lapilloſo della falda diboſcata, che guarda la via comune a mezzo-giorno, trovanſi ſparſe, come in tutti gli analoghi d' altre contrade, molte varietà di modificazioni vulcaniche appartenenti a più rimote ignizioni. Io ne ho raccolto anni ſono, e fatto anco pulire alcune da collocarſi fra le la-

lave petroſilicee, ed attiſſime ad eſſer materia di lavori nobili, non però molto voluminoſi; come a dire, di tabacchiere, ed altre *bigiuterie*. L'impaſto, la uguaglianza di grana, la durezza le rendono di gran lunga ſuperiori a quanto potranno mai dare gli artefici Napoletani, che pur delle lave del Veſuvio, qualunque eſſe ſieno, ſeppero farſi un oggetto d'induſtria e di commercio.

La degradazione della lava picea, e del diaſpro lapilloſo allo ſtrato di pietra-morta o tufo bianco pulverulento è uno degli oggetti più curioſi, che ſomminiſtri la Litologia de' noſtri colli; e io non ho per anche abbandonato la luſinga, che da ſiffatte decompoſizioni, a qualunque acido eſſe ſi debbano, qualche miglior partito ſi poſſa trarne, che quello dell'averne bocche di forno.

Un po' di familiarità colle produzioni de' vulcani, e con le opere de' Minerologi, che le claſſificarono, fra' quali occupano i primi ſeggi due miei cariſſimi, e pregiatiſſimi Amici il Commendat. di *Dolomieu*, e il Cav. *Gioeni*, non può mai permettere, che ſi prendano per vetri indiſtintamente le lave petroſilicee, le granitoſe, le picee, onde le deſcritte coalizioni di filoni del monte *Muſſato* ſono compoſte. Accadde lo ſteſſo alle falde di Brecalon, fra S. Pietro Montagnone e Torreglia, dove dietro alle indicazioni dell'Orittografo ci portammo i due più volte nominati valoroſi giovani, poſcia il prelodato Sig. *Comi*, ed io, per veder pure che foſſe „ l'enorme ammaſſo di vetro latteo-ſcuro „ da lui annunziato nel ſuo ſcritto, e la di cui fama avea già tentato un riſpettabile perſonaggio di ſpecolarvi ſopra, come ad oggetto di gran vantaggio economico. Trovammo quel luogo del pari curioſo pei Naturaliſti, ed inutile per gli Specolatori. E' un largo tratto di falda parzialmente denudata per opera delle acque piovane, tutto di lava picea ſgretoloſa, e ricordante nell'atto del colore la galattite. Buon per noi, che non vi ſi trovaſſe atomo di vero vetro! Aggrappandovici, come fecimo, a mani nude, non avremmo potuto progredire, ſenza bruttamente ferirci; e trattenendovici a lungo, ed in un continuo cambiamento di ſituazione, ſaremmo rimaſti in poco d'ora ſenza ſcarpe, e ſenza veſtiti. „ I veri vetri vulcanici (ſono parole del claſſificatore *Dolo-*

„ *mieu*) hanno la finezza della paſta, la frattura acuta, ta„ gliente, il luſtro e la ſplendidezza di molti vetri artifizia„ li. „ Ed è tanto realmente *tagliente* la frattura del vetro vulcanico, che a me più d' una volta è accaduto di averne la palma delle mani, e le dita inſanguinate nel voler maneggiare, e impiccolire col martello minerologico gli eſemplari di quello, che abbondantemente ſi può raccogliere a Procida, ed a Lipari. Su per la falda ripidiſſima di Brecalon gli uccelli ſolo potrebbero ſalire impunemente, ſe foſſe qual ce la deſcriſſe l' Autore ſuddetto. Noi la eſaminammo però con piacere; e fra la lava picea ſgretoloſa, che la forma, oſſervammo il paſſaggio dal petroſelce a codeſto ſtato in un filone ſommamente iſtruttivo, e che non laſcia dubbio ſu la preciſione del fatto. Raccolgemmo belliſſimi eſemplari e di lava picea biancaſtra, e di petroſelce nell' atto del ſuo paſſaggio; e rinvennimmo in eſſa lava delle maſſe orbicolari di ſmalto verde-cupo a ſuperficie appannata, e farinoſa, identicamente ſimili a quelle, che il cel. *Dolomieu* rinvenne prima d' ogni altro, e deſcriſſe alla Cala di *Chiar di Luna* ſull' iſola di Ponza, e ch' io poi ebbi tutto l' agio di eſaminare ſu quel medeſimo luogo in compagnia dell' egregio Amico e valente Minerologo Ingleſe Sig. *Havvskins*. Le acque piovane hanno corroſo, e aſportato in buona parte uno ſtrato inclinato, che copriva dall' alto al baſſo la ora ignuda falda di Brecalon. Da un reſiduo, che ne rimane, e di cui prendemmo eſemplari, poſſo aſſerire, che più bella lava picea non s' è veduta giammai. E' compoſta di lapillo minuto, della varietà bianchiccia teſtè deſcritta, preſo in una fuſione d' analoga ſoſtanza, ma che ha il colore, e la diafaneità del ſuccino.

La lava petroſilicea o forſe il petroſelce primitivo (che io non voglio per anche decidere qual de' due nomi convenga a quel ſaſſo, la di cui fuſione diede la lava picea di Bracalon) moſtra delle cavità nel ſuo interno, ora del tutto vuote, ora ripiene di terra ſilicea in iſtato pulverulento e arenoſo, ora finalmente intonacata d' agata, ſu di cui crebbero talvolta piccioli criſtalletti di quarzo. La figura di quelle geodi è frequentemente globulare, e ricorda gli agatenidri del monte Berico di Vicenza. L' Autor della *Memoria* litografica diede a codeſte petroſelci la denominazione di *matrici d' agate*. Ma chiunque amaſſe vedere ragionevolmente diſtribuite, ed eſattamente denominate le concrezioni vulcaniche del monte *Muſſato*, e di *Brecalon*, le troverà preſſo il Sig. Co. *Niccolò da Rio*, che ne ha portato ſeco una copioſa raccolta.

Non v' ha dunque vetro vulcanico nel monte del *Muſſato*; non ve n'è a *Brecalon*; non ſe ne trova, ſecondo ogni apparenza, di propriamente detto in verun de' quindici luoghi, dove l' Autore del nuovo ſcritto ha creduto di ſcoprirne. E ſe ho da dire il mio vero ſentimento, quantunque l' autorità del riſpettabile Collega teſtè nominato m' abbia fatto in altra occaſione titubare alcun poco, io ſon tentatiſſimo di ritornare alla mia prima opinione, cioè, che ſino ad ora il vero vetro vulcanico in maſſe di qualche mole non ſia ſtato rinvenuto ne' monti noſtri, e che vi ſia anche rariſſimo in piccioli pezzi erratici, come lo è ne' Vicentini. Il Cav. *Strange* non ricorda che briccioli di vetro vulcanico ſolitarj, ed accidentali, preſi in una concrezione tufacea, ch' egli trovò fra Orbiezzo e Venda; io ne ho veduto degli eſemplari, ma non conoſco per anche quella località, ſinora forſe l' unica, che dia vero vetro vulcanico negli Euganei.

Ma ſe poi realmente all' Autore foſſe venuto fatto di ſcoprire degl' immenſi filoni di vetro, come lo ſi è creduto, avrebb' egli perciò reſo un importante ſervigio all' arte vetraria? E un tal vetro ſarebb' egli più atto, che le arene quarzoſe, che qualunque detrito di baſalti, o di lave ignobili, che le pozzolane, che le terre miſte d' argilla, e di ſelce, per far bottiglie all' uſo di Francia, e d' Inghilterra? Ed è egli poi certo, che con eſſo *poſto a fondere ſenz' addizione* poſſano farſene di buona qualità? Ed è ſicuro, che a Napoli v' abbia una fabbrica di tali bottiglie di lava, trattata col metodo introdotto dal Sig. *Chaptal* a Monpellieri? A tutte queſte interrogazioni fa d' uopo riſpondere negativamente. A Venezia è ſtata portata anni ſono per zavorra dall' iſola di Cipro una gran quantità di belliſſimo vetro vulcanico colla ſperanza di trarne partito; i Naturaliſti n' ebbero volentieri parecchj eſemplari; ma i vetraj dopo alcuni tentativi lo ricuſarono. Il Sig. *Briati* fondendo coll' addizione del borace la lava volgare de' monti noſtri, che ſerve al pavimento della Capitale, fece una partitella di bottiglie verdaſtre, delle quali io comperai anni ſono qualche numero, e che non riuſcirono bene; egli avea già abbandonata la ſpecolazione, come non utile. A Napoli non eſiſte veruna fabbrica di bottiglie all' uſo d' Inghilterra, nè di Francia; e chi ama di preſervare i vini fa diligenze, come facciamo qui, per raccoglierne di foreſtiere. Ben è vero, che un progettiſta propoſe una tal fabbrica all' ottimo *Re*, ſempre diſpoſto a favorire l' impreſe dotate di un qualche aſpetto di vantaggio nazionale; che ne ottenne tre o quattro mila ducati; e che ſe li diſſipò in tutt' altro, abuſando della buona fede del ſuo Signore. Deh a che mai dunque menar tanto rumore per un ſuppoſto ritrovato, che ſe anche foſſe reale in tutta la vantata eſtenſione, non ſarebbe di verun utile alla ſocietà, o lo ſarebbe di quel ſolo, cui ponno egualmente produrre tutte le lave, le terre, le arene più ignobili! Ma come degli ammaſſi di vetro, così è accaduto diſgraziatamente della qualificazione dataci de' marmi, e dell' individuazione delle cave. Anche di codeſto biſognava pur vedere che ne foſſe, ſapendo che da molti venivano oppoſte eccezioni giudizioſe alle annunziate ricchezze in fatto di marmi, che veramente ſarebbono un oggetto ſe anche la ſola decima parte dell' annunzio foſſe vera.

Il Sig. Marcheſe *Dondi Orologio* ſin dal 1780 avea pubblicato un *Prodromo di Storia Naturale de' monti Euganei*, ed annunziato in eſſo, dalla pag. 48 alla 51, parecchie varietà di marmi erratici, e località di apparenti ſtratificazioni, ſulle quali poter fondare qualche ſperanza. Ricordò anche Galzignano fra' luoghi, che ne ſomminiſtrano degli ſpezzoni, e preciſamente avvertì „ che le varietà d' impaſti mar„ morei vi ſi trovano tutte vaganti, ed accidentali „. Sei anni dopo egli comunicò all' Accademia un *Saggio di Litologia Euganea*, che trovaſi inſerito nel vol. II. delle *Memorie* di eſſa, ed in codeſto ne individuò dieciotto varietà, ſaviamente notando d' averle tutte trovate erratiche o in piccioli rottami, o individuando come i ſoli lavori, ch' eſiſtano di marmo noſtrale, le colonnette del Tabernacolo d' Arquà, e analoghi ornamenti nella Chieſa di Fontanafredda. Egli ſoſpettò finalmente, che molte delle picciole maſſe di cotali marmi nidulanti poſſano eſſere ſtate eſaurite dagli antichi, e che forſe alcune altre per la barbarie de'tempi ſieno rimaſte neglette o ſepolte per le eruzioni de' ſuochi ſotterranei, i quali è ben vero, che ne'monti noſtri, generalmente parlando, precedettero di molto le depoſizioni calcarie, ma che però in alcune località particolari dopo molti ſecoli riaccendendoſi vennero a capovolgerle, ed in parte ſeppellirle. Da queſto breve cenno è facile il rilevare, che quanto di ragionevole ſu di tal propoſito potevaſi aſſerire e congetturare, l'avea già detto o accennato il Sig. Marcheſe *Dondi Orologio*.

In uno ſcritto onorato dal favorevole giudizio dell'Accademia di Padova, e quindi pubblicato nel vol. I. delle ſue *Memorie*, io ho dato un cenno della origine, e della interna coſtituzione fiſica degli Euganei. Non è queſto il momento di trattarne per eſteſo, rendendo conto partitamente della lunga ſerie d'oſſervazioni locali, che la comprovano. Chiunque legge qui vorrà per ora aver la bontà di creder ſu la mia parola, e ſu quella de'giovani Naturaliſti, ch'ebbi ultimamente meco, che l'interno de' monti noſtri, e individuatamente di quelli, che diramanſi da Venda, e da Rua, è coſtantemente di lava in varj ſtati di compattezza, e decompoſizione; e che la pietra calcaria vi è generalmente eſteriore, depoſtavi dal mare molto dopo la loro elevazione vulcanica; d'onde ne viene, che ſi poſſa per legittima conſeguenza aſſerire, che andrebbe di gran lunga errato chi ſi luſingaſſe di trovare, internandoſi nelle loro viſcere, la continuazione d'un banco marmoroſo.

Sanno poi tutti gl'indagatori delle ſotterranee coſe, che nelle montagne frequentiſſimamente s'incontrano ſtratificazioni d'indole aſſolutamente ſcrepoloſa non ſolo all'eſterno, ma ſino alle maggiori profondità, e ciò non per l'azione del diaccio, o d'altre meteore, ma per l'eterogeneità dei loro componenti, i quali nell'atto d'eſſere confuſamente depoſti dalle acque del mare non ebbero agio di ſepararſi con regolarità, e non poterono quindi ſubire un eguale raſſodamento. Di codeſta meſcolanza ſi riſentono generalmente qual più, qual meno tutti i banchi di calcaria marmoroſa, che ſi trovano negli Euganei; e quindi, ſe anche s'internaſſero nelle viſcere de' monti, lo che non è, nè potrebb' eſſere, niun ſervigio mai trarrebbero da eſſi le nobili arti della Scoltura, e dell' Architettura per lavori di ragguardevole volume.

Benchè da lungo tempo convinto di queſte verità, io ho pur creduto mi conveniſſe il viſitar di bel nuovo alcune delle località ſpecificate dall' Autor della *Memoria* nelle mie vicinanze; e i due ſtudioſi giovani poc' anzi nominati ne viſitarono anche di più. Il *Vignalon* di cui parla l' autore dicendo che „ finiſſimo è il di lui marmo. . . . ., che forma „ delle maſſe grandi, e dure, e ſembra coſtituir tutto il „ monte, " non è veramente che una parte del monte *della Petraja*. Quel terreno in buona porzione mi appartiene, e io lo conoſco da lunghiſſimo tempo. Avrei giurato, che nulla, affatto nulla vi ſi trovava; ma il Co. *da Rio*, e l' altro valente compagno vollero, che vi ſi andaſſe. Io mi arrampicai con loro per l' aſpriſſima falda, che individuatamente è detta il *Vignalon*. Si cercò il marmo cogli occhi, e colle mani, giacchè ſi dovettero ſpeſſo metter a terra; ma invano. Tutto quel tratto è vulcanico, di lava granitoſa, ora più, ora meno in decompoſizione. Eſaminammo anche la parte meridionale del monte, pur volendo indovinare qual aveſſe potuto eſſere la località oſſervata dal Litologo; e rinvenimmo finalmente in due luoghi ben lontani dalla falda detta il *Vignalone* alcuni poveri reſidui di filoni calcarj eſteriori. Nel primo potemmo raccogliere degli eſemplari di grana marmoroſa, non mai aventi tre pollici di ſodo; nè certo di molto maggior mole ne raccolſe l' Autore della *Memoria*, che, veggendoli di colore verdiccio ſudicio, s' induſſe a dar loro la denominazione di *marmo ſaponaceo*.

L' altro picciolisſimo reſiduo d' involucro ſomminiſtra de' rottami di pietra calcaria, ſoda, cenerognola, pezzata di nero, e talvolta nera del tutto, ſuſcettibile di qualche pulimento forzato, ma però di frattura terroſa, ed ignobile, e per niun modo micante, e marmorea. I due compagni convennero ſul luogo che ſarebbe quaſi impoſſibile l' ottenerne eſemplari ſani di ſei pollici di diametro, e che ſcavando alcun poco nel banco ſi troverebbe finita la calcaria al contatto della lava granitoſa, ond' è formata dalla cima al fondo l' oſſatura di quel monte, o per dir meglio di quella prolungazione delle radici di Venda.

Non del pari picciolisſima coſa, ma ben del pari inutile alla Scoltura, è il banco di calcaria cenerognola, e nera, che trovaſi nella contrada di *Zengolina*, non già nel monte di queſto nome, che non eſiſte, ma bensì poco di ſotto al boſco detto della *Pila*. Moſtra quel banco d'avere un po più profonde radici, e ſembra annunziare una depoſizione marina modellataſi in una ſpaccatura vulcanica. E' fra i posſibili, che abbia 20, 30, forſe 40 piedi di profondità verſo le radici del monte: ma che prò? Per quanti tentativi ſieno ſtati fatti onde averne una ſaldezza lavorabile, ed atta a ſarne un ragionevole tavolino, ſin'ora non v'è ſtato modo nè verſo. Il contadino, che profitta di quel maſſo per venderne il tritume a uſo di terrazzi, indarno ſi è ſtudiato di guadagnare il prezzo promeſſogli da chi, dopo i replicati impegni preſi col pubblico, avrebbe con ragione grandisſima compiacenza, ſe poteſſe poſſederne una tavola anche di ſoli tre piedi in diametro.

Il Sig. March. *Tommaſo degli Obizzi*, che trarrebbe ottimo partito da qualunque cava di marmo nobile ſi verificaſſe ne' monti noſtri, onde ornare ſempre più la principeſca ſua villa del Catajo, mandò a eſaminare codeſta, e ne fece aſportare dei pezzi, dai quali appena potè ottenere alcuni piedeſtalluzzi di due o tre pollici. Tutto il maſſo è ſcrepoloſo al di dentro quanto al di fuori; e la pietra poi ha per carattere generale non ſolamente la frattura terroſa, ma eziandio la grana ineguale; e quindi ha di biſogno, che l' arte abbia quaſi tutto il merito del ſuo pulimento. Al *Calto Orſara*, luogo aſprisſimo, e pericoloſo, dove l' Autore ſcriſſe, che ,, eſiſte un marmo roſſo dilavato, gentile per certa ſua ,, delicatezza, che ha delle vene o faſcie diverſamente vio- ,, lacee, ,, io non ho avuta voglia di ritornare dopo trent' anni. Vi ſi arrampicarono i due giovani Oſſervatori, avendo la guida medeſima, ch' ebbe l' onor di ſervirlo per que' monti. Esſi rivennero a caſa convinti, che nulla v' era, ſe non che un gran banco di quella ignobile pietra calcaria ſcisſile, rosſigna, che i noſtri calcajuoli conoſcono ſotto il nome di *ſcaglia*, e condannano alla fornace, come inutile a tutt'altro uſo.

Viene anche dalla *Memoria* indicato com'eſiſtente a *Mon-*

teſello un marmo di varj colori „ in moli atte a qualſivo„ glia fattura „. Il mio coſtume è di non giudicare mai degli oggetti ſu le aſſerzioni altrui, quando mi ſia poſſibile il vederli cogli occhi miei. Quindi benchè il Co. *da Rio*, e l'Ab. *Olivi* m'aveſſero aſſicurato, dopo una viſita locale, che v'era tutt'altro che marmo da lavoro in quel luogo, determinai di portarmivi, quando che foſſe, ad onta della ſiniſtra prevenzione. Venne il momento nell'autunno ultimo; e vi ſalimmo il March. *Dondi-Orologio*, ed io. Vi trovammo le traccie d'un martello, e aſſolutamente nemmeno due pezzi atti a far de' calcalettere di mediocre volume, cioè di tre o quattro pollici. Vero è, che l'impaſto di quel reſiduo di filone è di grana fina, e marmorea; vero che ſi eſtende attraverſando diagonalmente la valle, onde avviene che ricompariſca dalla parte oppoſta in un mio terreno detto la *Caúſſa*; vero finalmente che ha varie tinte: ma non è poi punto vero, che il filone „ occupi una grandiſſima parte del „ colle “, o che ſi poſſa, come dice la *Memoria*, “ farne „ qualſivoglia fattura, “ è vero ſolamente, che ſe ne potrebbe avere qualſivoleſſe frattura, poichè ſi rompe, e ſi sbricciola ad ogni picciolo colpo in frammenti di tutte le poſſibili moli, e figure angoloſe.

L'Autore della *Memoria*, dopo la noſtra gita, è andato a far eſeguire uno ſcavo anche nel burrone detto *Calto-Stellato*, nella contrada del *Pavagion*, ſu le indicazioni del ſuo marmorajo. Io volli portarmivi eſpreſſamente, e prendervi le più eſatte informazioni dagli occhi miei proprj ſu la coſtituzione della località, e dai vicini, e operaj ſu i lavori fattivi, e ſul prodotto di eſſi. Trovai ben preſto il luogo de' tentativi colà eſeguiti di freſco. Un gran numero di ſpezzoni, non mai lunghi, nè larghi quattro piedi, ingombra l'alveo del burrone. Codeſti vi calarono in parte ſpontaneamente, in parte vi furono roveſciati dai pietrajuoli giù per la ripida falda imminente. L'impaſto generale di quel marmo (veramente tale, e di fina grana) è identicamente lo ſteſſo che la breccia di Valſanzibio, di cui parlerò fra poco; è fosforeſcente all'attrito d'una punta d'acciajo ne' pezzi bianchi, com'eſſa; e, benchè non abbia tutti i medeſimiſſimi accidenti, la ſomiglia però quanto baſta per poterne concludere, che non ſolo fu raſſodato contemporaneamente, e compoſto di principj, e con leggi del tutto ſimili, ma che eziandio v'ebbe un tempo, nel quale coſtituì una medeſima ſtratificazione. I colori predominanti nel marmo del *Calto-Stellato* ſono il verde tenero traente all'azzurro, e il biancaſtro; il primo vi ſi trova talora a picciole faſcie bislunghe; nella frattura, e particolarmente poi negli interſtrati vi ſi oſſervano varie ramificazioni di dendromorſi; tratto tratto racchiude breccie d'altro colore, e generalmente tanè. Se codeſto marmo ſi trovaſſe, come non ſi trova, nè ſi può trovare, in ſaldezze atte a a lavori grandi, certamente ſarebbe molto pregevole. Ma dopo d'averne detto il bene, fa pur d'uopo dirne anche il male. In primo luogo, i reſidui della maſſa ſono poca coſa, e tutti a ſpezzoni: s'ingannerebbe a partito chi ſi luſingaſſe, che ſprofondando gli ſcavi, ſe ne poteſſero trovare ſaldezze continue: immediatamente ſotto que' reſti dell'antico involucro giace la lava; e l'alveo del burroncello, in cui ſi moſtra denudata, lo prova dimoſtrativamente a chiunque non è cieco. Secondariamente, quantunque v'abbiano de' maſſi di codeſto marmo alti ſino a dieci e dodici piedi, eſſi non ſono però ſaldezze atte a lavoro; io ho eſaminato il più appariſcente, che è ſtato di recente ſcalzato, e l'ho trovato tutto attraverſato da venature, mercè delle quali non potrà mai eſſere roveſciato nel vallone ſenza andar in molti pezzi: e il roveſciarlo abbandonandolo a ſe medeſimo ſarebbe indiſpenſabile ogni qual volta ſi tentaſſe di trarne partito. Quel maſſo non è un pezzo di ſtrato unito, ma ſibbene d'una ſerie di ſtraterelli diverſi. In terzo luogo, le breccie, ch'eſſo racchiude, non ſono ſempre calcarie, nè d'impaſto omogeneo. Io vi ho trovato immedeſimati de' groſſi pezzi di lava non ſuſcettibile di bel pulimento, i quali bensì hanno fatto grandiſſimo piacere a me, ma che ſarebbero gran diſpiacere a un Marmorajo, manifeſtandoſi in qualche maſſo, ch'egli aveſſe in lavoro; oltrechè ſarebbero la rovina delle ſue ſeghe, e lo coſtringerebbono ad abbandonare il penſiero di tagliarlo. Per ultimo, ſe anche il marmo del *Calto-Stellato* foſſe di grandi, e non venate ſaldezze, ſe anche non portaſſe ſeco il pericolo che lo ſcalpellino nel lavorarlo deſſe in un pezzo di lava ſilicea, e impulibile, ſe anche non reſiſteſſe alla ſega, la località del vallone, alle di cui ſponde compariſce, ne dovrebbe allontanare ogni ſenſato ſpeculatore; poichè il farvi una ſtrada *durevole* coſterebbe parecchie migliaja di ducati, e ſenza ſtrade rotabili è aſſurdo il penſare a lavorar cave di marmi. Tutto il bene, che ſi potrebbe trarre dagli ſpezzoni reſidui di marmo che veggonſi al *Calto-Stellato*, conſiſterebbe in qualche pajo di buffetti, e tavolinozzi d'un piede e mezzo, o al più due e tre di lunghezza; oggetto, come ognun vede, ſproporzionato al diſpendio enorme della ſtrada nell' alveo d'un'acqua montana, contro della quale ſarebbe duopo eſſer ſempre in guardia, e in esborſo.

Io ho accennato che grandiſſimo piacere mi fece il trovare de' pezzi di lava d' ogni volume preſi nel marmo del *Calto-Stellato*: eccòne il perchè. La raſſomiglianza de' varj marmi Euganei con quelli delle Alpi del Tirolo, duriſſimi, privi di corpi marini, e ſosforeſcenti alla raſchiatura dell' acciajo, m' avea dato la tentazione di ſoſpettare, che gli ſpezzoni erratici, e nidulanti, che ſe ne veggono fra le materie vulcanizzate, poteſſero eſſere reſidui di antichi ſtrati capovolti, e in parte diſtrutti dal fuoco; a differenza della *ſcaglia*, o pietra calcaria ſciſſile, che non manca di qualche raro corpo marino, ed è manifeſtamente di data poſteriore. I pezzi di lava preſi nel marmo, di cui ſto parlando, provano invincibilmente l'anteriorità delle ignizioni di queſta noſtra iſola vulcanica anche alla formazione della più antica varietà di marmo, che i Minerologi conoſcano, e per tale ultimamente canonizzata dal mio illuſtre, e infaticabile amico il Sig. di *Dolomieu*. Ad onta adunque della ſingolare durezza, e lunga reſiſtenza agli acidi dei veri marmi Euganei, reſta ferma la teoria, che li coſtituiſce ſemplicemente eſteriori, e poſanti ſu baſi di lave vulcaniche; d' onde fluiſce per conſeguenza, che chi ſperaſſe di trovarli atti a lavori grandi andando più baſſo cogli ſcavi, piglierebbe non un granchio volgare, ma ſibbene un *Kraken* a ſecco.

L'eſiſtenza de' veri marmi Euganei ſopra le lave vulcaniche è anche un carattere di diſſomiglianza fra eſſi e il Veſuvio, le lave del quale ſono ſovraimpoſte alla calcaria marmoroſa, come ad altre pietre primigenie; verità abbaſtanza provata dal *Catalogo ragionato* dei ſaſſi, pietre, e lave di quella montagna, per cui ha fatto tanto onore alla Repubblica de' Minerologi il celebre Cav. *Gioeni*.

Ad onta dell'infelice eſito delle mie verificazioni ho voluto per anche vedere un'altra delle località indicate da quella *Memoria* come ricca di marmi atti a lavoro; e ſi fu il tratto montuoſo detto *Borellara* dalla rotondità de' ſaſſi vulcanici, che lo formano. Con mio diſpiacere, non altro ritrovai che de' maſſi di ſcaglia ignobile verſo il baſſo. Ecco come Galzignano, il quale, mercè le promeſſe avidamente ricevute dal volgo, è ſtato per alcuni meſi in penſiero di gareggiare con *Paro*, e *Carrara*, ora è ſmarmorato quaſi del tutto, almeno in quanto alla luſinga di farne commercio interno od eſterno.

Io non tratterrò chi ha la pazienza di leggermi coll' enumerazione di altri teſori indicati ne' contorni di Teolo, di Villa, di Tramonte ecc., poichè ſo, che il Sig. March. *Dondi-Orologio*, poſſeſſore di beni verſo que' luoghi, ſe ne occupa di propoſito. Nemmeno mi farò a parlare delle teorie dell' Autore ſull' origine dell' agata, e dei carboni, che ha creduto vedere; ſulla coalizione de' ciottoli vulcanici, che a lui ſembrarono formarſi appunto nell' atto, che ſi decompongono, nè ſopra alcun altro raziocinio Orittologico contenuto nella di lui Memoria. Ma vicino a chiudere il mio ragionamento mi credo in dovere di rendergli giuſtizia per la benemerenza di averci fatto conoſcere il marmo brecciato calcario di Valſanzibio, che colà moſtraſi in maſſi prominenti dalla falda detta le *Garganeghette*, e che per la finezza, e compattezza della ſua grana, per la varietà de' colori, per lo ſplendore del pulimento, di cui l'indole dell'impaſto ſpeſſevolte lo rende ſuſcettibile, può gareggiare con qualunque bel marmo antico di analoga compoſizione. Noi ſiamo ſaliti a que' maſſi, e vi facemmo per la prima volta ſalire anche groſſi magli, e robuſti villani per adoperarli. Ci aſſicurammo, che non è da contar molto ſull'interno del monte, vulcanico anch' eſſo, come tutti gli altri, e ſolo al di fuori coperto in parte di calcaria.

Un carattere intereſſante di codeſto marmo, ch'eſſo ha però in comune con parecchi altri veri marmi, benchè non atti a lavoro, di Fontanafredda, di Galzignano, d' Arquà, ſi è la fosforeſcenza all' attrito, o alla raſchiatura d'una punta d'acciajo. Il Commendatore di *Dolomieu* è ſtato il primo ad avvederſi di queſta proprietà in alcuni marmi duriſſimi delle alpi Tiroleſi, che malagevolmente faceano effervefcenza cogli acidi, e ne ha ſcritto una Memoria epiſtolare che trovaſi inſerita nel Giornale di Fiſica di Parigi. La deſcrizione di que' marmi fatta dal mio illuſtre Amico mi fece ſoſpettare, che lo ſteſſo fenomeno doveſſero offerire alcuni de' noſtrali; e così fu. Il primo, ſul quale volli dar la prova alla mia congettura, ſi fu codeſto marmo di *Valſanzibio*: ma il più fosforeſcente di tutti ſi è quello poc'anzi accennato del monteſello a *Galzignano*, che ſorge in ſilone fra le materie vulcaniche. L'eſſere tutto ſcrepolato, il trovarſi fra quegli ſcrepoli introdotta una meſcolanza di terra marziale, e di ſolfo, che vi formò delle ramificazioni dendritiche, l' analogia co' marmi alpini, ſono tutti argomenti, che mi avrebbero portato a credere, che codeſto marmo, e gli altri analoghi degli Euganei doveſſero eſſere anteriori alle conflagrazioni locali: ma le lave preſe nel marmo del *Calto-Stellato* m'hanno abbaſtanza convinto del contrario.

L'eſame diligente, cui facemmo dei maſſi attualmente apparenti a *Valſanzibio*, non ci luſingò, che ſaldezze di gran dimenſione poſſano trarſene; ma dalle oſſervazioni noſtre riſulta, che ſe v'è luogo fra i molti indicati dalla *Memoria*, che poſſa dar pezzi da lavoro, non già colonne, o cornicioni da Baſiliche, ma forſe alcune tavole di due o tre piedi di diametro, ei debb'eſſere *Valſanzibio*, d'onde poi certamente ſi può trarre belliſſimo, benchè aſſai coſtoſo materiale da impellicciature. Niuno prima dell' Autore avea poſto in onore quel marmo; e ſarebbe ingiuſtizia il volergliene togliere, o diminuire la lode perch'egli l' abbia deſcritto in modo, che lo ſarebbe credere una breccia ſilicea. Eſſo non è tale; e ſe lo foſſe poi propriamente, non meriterebbe la denominazione di *marmo*, e ſarebbe paura alle ſeghe de' Marmoraj, che dovranno però ſempre trattarlo con timore di trovarvi per entro qualche pezzo o più duro del biſogno, o incapace di pulimento.

INTEGRAZIONE

IN SERIE FINITE

Delle Formole $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$, $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}$; eſſendo p e q de' numeri qualunque interi

Del Sig. Francesco Pezzi.

HO preſentato all' Illuſtre Società Italiana l' integrale della formola $\frac{(A+Bz)\,dz}{(a^2-2abz\cos.\phi+b^2z^2)^p}$ ſviluppato in una ſerie finita, eſſendo p un numero qualunque intero, ch' eſſa ſi è degnata d' inſerire nel IV. Vol. delle ſue Memorie; ed il metodo che ho tenuto per arrivare alla formola (7) (*a*) che eſprime queſto integrale fu da me rigoroſamente dimoſtrato; accennai però ſul principio della mia Memoria, ch' io avea già da gran tempo ottenuta ſotto una forma differente la medeſima coſa, argomentando per via d' induzione dalla traccia, e dai caſi particolari, che il grande *Eulero* ha ſviluppato nel Tomo

---

(*a*) V. Mem. della Soc. It. 4. Vol. pag. 577 alla pag. 585, lin. 1. invece di $\pm\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)$ leggaſi $\pm\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{\pm du}{bu-\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{ub+\sqrt{(-D)}}\right)$; o più ſemplicemente $-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{\pm du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)$; + ovvero − ſecondo che p' ſarà pari ovvero diſpari.

Tomo I. pag. 42, 43 e ſegg. delle ſue Iſtituzioni di calcolo integrale; ora ho giudicato di eſporre l'anzi detta formola, onde altri tenendo la coſa degna di qualche attenzione, non la deſideraſſe trovata, o non ſi occupaſſe a ricercarla, tanto più che potendo confrontare di leggieri vedrà quale delle due ſia la più ſemplice; mi ſi conceda che qui io faccia queſta breve digreſſione per la utilità che non di rado ne viene dimoſtrando la fecondità dell'Analiſi Matematica; verrò poi ad integrare ſempre in ſerie finite le formole $\frac{(A+Bx+Cx^2)dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$, $\frac{(A+Bx+Cx^2+Dx^3)dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}$, o propriamente queſte $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$, $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}$ di gran lunga più generali, e perciò meritevoli di conſiderazione. Spero che i Geometri gradiranno la mia fatica, particolarmente coloro che attendono a perfezionare il calcolo integrale, dal cui progreſſo dipende, come è noto, quello delle noſtre cognizioni ſul ſiſtema del mondo; niuno, ch'io ſappia, ha mai penſato a trattare delle accennate formole da i precetti in fuori che ſi ſono dati intorno al metodo d'integrare la frazione $\frac{Pdx}{Q}$, eſſendo P e Q delle funzioni razionali qualunque di x; precetti i quali benchè generali non han ſervito ſin qui che a far ritrovare pochi integrali particolari, perchè applicandoli s' hanno a vincere delle grandi difficoltà; di che ſe ne incontrerà un eſempio nel caſo che ſvolgerò da ultimo: inoltre le inveſtigazioni cui queſta materia dà luogo ſono dilettevoli e vantaggioſe, indipendentemente dall'oggetto d'integrazione, perchè ſovente conducono a quiſtioni, e ad artifizj ſingolari di Algebra finita, che fa d'uopo dichiarare con quella preciſione, che ſi può, maggiore. Queſte rifleſſioni me ne porgono un'altra, ch'è tutta propria dell'analiſi, cioè che in ſomiglianti argomenti non baſta per la perfezione dell'opera il dare una formola che rinchiuda la ſoluzione del propoſto problema, ma biſogna ancora ch'eſſa ſia la più ſemplice di tutte quelle che naturalmente ſi potrebbono ritrovare. La Società Italiana al cui giudizio ho l' onore di ſottoporre il preſente opuſcolo, il quale ſerve di continuazione al primo, decida ſe per avventura io v'ho conſeguito una sì importante condizione.

Integrale della formola $\frac{(A+Bz)\,dz}{(a^2-2abz\cos\phi+b^2z^2)^p}$ *ſviluppato in ſerie finita, eſſendo* p *un numero qualunque intero.*

I. Sia per maggiore brevità $a^2-2abz\cos\phi+b^2z^2=X$, ſi raccoglie dal citato metodo di *Eulero* $\int\frac{(A+Bz)\,dz}{X^p}=$

$$\text{Coſt.}-\frac{B}{2(p-1)b^2X^{p-1}}+\frac{Ab+Ba\cos\phi}{2b^2}\Big\{(bz-a\cos\phi)$$

$$\Big(\frac{1}{(p-1)a^2\sin^2\phi\,.\,X^{p-1}}+\frac{2p-3}{2(p-1)(p-2)(a\sin\phi).^4X^{p-2}}$$

$$+\frac{(2p-3)(2p-5)}{2^2(p-1)(p-2)(p-3)(a\sin\phi)^6.\,X^{p-3}}$$

$$+\frac{(2p-3)\ldots(2p-7)}{2^3(p-1)\ldots(p-4)(a\sin\phi)^8.\,X^{p-4}}+\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{(2p-3)(2p-5)\ldots3.1}{2^{p-2}(p-1)(p-2)\ldots2.1.(a\sin\phi)^{4.(p-1)}.X}\Big)$$

$$+\frac{(2p-3)(2p-5)\ldots.3.1}{2^{p-1}(p-1)(p-2)\ldots2.1.(a\sin\phi)^{2p-1}}\ \text{Arc. tan.}$$

$$\frac{bz\sin\phi}{a-bz\cos\phi}\Big\}\ldots..\ (1)$$ il cui numero di termini è $=p+1$

Se ſi ſuppone in queſta formola $p=2,3,4$, ecc. ſi troveranno per mezzo delle riduzioni neceſſarie i ſteſſi integrali che ſi deducono immediatamente dalla mentovata formola (7) della precedente Memoria, come ivi l'ho dimoſtrato in alcuni eſempj.

II. La formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$ è più generale della precedente quantunque quella a queſta poſſa eſſere paragonata; in fatti a parlar propriamente la prima non rappreſenta la ſeconda che nel caſo di $4ac>b^2$, cioè quando i fattori della formola del 2.° grado $a + bx + cx^2$ ſono imaginarj; i Geometri eſſendo allora convenuti di eſprimere il prodotto di tali fattori con una formola qualunque ſimile a queſta $aa - 2abz \cos\phi + bbzz$; pure volendo dedurre dalla formola (1) l' integrale di $\frac{(A + Bx)\,dx}{(a + bx + cx^2)^p}$, ſe ne confronterebbono i differenziali, e ſi avrebbe $z = x$, $a = \sqrt{a}$, $b = \sqrt{c}$

$$\cos\phi = -\frac{b}{2\sqrt{ac}},\ \sin\phi = \frac{\sqrt{(4ac - b^2)}}{2\sqrt{ac}},\ bz - a\cos\phi = \frac{2cx + b}{2\sqrt{c}}$$

$$\frac{Ab + aB\cos\phi}{b2} = \frac{2Ac - Bb}{2c^{\frac{1}{2}}}\ ;\ \frac{bz - a\cos\phi}{a\sin\phi} = \frac{2cx + b}{\sqrt{(4ac - b^2)}}$$

Ma invece di Arc. tan. $\frac{bz - a\cos\phi}{a\sin\phi}$ più Arc. tan. $\frac{\cos\phi}{\sin\phi}$ $=$ Arc. tan. $\frac{bz\sin\phi}{a - bz\cos\phi}$, come ha fatto *Eulero*, noi conſerveremo l'Arc. tan. $\frac{bz - a\cos\phi}{a\sin\phi}$ che dà la ſemplice integrazione, e ciò per ritenere l' analogia che paſſa fra queſto fattore dell' ultimo termine ed i fattori degli ultimi termini delle formole che daremo in appreſſo; onde $\frac{bz - a\cos\phi}{a\sin\phi}$ $= \frac{2cx + b}{\sqrt{(4ac - b^2)}}$. Ora tanto la formola (1) quanto la formola (7) della precedente Memoria non rinchiudono altro radicale, capace a divenire imaginario, che $a\sin\phi = \frac{\sqrt{(4ac - b^2)}}{2\sqrt{c}}$; ma $a\sin\phi$ vi aſcende da per tutto, eccetto che all' ultimo termine, ad una dimenſione pari, dunque le accennate formole non contengono alcuna quantità impoſſibile, ſempre aſtraendo dall' ultimo termine, qualunque ſia la natura de' fattori del trinomio $a + bx + cx^2$.

La quantità $a\sin\phi = \frac{\sqrt{(4ac - b^2)}}{2\sqrt{c}}$ è reale, quando $4ac > b^2$, cioè quando gli anzidetti fattori ſono imaginarj; dunque l' ultimo termine è ancor egli reale, qualunque ſia la dimenſione che vi occupi la quantità $a\sin\phi$; dunque il caſo, in cui i fattori di $a+bx+cx^2$ ſono imaginarj, è ſciolto da ciaſcheduna delle formole (1) e (7).

Se tali fattori ſono reali ed ineguali fra di loro, cioè ſe $bb>4ac$, l' ultimo termine di ciaſcheduna delle mentovate formole comprende degli imaginarj; dunque neſſuna di eſſe ſcioglie queſt' ultimo caſo, come il richiede appunto la preciſione del problema.

In queſt' ipoteſi l' ultimo termine è, non tenendo conto de' fattori numerici, $\frac{1}{(a \sin \phi)^{2p-1}}$ Arc. tan. $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$ $= \frac{1}{(a\sin\phi)^{2(p-1)}a\sin\phi}$ Arc. tan. $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$, in modo che non v' ha che il fattore $\frac{1}{a\sin\phi}$ Arc. tan. $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$ il quale poſſa contenere degli imaginarj; ma allora invece di prendere l' integrale di $\frac{dz}{aa-2abz\cos\phi+b^2z^2}$ $= \frac{dx}{a+bx+cx^2}$ per mezzo di una funzione circolare, il ſi prenda per mezzo di una funzione logaritmica.

III. Si avrà in queſta maniera $\int\frac{dx}{a+bx+cx^2}$

$$= \frac{1}{\sqrt{(b^2-4ac)}} \log. \frac{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}} = \frac{2}{\sqrt{(4ac-b^2)}} \text{Arc. tan.} \frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}.$$

Dunque nel caſo de' fattori reali ed ineguali della formola $a+bx+cx^2$. cioè quando $b^2>4ac$ per la quantità circolare che contiene degli imaginarj, ſi prenda la quantità reale logaritmica che le corriſponde; e reciprocamente quando il trinomio $a+bx+cz^2$ ha i ſuoi fattori imaginarj, cioè quando $4ac>b^2$, in luogo della quantità logaritmica che rinchiude degli imaginarj, ſi riterrà la nota quantità circolare reale; oſſervazione importante e fondamentale per l' analiſi ch' eſporremo nel corſo di queſta Memoria.

IV. Ma per procedere con ordine e affine di ottenere i più ſemplici riſultati poſſibili, cercherò brevemente in due diverſe maniere l' integrale della formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, la quale mi condurrà naturalmente agli integrali di quelle che formano l' oggetto della preſente Memoria.

Prima maniera. Sia la formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{a+bx+cx^2)^p}$; ſupponga viſi $x=y-\frac{b}{2c}$, inoltre $A-\frac{Bb}{2c}=C$, e $\frac{a}{c}-\frac{b^2}{4c^2}=D$, ſi avrà $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}=-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}$ $+\frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}\ldots\ldots(2)$ trattone il caſo di $p=1$.

V. Se $p=1$; ſi ha $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}=\frac{B}{2c}\log.(a+bx+cx^2)+\frac{2Ac-Bb}{c\sqrt{(4ac-b^2)}}\,\text{Arc. ran.}\,\frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$ $+\text{Coſt.}\ldots\ldots(3)$

Qualunque ſia la natura de i fattori del trinomio $a+bx+cx^2$, eſſi non ci preſentano più alcuna difficoltà in forza dell' oſſervazione del n.° 3. Ma qui ſul principio giova prevenire una volta per ſempre che non faremo mai menzione del caſo in cui i fattori de i denominatori in quiſtione ſono eguali fra di loro, comechè allora l' integrazione ne ſia facile e conoſciuta.

VI. Ritorno al caſo generale, e pongo $\frac{1}{y^2+D}=\frac{a1}{y+\sqrt{(-D)}}+\frac{a2}{y-\sqrt{(-D)}}$; ſi trova $a1=-\frac{1}{2\sqrt{(-D)}}$; $a2=\frac{1}{2\sqrt{(-D)}}$; ſia $y+\sqrt{(-D)}=z$; dunque $y=z-\sqrt{(-D)}$, e $y-\sqrt{(-D)}=z-2\sqrt{(-D)}$; ſe ſi ſuppone $b1=2\sqrt{(-D)}$, ſi avrà $y-\sqrt{(-D)}=z-b1$; ed in conſeguenza $\frac{1}{(y^2+D)^p}$

$$=\left(\frac{a1}{z}+\frac{a2}{z-b1}\right)^p=\frac{a1^p}{z^p}+\frac{p}{1}\cdot\frac{a1^{p-1}}{zp^{p-1}}\cdot\frac{a2}{z-b1}+\ldots\ldots$$
$$+\frac{p(p-1)\ldots(d-m+2)}{1\cdot2\ldots\ldots m-1}\cdot\frac{a1^{p-m+1}}{z^{p-m+1}}\cdot\frac{a2^{m-1}}{(z-b1)^{m-1}}+\ldots$$

$+\dfrac{a2^p}{(z-b1)^p}$, ſignificando m il rango di ciaſchedun termine.

Dunque $\displaystyle\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}=a1^p\int\frac{dz}{z^p}+a2^p\int\frac{dz}{(z-b1)^p}$
$\displaystyle+a1^{p-m+1}.a2^{m-1}.\frac{p(p-1)\ldots(pm+2)}{1.2\ldots.m-1}\int\frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$
$\displaystyle=\text{Coſt.}+\frac{a1^p}{(1-p)z^{p-1}}+\frac{a2^p}{(1-p)(z-b1)^{p-1}}+a1^{p-m+1}.$
$\displaystyle a2^{m-1}.\frac{p(p-1)\ldots(p-m+2)}{1.2\ldots m-1}\int\frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-2}}\ldots.\ (4)$

Prendendo $p-1$ volte queſt' ultimo termine ovvero queſt' ultimo integrale, foſtituendo a ciaſcheduna volta a m queſti valori ſucceſſivi $2, 3, 4\ldots p$.

VII. Ora per integrare la frazione $\dfrac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$ farò uſo della formola (3) del Sig Cav. *Lorgna* da me pure dimoſtrata nella precedente Memoria, e che per maggiore facilità traſcrivo qui come ſegue $\displaystyle\int\frac{x^m dx}{(b+cx^n)^p}$

$$=-\frac{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)\ldots.(m-n+1)}{1.2.3.\ldots.(p-1)(cn)^{p-1}}$$
$$\left(\frac{x^{m-n(p-1)+1}}{(m-n(p-1)+1)(b+cx^n)}\right.$$
$$+\frac{1.cnx^{m-n(p-2)+1}}{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)(b+cx^n)^2}$$
$$+\frac{1.2.c^2n^2x^{m-n(p-3)+1}}{(m-n(p-1)+1)\ldots(m-n(p-3)+1)(b+cx^n)^3}+\ldots\ldots$$
$$+\frac{1.2.3\ldots(p-2)(cn)^{p-2}x^{m-n+1}}{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)\ldots(m-n+1)(b+cx^n)^{p-1}}$$
$$\left.-\int\frac{x^{m-n(p-1)}dx}{b+cx^n}\right).$$

La legge che vi regna è evidente; il numero de' termini $=p$, de' quali $p-1$ ſono algebraici, e liberi dal ſegno d' integrazione.

VIII. Ciò poſto abbiamo paragonando $x=z$; $n=1$; $p=m-1$; $m=m-p-1$; $c=1$; $b=-b1$, dunque fatte le ſoſtituzioni neceſſarie ſi ha, chiamando S la ſerie de' $m-2$ termini algebraici, $\int\frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$

$$=\frac{(2-p)(3-p)(4-p)\ldots(m-p-1)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots m-2}\left(\int\frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}}\right.$$

$\left.-S\right)\ldots.(5)$. E $S=\frac{1}{(2-p)(z-b1)z^{p-2}}$

$$+\frac{1}{(2-p)(3-p)(z-b1)^2z^{p-3}}+\frac{1}{(2-p)\ldots(4-p)(z-b1)^3z^{p-4}}$$

$$+\ldots\ldots+\frac{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots\ldots m-3}{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)(z-1b)^{m-2}z^{p-m+1}}$$

Sia $\frac{1}{(z-b1)z^{p-1}}=\frac{A}{z^{p-1}}+\frac{B}{z^{p-2}}+\frac{C}{z^{p-3}}+\ldots+\frac{T}{z}+\frac{U}{z-b1}$ Riducendo allo ſteſſo denominatore, e confrontando i termini omogenei ſi ha $A=-\frac{1}{b1}$; $B=-\frac{1}{b1^2}$; $C=-\frac{1}{b1^3}$; $D=-\frac{1}{b1^4}$,:::::::: $T=-\frac{1}{b1^{p-1}}$; $U=\frac{1}{b1^{p-1}}$. Dunque ponendo queſti valori nella ſerie precedente e moltiplicandola per dz, ſe ne avrà l'integrale $\int\frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}}=\frac{1}{(p-2)b1\,z^{p-2}}$

$$+\frac{1}{(p-3)b1^2z^{p-4}}+\frac{1}{(p-4)b1^3z^{p-4}}+\ldots\ldots+\frac{1}{b1^{p-1}}$$

log. $\frac{z-b1}{z}$ il cui numero di termini $=p-1$, de' quali $p-2$ ſono algebraici.

Chiamo per abbreviare $S1$ la ſerie precedente, e moltiplico l'equazione (4) per $\frac{C}{c^p}$, ho $\frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}=$ Coſt.

$$+\frac{a1^pC}{c^p(1-p)z^{p-1}}+\frac{a2^pC}{c^p(1-p)(z-b1)^{p-1}}$$

$$+\frac{a1^{p-m+1}.a2^{m-1}.C}{c^p}\cdot\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-m+2)}{1.\ 2\ldots.m-1}\cdot$$

$$\frac{(2-p)(3-p)(4-p)\ldots(m-p-1)}{1.2.3\ldots.m-2}(S1-S)\ldots.(6)$$

Prendendo nel modo qui ſopra indicato $p-1$ volte queſt' ultimo termine.

Pongaſi a cagion di brevità $g = \sqrt{(b^2 - 4ac)}$, ſi troveranno i valori di c, D, $a1$, $a2$, e $b1$, come ſegue

$$C = \frac{2Ac - Bb}{2c},\ D = -\frac{g^2}{4c^2};\ \sqrt{(-D)} = \frac{g}{2c};\ a1 = -\frac{c}{g};\ a2 = \frac{c}{g};\ b1 = \frac{g}{c};\ z = \frac{b + 2cx + g}{2c};\ z - b1 = \frac{b + 2cx - g}{2c};$$

Dunque $\dfrac{a1^p C}{c^p(1-p)z^{p-1}} = \dfrac{(-1)^p (2c)^{p-2}(2Ac - Bb)}{(1-p)g^p(b+g+2cx)^{p-1}}$;

$$\frac{a2^p C}{c^p(1-p)(z-b1)^{p-1}} = \frac{(2c)^{p-2}(2Ac - Bb)}{(1-p)g^p(b-g+2cx)^{p-1}};$$

$$\frac{a1^{p-m+1}.\,a2^{m-1}.\,C}{c^p} = \frac{(-1)^{p-m+1}(2Ac - Bb)}{2cg^p};\ S = (2c)^{p-2}$$

$$\left(\frac{1}{(2-p)(b-g+2cx)(b+g+2cx)^{p-2}}\right.$$

$$+\frac{1}{(2-p)(3-p)(b-g+2cx)^2(b+g+2cx)^{p-3}}$$

$$+\frac{1.2}{(2-p)\ldots(4-p)(b-g+2cx)^3(b+g+2cx)^{p-4}}+\ldots$$

$$\left.+\frac{1.2.3\ldots m-3}{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)(b-g+2cx)^{m-2}(b+g+2cx)^{p-m+1}}\right)$$

... (7); il numero de' termini $= m-2$; in guiſa che ſi avrà $S = 0$, quando $m = 2$.

$$\text{E}\ \ S1 = c^{p-1}\left(\frac{2^{p-2}}{g(p-2)(b+2cx+g)^{p-2}}\right.$$

$$+\frac{2^{p-3}}{g^2(p-3)(b+2cx+g)^{p-3}}+\frac{2^{p-4}}{g^3(p-4)(b+2cx+g)^{p-4}}+\ldots$$

$+\dfrac{1}{g^{p-1}}\log.\dfrac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\Big)$ .... (8), il cui numero di termini è $= p-1$. Dunque l' integrale (2) diverrà

$$\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p} = -\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}$$

$$-\frac{(-1)^p(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{g^p(p-1)(b+2cx+g)^{p-1}}-\frac{(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{g^p(p-1)(b+2cx-g)^{p-1}}$$

$$+(-1)$$

$$+\frac{(-1)^{p-m+1}(2Ac-Bb)}{2cg^p}\cdot\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-m+2)}{1.2.3\ldots.m-1}\cdot$$
$$\frac{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)}{1.2\ldots m-2}(S1-S)+\text{Coſt.}\ldots(9)$$ Prendendo ſempre $p-1$ volte queſt' ultimo termine nel modo già indicato.

IX. Riducendo allo ſteſſo denominatore il 2.° e 3.° termine dell' integrale precedente, e facendo attenzione che $(b+2cx+g)(b+2cx-g)=4c(a+bx+cx^2)$, ſi avrà la ſomma di queſti due termini $=\frac{2Ac-Bb}{c(1-p)(2g)^p}\cdot$

$$\frac{(-1)^p(b+2cx+g)^{p-1}+(b+2cx+g)^{p-1}}{(a+bx+cx^2)^{p-1}}$$

Sia per abbreviare $b+2cx=u$, ed il numeratore $(-1)^p(b+2cx-g)^{p-1}+(b+2cx+g)^{p-1}=S2=(-1)^p(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}$; p ſarà o un numero pari, o un numero diſpari; s'egli è pari ſi avrà $(-1)^p=1$; dunque $S2=(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}$; ma $(u-g)^{p-1}=u^{p-1}-Au^{p-2}g+Bu^{p-3}g^2-\ldots.-g^{p-1}$ E $(u+g)^{p-1}=u^{p--1}+Au^{p-2}g+Bu^{p-3}g^2+\ldots\ldots.+g^{p-1}$ A, B, C, ecc. eſſendo i coefficienti numerici del 2.°, 3.°, 4.°, ecc. termine del binomio di *Nevvton*; dunque ſommando queſte ſerie, poi dividendole per 2, come ancora il denominatore del fattore $\frac{2Ac-Bb}{2^p g^p(1-p)}$ che quindi diviene $\frac{2Ac-Bb}{2^{p-1}g^p(1-p)}$, ſi avrà, dopo aver meſſo per u il ſuo valore $b+2cx$, $S2=(b+2cx)^{p-1}+B(b+2cx^{p-3}g^2+D(b+2cx)^{p-5}g^4+F(b+2cx)^{p-7}g^6+\ldots..+A(b+2cx)g^{p-2},\ldots..(10)$ il cui numero di termini $=\frac{p}{2}$.

Se p è un numero diſpari, allora $(-1)^p=-1$, e ſi avrà $S2=-(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}=-u^{p-1}+Au^{p-2}g-Bu^{p-3}g^2+\ldots.-g^{p-1}$
$+u^{p-1}+Au^{p-2}g+Bu^{p-n}g^3+\ldots.+g^{p-1}$
Dunque riducendo, dividendo per 2, e mettendo per u il ſuo valore ſi ha $S2=A(b+2cx)^{p-2}g+C(b+2cx)^{p-4}g^3+E$

$(b+2cx)^{p-6}g^5+\dots+A(b+2cx)g^{p-2}\dots(11)$ il cui numero di termini è $=\frac{p-1}{2}$

E $A=\frac{p-1}{1}$; $B=\frac{(p-1)(p-2)}{1.2}$; $C=\frac{(p-1)(p-2)(p-3)}{1.2.3}$; $D=\frac{(p-1)\dots(p-4)}{1.2.3.4}$; ecc. Onde l' integrale (9) diviene dopo le riduzioni neceſſarie $\int\frac{(A+Bx)dx}{(a+bx+cx^2)^p}=$ Coſt.

$$-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}+\frac{2Ac-Bb}{2cg^p}$$

$$\left(\frac{S2}{2^{p-2}(1-p)(a+bx+cx^2)^{p-1}}+(-1)^{p-m+1}.\frac{p(p-1)(p-2)\dots p(-m+2}{1.2.3\dots m-1}.\right.$$

$$\left.\frac{(2-p)(3-p)\dots(m-p-1)}{1.2\dots m-2}(S1-S)\right)\dots(12)$$

In luogo di $S2$ ſi porrà il ſuo valore (10) ovvero (11) ſecondo che p ſarà pari o diſpari; e ſi prenderà l'ultimo termine dell'integrale precedente tante volte quante unità $p-1$ contiene, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m tutti i numeri naturali intieri dopo $m=2$ inſino a $m=p$.

Abbiamo di già oſſervato che nel caſo di $m=2$, ſi ha $S=0$; allora per il fattore $\frac{(2-p)(3-p)\dots(m-p-1)}{1.2\dots m-2}$ ſi metterà l'unità; perchè queſto fattore ſvaniſce in tal caſo, la formola (3) della prec. Mem. non dando alcuna riduzione per la formola $\int\frac{z^{m-1-p}dz}{(z-b1)^{m-1}}=\int\frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}}$.

Il numero de' termini che compongono la ſerie S è $=m-2$; dunque quando $m=2, 3, 4,\dots p$, ſi avrà queſta ſerie di termini $0, 1, 2, 3,\dots p-2$, la cui ſomma $=\frac{(p-1)(p-2)}{2}$; aggiungendo a queſto numero il numero de i termini della ſerie $S1$ preſo $p-1$ volte, ſi avrà il numero totale de i termini del 3.° ovvero dell' ultimo termine dell'integrale (12), $=\frac{(p-1)(p-2)}{2}+(p-1)^2$ $=\frac{(p-1)(3p-4)}{2}$

Qualunque ſiano i fattori del trinomio $a+bx+cx^2$ la formola (12) dà per mezzo dell' oſſervazione del n.° 3 l' integrale cercato, libero da qualunque forma imaginaria.

X Applichiamo la formola (12) ad alcuni eſempj, che poſſono eſſere d' un uſo frequente nell' analiſi.

Sia dunque primieramente $p=2$; la formola (12) dà dopo le riduzioni neceſſarie $\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^2} = \text{Coſt.}$

$$-\frac{B}{2c(a+bx+cx^2)}-\frac{2Ac-Bb}{b^2-4ac}\left(\frac{b+2cx}{2c(a+bx+cx^2)}+\frac{1}{\sqrt{(b^2-4ac)}}\ \text{log.}\ \frac{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}}\right) \ldots\ldots (13)$$

Sia in 2.° luogo $p=3$; ſi avrà, rappreſentando per $S1^3$ l' eſpreſſione (7) di S, quando vi ſi ſuppone $m=3$

$$\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+ex^2)^3} = \text{Coſt.} - \frac{B}{4c(a+bx+cx^2)^2}-\frac{2Ac-Bb}{2cg^3}\left(-\frac{g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}+bS1-3S'^3\right).$$

Ma il valore (8) di $S1$ diviene $S1=\frac{2c^2}{g(b+2cx+g)}+\frac{c^2}{g^2}\ \text{log.}\ \frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}$; e quello di S'^3, $S'^3=\frac{-4c^2}{(b+2cx-g)(b+2cx+g)}$. Dunque ſoſtituendo, e riducendo, ſi ha $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx)^3}=\text{Coſt.}$

$$-\frac{B}{4c(a+bx-cx^2)^2}+\frac{2Ac-Bb}{2cg^3}\left(\frac{-g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}+\frac{3c(b+2cx)}{g(a+bx+cx^2)}+\frac{bc^2}{g^2}\ \text{log.}\ \frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right) \ldots\ldots (14)$$

Se ſi riducono allo ſteſſo denominatore le frazioni $\frac{-g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}$, $\frac{3c(b+2cx)}{g(a+bx+cx^2)}$ ſi avrà la loro ſomma

$$=\frac{10abc-b^3+4c(b^2+5ac)x+18c^2bx^2+12c^3x^3}{2g(a+bx+cx^2)^2}$$

Sia in 3.° luogo $p=4$, e S'^3, S'^4 i valori di S quando ſi fa ſucceſſivamente nella ſerie (7) $m=3$, $m=4$; ſi avrà

$$\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^4} = \text{Coſt.} - \frac{B}{bc(a+bx+cx^2)^3} + \frac{2Ac-Bb}{2cg^4}$$
$$\left(-\frac{(b+2cx)^3+3(b+2cx)g^2}{12(a+bx+cx^2)^3} - 20S1 + 12S'^{2} + 4S'^{4}\right)$$

Ma $S'^{3} = \dfrac{-4c^3}{(b+2cx-g)(b+2cx+g)^2}$

$$S'^{4} = \frac{-4c^3}{(b-g+2cx)(b+2cx+g)^2} + \frac{4c^3}{(b-g+2cx)^2(b+g+2cx)},$$

E $S1 = \dfrac{2c^3}{g(b+2cx+g)^2} + \dfrac{2c^3}{g^2(b+2cx+g)} + \dfrac{c^3}{g^3}\log.\dfrac{b+2cx-g}{b+2cx+g}$

Dunque ſoſtituendo e riducendo allo ſteſſo denominatore tutte le frazioni Algebraiche ch' entrano in S'^{3}, S'^{4}, $S1$, ſi avrà dopo aver fatto per abbreviare $\alpha - b(9ac-b^2)$; $\beta = 3c(b^2+bac)$, $\displaystyle\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^4} = \text{Coſt.} - \frac{B}{bc(a+bx+cx^2)^3}$

$$-\frac{2Ac-Bb}{g^4}\left(\frac{b+2cx}{24c}\cdot\frac{3g^2+(b+2cx)^2}{(a+bx+cx^2)^3}\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha+\beta x+15bc^2x^2+10c^3x^3}{g^2(a+bx+cx^2)^2} + \frac{10c^2}{g^3}\log.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)\ldots$$

(15) ecc.

XI. *Seconda Maniera*. Queſto ſecondo metodo ci ſervirà di baſe, per la ſua grande ſemplicità, alle integrazioni che daremo nel corſo di queſta Memoria.

Ripiglio l'equazione (2) ch' è $\displaystyle\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p} =$
$\displaystyle -\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}} + \frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}$. Si ha
$\dfrac{1}{(y^2+D)} = \dfrac{1}{(y+\sqrt{(-D)})(y-\sqrt{(-D)})}$; ſuppongo
$\dfrac{1}{(y+\sqrt{(-D)})(y-\sqrt{(-D)})} = \dfrac{u}{y+\sqrt{(-D)}}$; dunque
$u = \dfrac{1}{y-\sqrt{(-D)}}$; e $y = \dfrac{1+u\sqrt{(-D)}}{u}$, e $y+\sqrt{(-D)}$
$= \dfrac{1+b1u}{u}$, ponendo come ſopra $2\sqrt{(-D)} = b1$; dunque

$dy = -\frac{du}{u^2}$; e $\frac{1}{(y^2 + D)^p} = \frac{u^{2p}}{(1 + b1u)^p}$; onde $\frac{dy}{(y^2 + D)^p} = -\frac{u^{2(p-1)}du}{(1 + b1u)^p}$. Sia $1 + b1u = z$; ſi avrà $u = \frac{z-1}{b1}$; $du = \frac{dz}{b1}$; e $u^{2(p-1)} = \frac{(z-1)^{2(p-1)}}{b1^{2(p-1)}}$, dunque $-\frac{u^{2(p-1)}du}{(1 + b1u)^p} = -\frac{1}{b1^{2p-1}} \cdot \frac{(z-1)^{2(p-1)}dz}{z^p}$. Ma $(z-1)^{2(p-1)} = 1 + z^{2(p-1)}$

$$\pm \frac{(2p-2)(2p-3)(2p-4)\ldots(2p-n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots n} z^{2p-n-2} \quad n+1$$

eſprime il rango di ciaſchedun termine; ſi prenderà il 3.° termine, che rappreſento per T, del 2.° membro dell'equazione precedente tante volte quante unità contiene il numero $2p - 3$, ſoſtituendo ſucceſſivamente a n queſti valori $1, 2, 3, 4, \ldots 2p - 3$, e ſi conſerverà il ſegno $+$ ovvero il ſegno $-$; ſecondo che n ſarà un numero pari ovvero un numero diſpari; dunque $(z-1)^{2(p-1)} \frac{dz}{z^p} = \frac{dz}{z^p} + z^{p-2}dz \pm Tz^{p-n-1}$; ed in conſeguenza $-\frac{1}{b1^{2p-1}} \int (z-1)^{2(p-1)} \frac{dz}{z^p} = \frac{1}{(p-1)b1^{2p-1}} \left(\frac{1}{z^{p-1}} - z^{p-1}\right) \mp \frac{Tz^{p-n-1}}{(p-n-1)b1^{2p-1}}$ Si prenderà nella maniera indicata l'ultimo termine di queſto integrale in $-$ ovvero $+$ ſecondo che n ſarà pari o diſpari.

Ora $z = 1 + b1u = 1 + \frac{b1}{y - \sqrt{(-D)}}$; dunque $\int \frac{dy}{(y^2 + D)^p}$

$$= -\int \frac{u^{2(p-1)}du}{(1 + b1u)^p} = -\frac{1}{b1^{2p-1}} \int (z-1)^{2(p-1)} \frac{dz}{z^p}$$

$$= \frac{1}{(p-1)b1^{2p-1}} \left(\frac{1}{z^{p-1}} - z^{p-1}\right) \mp \frac{Tz^{p-n-1}}{(p-n-1)b1^{2p-1}} = \frac{1}{b1^{2p-1}}$$

$$\left(\frac{\left(y - \sqrt{(-D)}\right)^{2(p-1)} - \left(y + \sqrt{(-D)}\right)^{2(p-1)}}{(p-1)(y^2 + D)^{p-2}} \mp \frac{T}{p-n-1} \left(\frac{y + \sqrt{(-D)}}{y - \sqrt{(-D)}}\right)^{p-n-1}\right)$$

; ſempre prendendo il termine ov'entra il fattore T nel modo accennato.

Sia a cagion di brevità $p-1=s$; e $\sqrt{(-D)}=P$; ſi ha $(y-P)^{2s}=y^{2s}-Ay^{2s-1}P+By^{2s-2}P^2-\ldots\ldots+P^{2s}$ ed $(y+P)^{2s}=y^{2s}+Ay^{2s-2}P+By^{2s-2}P^2+\ldots\ldots+P^{2s}$; dunque $(y-P)^{2s}-(y+P)^{2s}=-2y\sqrt{(-D)}\big(Ay^{2s-2}-(y^{2s-4}D+Ey^{2s-6}D^2-Gy^{2s-8}D^3+\ldots+A(-D)^{s-1}\big)$. Ma $\sqrt{(-D)}=\frac{g}{2c}$, (n.° 7); dunque ſoſtituendo a y il ſuo valore $\frac{2cx+b}{2c}$; e facendo per abbreviare $2cx+b=u$, e $(y-P)^{2s}-(y+P)^{2s}=S3$, ſi avrà dopo le riduzioni neceſſarie $S3=-\frac{gu}{2^{2p-3}c^{2(p-1)}}$

$$\left(Au^{2p-4}+Cu^{2p-6}g^2+Eu^{2p-8}g^4+Gu^{2p-10}g^6+\ldots\ldots+Ag^{2(p-2)}\right)\ldots(16)$$

Il numero de i termini di queſta ſerie è $=p-1$. A, B, C, ecc. ſono, come ſi vede, i coefficienti del binomio di *Nevvton*, cioè $A=\frac{2(p-1)}{1}$, $B=\frac{(2p-2)(2p-3)}{1.2}$, $C=\frac{(2p-2)(2p-3)(2p-4)}{1.\ 2.\ 3}$ ecc. Dunque $\frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}=\frac{2Ac-Bb}{2(b^2-4ac^{\frac{2p-1}{2}}}$

$$\left(\frac{c^{2p-3}S3}{(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}\pm\frac{Tc^{p-2}}{p-n-1}\left(\frac{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}\right)^{p-n-1}\right)$$

Onde facendo per abbreviare $a+bx+cx^2=X$, ſi ottiene $\int\frac{(A+Bx)dx}{X^p}$

$$=-\frac{B}{2c(p-1)X^{p-2}}+\frac{2Ac-Bb}{2g^{2p-1}}\left(\frac{c^{2p-3}S3}{(p-1)X^{p-1}}\mp\frac{c^{p-2}}{p-n-1}.\frac{(2p-2)(2p-3)2p-4)\ldots(2p-n-1)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots n}\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^{p-n-1}\right)\ldots(17)$$

Si prenderà il 3.° cioè l' ultimo termine di queſto integrale $2p-3$ volte ſoſtituendo ſucceſſivamente a n queſti valori 1, 2, 3, ... $2p-3$, e ſi conſerverà a ciaſcheduna di tali ſoſtituzioni $-$ ovvero $+$, ſecondo che n ſarà pari o diſpari.

Ogni qual volta ſi avrà $p-n-1=0$, ſi porrà nell' integrale precedente invece del fattore $\frac{1}{p-n-1}\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^{p-n-1}$, la quantità log. $\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}$; poichè queſto fattore era rappreſentato da queſto $\frac{1}{p-n-1} z^{p-n-1} = \int z^{p-n-2} dz$; ma quando $p-n-1=0$, allora $\int z^{p-n-2} dz = \log. z$; dunque ecc.

XII. La formola precedente (17) ci ſembra degna di attenzione; eſſa è il più ſemplice riſultato che abbiamo potuto trovare per l' integrale in quiſtione; crediamo dunque di non far diſpiacere al lettore, ſe l' illuſtriamo brevemente con quei medeſimi eſempj che abbiam di ſopra ſpiegati.

Sia dunque $p=2$, ſi avrà per il valore (16) di $S3 = -\frac{g(2cx+b)}{c^2}$; dunque $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^2} = -\frac{B}{2cX} + \frac{2Ac-Bb}{2g^3} \left(\frac{-g(2cx+b)}{cX} + 2 \log. \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} \right)$ ch' è identicamente lo ſteſſo che quello ſegnato (13)

Se $p=3$; ſi ha $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^3} = -\frac{B}{4cX^2} + \frac{2Ac-Bb}{2g^5} \left(\frac{c^3}{2X^2} \cdot \frac{-g(2cx+b)}{2^2c^4} \left(4(b+2cx)^2+4g^2\right) + \frac{4c}{1} \cdot \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} - \frac{4.3.c}{1.2} \log. \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} - \frac{4.3.2.c}{1.2.3} \cdot \frac{b+2cx-g}{b+2cx+g} \right) = \frac{2Ac-Bb}{2g^5} \left(\frac{-g(b+2cx)\left(g^2+(b+2cx)^2\right)}{4cX^2} + \frac{16g(b+2cx)}{4X} - 6c \log. \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} \right) - \frac{B}{4cX^2}$. Ma $-g(b+2cx)\left(g^2+(2cx+b)^2\right) + 16cgX(b+2cx) = 2g(b+2cx)(-g^2+6cX)$; dunque l' integrale precedente diviene $\int \frac{(A+Bx)dx}{X3} = -\frac{B}{4cx^2} + \frac{2Ac-Bb}{2g^5} \left(\frac{-g^3(b+2cx)}{2cX^2} + \frac{3g(b+2cx)}{X} - 6c \log. \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} \right)$ Integrale identico con quello ſegnato (14)

Sia $p=4$; ſi avrà $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^4} = -\frac{B}{6cX^3} + \frac{2Ac+Bb}{2g^7} \left(\frac{c^5}{2X^3} \cdot \frac{-g(b+2cx)}{2^5c^6} \left(6(2cx+b)^4+20g^2(b+2cx)^2+6g^4\right) + \frac{c^2}{2} \cdot \frac{6}{1} \left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} \right)^2 - \frac{c^2}{1} \cdot \frac{6.5}{1.2} \cdot \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} + \frac{c^2}{1} \cdot\right.$

$$\frac{6.5.4}{1.2.3}\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}+\frac{c^2}{1}.\frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}-\frac{c^2}{2}.$$
$$\left.\frac{6.5\ldots2}{1.2\ldots5}\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\right)=-\frac{B}{6cX^3}+\frac{2Ac-Bb}{2g^7}$$
$$\left(\frac{-g(b+2cx)\left(3g^4+10g^2(b+2cx)^2+3(b+2cx)^4\right)}{3.16cX^3}+3c^2\right.$$
$$\left(\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\right)+15c^2\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right.$$
$$\left.\left.-\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)+20c^2\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)$$

Si tratta di dimoſtrare che queſto integrale è identicamente lo ſteſſo che quello ſegnato (15); a queſto oggetto pongo mente che $\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2$ $=\frac{(b+2cx+g)^4-(b+2cx-g)^4}{\left((b+2cx-g)(b+2cx+g)\right)^2}$.

Sia per abbreviare $b+2cx=u$; ſi avrà $(u+g)^4-(u-g)^4$ $=8ug(u^2+g^2)=16ug(g^2+2cX)$; dunque $3c^2\left(\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\right)=\frac{3ug(g^2+2cX)}{X^2}$; e $15c^2\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}-\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)=\frac{15cgu}{X}$; dunque $\int\frac{(A+Bx)dx}{X^4}=-\frac{B}{6cX^3}$ $+\frac{2Ac+Bb}{g^4}\left(\frac{-u(g^4+4cg^2X+3c^2X^2)}{2.3.cg^2X^3}+\frac{3u(g^2+2cX)}{2g^2X^2}\right.$ $\left.-\frac{15cu}{2g^2X}+\frac{10c^2}{g^3}\log.\frac{u+g}{u-g}\right)$. Riducendo allo ſteſſo denominatore le tre prime frazioni del 2.° termine dell' integrale precedente ſi ha $\frac{-u(g^4+4g^2cX+3c^2X^2)+9cuX(g^22cX)-3.15c^2uX^2}{2.3.cg^2X^3}$ $=(1)$ per maggior brevità.

Ma le frazioni $\frac{-u(3g^2+u^2)}{24cX^3}-\frac{\alpha+\beta x+15bc^2x^2+10c^3x^3}{g^2X^2}$ dell' integrale (15) divengono $-\frac{u(3g^2+u^2)}{24cX^3}+\frac{u(g^2-5cX)}{g^2X^2}$

$=-g^2u$

$$= \frac{-g^2u(3g^2+u^3)+24cuX(g^2-5cX)}{24cX^3g^2}$$

$$= \frac{-g^2u(g^2+cX)+6cuX(g^2-5cX)}{bcg^2X^3} = (2)$$; fa dunque di meſtieri che l'equazione $(1)=(2)$ ſia identica, cioè

$$\frac{-u(g^4+4g^2cX+3c^2X^2)+9cuX(g^2+2cX)-45c^2uX^2}{6cg^2X^3}$$

$$= \frac{-g^2u(g^2+cX)+6cuX(g^2-5cX)}{6cg^2X^3}$$. Infatti ſviluppando i numeratori dopo averli diviſi per u, ſi ha

$$\left.\begin{array}{l} -g^4-4cg^2X-3c^2X^2 \\ +g^4+9cg^2X+18c^2X^2 \\ \quad\;\; +cg^2X-45c^2X^2 \\ \quad\;\; -6cg^2X+30c^2X^2 \end{array}\right\} = 0$$

Integrazione in ſerie finita della formola $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2)^p}$

XIII. Primieramente conſidero il caſo di $+q$; e ſuppongo come lo richiede la generalità del problema $q > 2p$; allora q non può eſſere che della forma $q = \alpha p + \beta$; eſſendo α e β de' numeri interi poſitivi qualunque, purchè ſi abbia $\beta < p$, e che non ſi ponga mai $\alpha < 2$. Il caſo di $q = 2p$ è compreſo nondimeno nella forma $q = \alpha p + \beta$ in cui α diverrebbe $= 2$, e $\beta = 0$; ſe $q < 2p$, allora il problema non ha alcuna difficoltà ed è egualmente ſciolto da quel che ſegue.

E' quiſtione preſentemente di ridurre la frazione $\frac{x^q}{X^p}$, X eſſendo ſempre per abbreviare $= a + bx + cx^2$, in guiſa che la più alta potenza di x nel numeratore ſia minore di due unità della più alta potenza di x nel denominatore; per ottenere queſt'intento comincio a ſviluppare la potenza X^p, ed ho $X = c\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}x + x^2\right)$. Sia per brevità $\frac{a}{c} = a'$, $\frac{b}{c} = b'$; e $a' + b'x = Z$; ſi avrà $X = c(Z + x^2)$; e $(x^2 + Z)^p = x^{2p}$

$+\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-n+1)}{1.2.3\ldots\ldots n}x^{2(p-n)}Z^n$; $n+1$ eſprime il rango di ciaſchedun termine; ſi prenderà l' ultimo termine del 2.° membro dell' equazione precedente p volte, ſostituendo ſucceſſivamente a n queſti valori $1, 2, 3, \ldots p$. Ma $Z^n = (a'+b'x)^n = a'^n + \frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} a'^{n-m}b'^m x^m$; $m+1$ eſprime il rango di ciaſchedun termine; ſi prenderà n volte l'ultimo termine ſoſtituendo ſucceſſivamente a m queſti valori $1, 2, 3, \ldots n$; dunque $(a'+b'x+x^2)^p = x^{2p}$

$$+\frac{p(p-1)\ldots(p-n+1)}{1.2\ldots\ldots n}a'^n x^{2(p-n)}+\frac{p(p-1)\ldots(p-n+1)}{1.2\ldots\ldots n}\left(\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}a'^{n-m}b'^m x^{2(p-n)+m}\right)\ldots\ldots(18)$$

Si prenderà p volte il 2.° e 3.° termine ſoſtituendo a n queſti valori ſucceſſivi $1, 2, 3, \ldots\ldots p$; e di più a ciaſcheduno valore particolare di n, ſi prenderà n volte il fattore dell' ultimo termine che giace entro i ſegni ( ), ſupponendo ſucceſſivamente $m = 1, 2, 3, 4 \ldots\ldots n$.

In queſta maniera ſi otterrà per via di ſemplici ſoſtituzioni lo ſviluppo d' una potenza intera qualunque d' un trinomio qualunque; forſe ci occuperemo in altro tempo d' una materia tanto importante preſa nella ſua generalità; queſto baſti dunque per ora, tanto più che i Geometri conoſcono altri metodi che conducono all' oggetto in quiſtione. Onde ſi avrà $(a'+b'x+x^2)^p - x^{2p} + a1x^{2p-1} + a2x^{2p-2} + a3x^{2p-3} + \ldots\ldots + a(2p-1)x + a(2p)$

XIV. Dividendo il numeratore per il denominatore della frazione $\frac{x^{\alpha p+\zeta}}{x^{2p}+a1x^{2p-1}+\ldots\ldots+a(2p)}$, eſtraggo la funzione intera di x che vi ſi trova; ho dunque $+x^{p(\alpha-2)+\zeta}$ per 1.° termine del quoto, ed $-a1x^{\alpha p+\zeta-1}-a2x^{\alpha p+\zeta-2}-\ldots\ldots-a(2p)x^{p(\alpha-2)+\zeta}$ per 1.° reſto; il 2.° termine del quoto è $-a1x^{p(\alpha-2)+\zeta-1}$; avendo fatto la moltiplicazione e la ſottrazione neceſſarie eſprimo per $c1, c2, c3, \ldots c(2p-1), c(2p)$ i coefficienti ſuceſſivi de i termini che formano il 2.° reſto; ho per 3.° termine del quoto $+c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2}$; ed eſprimo per $c(2p+1), c(2p+2), c(2p+3), \ldots\ldots c(4p-1), c(4p)$

i coefficienti preſi negativamente del 3.° reſto, dopo di che ho $-c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$ per 4.° termine del quoto; prendo il 4.° reſto, e ne eſprimo per $c(4p+1)$, $c(4p+2)$,...... $c(6p-1)$, $c(6p)$ i coefficienti ſucceſſivi, ciò che dà $+c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-4}$ per 5.° termine del quoto; e così diſcorrendo.

Oſſervo che il coefficiente dell' ultimo termine del 4.° reſto eſſendo $=c(6p)$, il coefficiente del 1.° termine del reſto ſeguente ſarà in virtù di queſta *notazione*, $=c(6p+1)$, in modo che avrò per il 6.° termine del quoto $-c(6p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-5}$; dunque a miſura che gli eſponenti di x vanno diminuendo dopo il 4.° termine $-c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$, ciaſcheduno d'un' unità, i coefficienti de' termini ſeguenti ſono eguali al coefficiente di queſto medeſimo 4.° termine aumentato nella ſua *notazione* del prodotto di $2p$ per il numero delle unità di cui le potenze di x, le quali ſi trovano in queſti termini, ſono diminuite ſucceſſivamente; quindi rappreſentando per $x^{p(\alpha-2)+\zeta-3-n}$ il termine generale del quoto numerato dal 5.° termine incluſivamente, il ſuo coefficiente ſarà ſecondo queſta *notazione* $c(1+2p+2pn)=c\big(1+2p(1+n)\big)$ facendo per un momento aſtrazione dal ſegno che lo deve precedere.

Ma ſi dee ſpingere queſta diviſione inſino al termine in cui l'eſponente di x ſia $=0$; dunque pongo $p(\alpha-2)+\zeta-3-n=0$; d'onde ſi trae $n=p(\alpha-2)+\zeta-3$; e poichè $n+4$ è il rango di ciaſchedun termine n eſſendo contato dal 5.° termine incluſivamente, il numero totale de' termini della funzione razionale, di cui ſi tratta, ſarà $n+4=p(\alpha-2)+\zeta+1$; ciò poſto, ecco il proſpetto di queſta ſerie $\frac{x^{\alpha p+\zeta}}{X^p}=\frac{1}{c^p}$

$$\Big(x^{p(\alpha-2)+\zeta}-a1x^{p(\alpha-2)+\zeta-1}+c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2}-c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$$

$$+c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-4}-c(6p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-5}+..........$$

$$\pm c\big(1+2p(1+n)\big)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3-n}\pm.....\pm c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)\Big)$$

$$\mp\frac{c\big(1+2p(n+2)x^{2p-1}+c(2+2p(n+2))x^{2p-2}+c(3+2p(n+2)x^{2p-3}+...+a(2p)c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-}{X^p}$$

in cui il numero de' termini è $=p(\alpha-2)+\zeta+2$. Si prenderà l' ultimo termine della funzione razionale di x

poſitivamente o negativamente ſecondo che $n+3$ ſarà un numero pari o un numero diſpari, e ciò ch'è lo ſteſſo, ſecondo che n ſarà diſpari o pari. Il ſegno della funzione frazionaria è contrario a quello dell'ultimo termine in quiſtione.

Si avranno i valori di $c1$, $c2$, $c3$, ... per mezzo delle ſeguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll}
a1^2-a2=c1 & a1.c1-c2=c(2p+1) \\
a1.a2-a3=c2 & c1.a2-c3=c(2p+2) \\
a1.a3-a4=c3 & c1.a3-c4=c(2p+3) \\
\vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots \\
a1.a(2p-3)-a(2p-2)=c(2p-3) & c1.a(2p-2)-c(2p-1)=c(2p-2) \\
a1.a(2p-2)-a(2p-1)=c(2p-2) & c1.a(2p-1)-c(2p)=c(4p-1) \\
a1.a(2p-1)-a(2p)=c(2p-1) & c1.a(2p)=c(4p) \\
a1.a(2p)=c(2p) &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
c(2p+1).a1-c(2p+2)=c(4p+1) & c(4p+1).a1-c(4p+2)=c(6p+1) \\
c(2p+1).a2-c(2p+3)=c(4p+2) & c(4p+1).a2-c(4p+3)=c(6p+2) \\
\vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots \\
c(2p+1).a(2p-1)-c(4p)=c(6p-1) & c(4p+1)a(2p-1)-c(6p)=c(8p-1) \\
c(2p+1).a(2p)=c(6p) & c(4p+1)a(2p)=c(8p)
\end{array}$$

E generalmente

$$c(mp+1)=a1.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(2+p(m-2)\big)$$

$$c(mp+2)=a2.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(3+p(m-2)\big)$$

$$c(mp+3)=a3.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(4+p(m-2)\big)$$

$$\vdots$$

$$c\big(p(m+2)-2\big)=a(2p-2).c\big(1+p(m-2)\big)-c(mp-1)$$

$$c\big(p(m+2)-1\big)=a(2p-1).c\big(1+p(m-2)\big)-c(mp)$$

$$c\big(p(m+2)\big)=a(2p).c\big(1+p(m-2)\big)$$

Il numero di queſti ſiſtemi di equazione è eguale al numero de' termini meno uno di cui è compoſta la funzione razionale di x, cioè $=p(\alpha-2)+\zeta$.

Dunque $\displaystyle\int\frac{x^q dx}{X^p}=\int\frac{x^{\alpha p+\zeta}dx}{X^p}=\frac{1}{c^p}\Big(\frac{x^{p(\alpha-2)+\zeta+1}}{p(\alpha-2)+\zeta+1}$

$$-\frac{a1x^{p(\alpha-2)+\zeta}}{p(\alpha-2)+\zeta}+\frac{c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2}}{p(\alpha-2)+\zeta-1}-\frac{c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}}{p(\alpha-2)+\zeta-2}$$

$$+\frac{c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}}{p(\alpha-2)+\zeta-3}-\ldots\ldots\pm\frac{c\big(1+2p(1+n)\big)x^{p(\alpha-2)+\zeta-n-2}}{p(\alpha-2)+\zeta-n-2}\pm\ldots\ldots$$

$$\pm c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)x\mp\int dx\Big(c(1+2p(n+2)x^{2p-1}$$

$$+c\big(2p(n+2)+2\big)x^{2p-2}+c\big(3+2p(n+2)\big)x^{2p-3}+\ldots\ldots\ldots$$

$$+a(2p).c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)\Big):X^p+\text{Coſt.},\ldots(19)$$

XV. Per integrare queſta frazione, ſuppongo per abbreviare il ſuo numeratore $=M$, ed il ſuo denominatore $c^p\big(x^{2p}+a1x^{2p-1}+a2x^{2p-2}+\ldots\ldots+a(2p-1)x+a(2p)\big)=N$; e $\frac{Mdx}{N}=\frac{Mdx}{X^p}=dU$; ſi ha $dN=c^pdx\big(2px^{2p-1}+a1.(2p-1)x^{2p-2}+\ldots\ldots+a(2p-1)\big)$; ſia per brevità $c\big(1+2p(n+2)\big)-c(1)$; dunque

$$\frac{c(1)dN}{2pc^pN}=\frac{dx}{N}\left(c(1)x^{2p-1}+\frac{a1.c(1).(2p-1)x^{2p-2}}{2p}\right.$$

$$\left.+\frac{a2.c(1).(2p-2)x^{2p-3}}{2p}+\ldots\ldots+\frac{a(2p-1).c(1)}{2p}\right)$$

Dunque $dU-\frac{c(1)dN}{2pc^pN}=\frac{dx}{N}\Big\{\Big(c\big(2+2p(n+2)\big)$

$$-\frac{a1.c(1).(2p-1)}{2p}\Big)x^{2p-2}+\Big(c\big(3+2p(n+2)\big)$$

$$-\frac{a2.c(1).(2p-2)}{2p}\Big)x^{2p-3}+\ldots\ldots+a(2p).c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)$$

$$-\frac{a(2p-1.c(1)}{2p}\Big\}$$

Sia per maggiore ſemplicità

$$c\big(2+2p(n+2)\big)-\frac{a1.c(1).(2p-1)}{2p}=(1)$$

$$c\big(3+2p(n+2)\big)-\frac{a2.c(1).(2p-2)}{2p}=(2)$$

$$c\big(4+2p(n+2)\big)-\frac{a3.c(1).(2p-3)}{2p}=(3)$$

$$\vdots$$

$$c\left(K+2p(n+2)\right)-\frac{a(K-1).c(1).(2p-K+1)}{2p}=(K-1)$$

$\vdots$

$$a(2p).c\left(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\right)-\frac{a(2p-1).c(1)}{2p}=(2p-1)$$

Dunque $U=\frac{c(1)}{2pc^p}$ log. N

$$+\int\frac{dx\left((1)x^{2p-2}+(2)x^{2p-3}+(3)x^{2p-4}+\ldots+(K-2)x_2{}^{p-K}+\ldots+(2p-1)\right)}{X^p}$$

$=\frac{c(1)}{2c^p}$ log. $X+(K-1)\int\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}$. Si prenderà $2p-1$ volte l' integrale di $\frac{(K-1)x^{2p-K}dx}{X^p}$, ſoſtituendo ſucceſſivamente a K i valori $2, 3, 4, 5, \ldots 2p$.

Sia la funzione razionale di x moltiplicata per c^p la quale entra nell' integrale (19) della formola $\frac{x^q dz}{X^p}$, $=X1$; ſi avrà $\int\frac{x^q dx}{X^p}=\int\frac{x^{2p+\zeta}dx}{X^p}=X1\mp\frac{c(1)}{2c^p}$ log. $X\mp(K-1)$ $\int\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}, \ldots$ (20) + Coſt. Prendendo l'ultimo termine ch'è ſotto il ſegno d' integrazione, come l' abbiam detto di ſopra.

XVI. Cerco di preſente l' integrale della frazione $\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}$; prendo per queſt' oggetto i due fattori di X diviſo da c; eſſi ſono $x+\frac{b-g}{2c}$, $x+\frac{b+g}{2c}$; eſſendo $g=\sqrt{(b^2-4ac)}$; ſuppongo per abbreviare $\frac{b+g}{2c}=g1$, e $\frac{b-g}{2c}=g2$; pongo $\frac{1}{(x+g1)(x+g2)}=\frac{u}{x+g1}$; dunque $u=\frac{1}{x+g2}$; e $x=\frac{1-ug2}{u}$; dunque $dx=-\frac{du}{u^2}$; e $x+g1=\frac{1+ug3}{u}$ avendo fatto per abbreviare $g1 - g2 = g3$; dunque $\frac{1}{(x+g1)(x+g2)} = \frac{u^2}{1+ug3}$; e $\frac{x^{2p-K}dx}{X^p} = -\frac{(1-ug2)^{2p-K}u^{K-2}du}{c^p(1+ug3)^p}$.

Sia $2p - K = q'$; ſi avrà $(1-ug2)^{q'} = \pm\frac{q'(q'-1)(q'-2)\ldots(q'-n+1)}{1.2.3\ldots\ldots n}u^n g2^n$; $n+1$ indica il rango di ciaſchedun termine; e ſi prenderà il 2.° membro dell' equazione precedente $q'+1$ volte ſoſtituendo ſucceſſivamente a n i valori 0, 1, 2, 3, 4 ..... q'; ponendo però l'unità invece del coefficiente $\pm\frac{q'(q'-1)\ldots\ldots}{1.2.\ldots\ldots}$ quando $n=0$: per gli altri valori di n ſi conſerverà il ſegno ſuperiore quando $n+1$ è un numero diſpari, ed il ſegno inferiore quando $n+1$ è un numero pari; ſi ha dunque con queſte condizioni $-\frac{u^{K-2}(1-ug2)^{q'}du}{(1+g3u)^p} = \mp\frac{q'(q'-1)\ldots\ldots(q'-n+1)}{1.2\ldots\ldots n}.\frac{g2^n u^{K+n-2}du}{(1+ug3)^p}$ $-$ ovvero $+$ ſecondo che n è un numero pari ovvero un numero diſpari.

Sia $1+ug3 = z$; ſi avrà $du = \frac{dz}{g3}$; e $u = \frac{z-1}{g3}$; ſia a cagione di brevità $K+n-2 = r$: ſi avrà $u^r = \frac{(z-1)^r}{g3^r}$; r ſarà ſempre un numero intero poſitivo; perchè i più piccoli valori di K e di n ſono $K=2$ e $n=0$; dunque il minimo valore di r è $r=0$; dunque gli altri valori ſaranno de' numeri poſitivi.

Ma $(z-1)^r = z^r \pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2.\ldots\ldots m}z^{r-m}$; prendendo queſto termine r volte, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m queſti valori 1, 2, 3, ... r; ſi riterrà $+$ ovvero $-$ ſecondo che m ſarà un numero pari ovvero un numero diſpari; $m+1$ eſprime, com'è chiaro, il rango di ciaſchedun termine.

Dunque $\frac{u^{K+n-2}du}{(1+ug3)^p} = \frac{(z-1)^r dz}{g3^{r+1}z^p} = \frac{1}{g3^{r+1}}\Big(z^{r-p}dz$

$\pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r-m-p}dz \Big)$. Ma $r-p \pm K+n-p-2=r'$; dunque $\int \frac{u^{K+n-2}du}{(1+g3u)^p} = \frac{1}{g3^{r+1}} \int \frac{(z-1)^r dz}{z^p}$

$$= \frac{1}{g3^{r+1}} \Big(\frac{1}{r'+1} z^{r'+1} \pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} . \frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1} \Big);$$

dunque $\int \frac{x^{2p-K}dx}{(a+bx+cx^2)^p} = -\frac{1}{c^p}$

$$\int \frac{(1-ug2)^{q'}u^{K-2}du}{(1+ug3)^p} = \text{Coſt.} \mp \frac{g2^n}{g3^{r+1}c^p} . \frac{q'(q'-1)(q'-2)\ldots(q'-n+1)}{1.2\ldots\ldots n} \Big(\frac{1}{r'+1} z^{r'+1}$$

$$\pm \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} . \frac{1}{r'-m+1} z^{r-m+1} \Big) \ldots\ldots (21)$$

Integrale che deve eſſere preſo colle ſeguenti regole.

1.° Si prenderà l' anzidetto integrale (21) $q'+1$ volte ſoſtituendo ſucceſſivamente a n queſti valori $0, 1, 2, 3, \ldots q'$; quando $n=0$, ſi porrà per lo coefficiente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.2\ldots}$ l' unità; e ſi riterrà — ovvero + ſecondo che $n+1$ ſarà diſpari o pari.

2.° Per ciaſcheduno valore particolare di n ſi prenderà r volte il termine $\pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} . \frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1}$, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m i valori $1, 2, 3, \ldots\ldots r$; ſi conſerverà il ſegno + ovvero il ſegno — ſecondo che m ſarà un numero pari o diſpari.

3.° Finalmente tutte le volte che ſi avrà $r'+1=0$, e $r'-m+1=0$, ſi metterà log. z invece di $\frac{1}{r'+1} z^{r'+1}$, e di $\frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1}$.

Vi ſaranno $2p-1$ integrali (21) a prendere; ciò che non dimanda che delle ſemplici ſoſtituzioni; in queſta guiſa ſi otterrà il valore *actu* ſviluppato dell' integrale (20).

Aggiungo

Aggiungo qui i valori delle quantità ch'entrano nell' integrale precedente, perchè ſe ne poſſa fare un uſo facile e pronto quando il richiegga il caſo; eccoli $g = \sqrt{(b^2 - 4ac)}$, $g1 = \frac{b+g}{2c}$, $g2 = \frac{b-g}{2c}$, $g3 = \frac{g}{c}$, $q' = 2p - K$, $r = K + n - 2$, $r' = K + n - p - 2$, $z = \frac{2cx + b + g}{2cx + b - g}$.

XVII. Dalla ſoluzione del caſo di $q = \alpha p + \zeta > 2p$ ſegue facilmente quella de' caſi in cui $q = 2p$, e $q < 2p$; ſe $q = 2p$, ſi ha $\zeta = 0$; e $\alpha = 2$; ed il numero de i termini della funzione razionale di x ch'entra nell'equazione (19) è $n + 4 = p(\alpha - 2) + \zeta + 1 = 1$; ed il numero de i ſiſtemi di equazioni atti a dare il valore delle quantità c^2, c^2, ecc. è $= p(\alpha - 2) + \zeta = 0$; dunque $X1 = \frac{x}{c^p}$; ed il numeratore della frazione ch' entra nell' integrale (19) è $= -\left(a1x^{2p-1} + a2x^{2p-2} + \alpha(2p)\right)$; dunque $c(1) = -a1$; dunque i valori (1), (2), ecc. divengono

$$(1) = -a2 + \frac{a1^2 . (2p-1)}{2p}, \quad (2) = -a3 + \frac{a1 . a2 . (2p-2)}{2p}$$

$$\vdots$$

$$(K-1) = -aK + \frac{a1 . a(K-1) . (2p-K+1)}{2p} \text{ ecc.}$$

Se $q < 2p$, allora $\alpha = 1$; e ζ ſarà un numero qualunque intero poſitivo $< p$; e ſi avrà $\int \frac{x^q dx}{X^p} = \int \frac{x^{p+\zeta} dx}{X^p}$. Sia dunque $p + \zeta = 2p - K$, allora $K = p - \zeta$; ſe K è un numero qualunque > 1, l'integrale della propoſta frazione è dato immediatamente dalla formola (21); ſe $K = 1$, ſi ridurrà la frazione $\frac{x^{p+\zeta} dx}{X^p}$ a queſta $\frac{x^{2p-K'} dx}{X}$ in cui il più piccolo valore di K' ſia $= 2$; come appunto abbiam fatto di ſopra; ed il problema ſarà ſciolto.

XVIII. Vengo al 2.° caſo in cui q è un numero qualunque negativo intero; la frazione che ſi deve integrare è queſta $\frac{dx}{x^q X^p}$; la riduzione del n°. 16 dà $\frac{dx}{x^q X^p}$ $= - \frac{u^{2(p-1)+q}du}{c^p(1-g2u)^q(1+ug3)^p}$; q eſſendo $= K - 2p$; ſia come ſopra $1 + ug3 = z$; ſi avrà $u^{2(p-1)+q} = \frac{(z-1)^{2(p-1)+q}}{g3^{2(p-1)+q}}$; ed in conſeguenza $- \frac{u^{2(p-1)+q}du}{c^p(1-ug2)^q(1+ug3)^p} = - \frac{g3^q}{c^p g3^{2(p-1)+q+1}} \cdot \frac{dz(z-1)^{2(p-1)+q}}{z^p(g4-g2z)^q} = - \frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot \frac{dz(z-1)^{2(p-1)+q}}{z^p(g4-g2z)^q}$; poichè $1-ug2 = \frac{g4-g2z}{g3}$, eſſendo $g3 + g2 = g4$.

Sia per abbreviare $2(p-1) + q = r''$; ſi avrà $(z-1)^{r''} = \pm \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r''-m}$, prendendo queſto termine $r''+1$ volte, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m queſti valori 0, $1, 2, 3, \ldots r''$; e quando $m = 0$, ſi porrà $+1$ per il coefficiente $\pm \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots m}$; e ſi conſerverà per gli altri valori di m $+$ ovvero $-$, ſecondo che m ſarà un numero pari, ovvero un numero diſpari. Dunque

$$- \frac{1}{c^p g3^{2p-1}} (z-1)^{2(p-1)+q} \cdot \frac{dz}{z^p(g4-g2z)^q} = \mp \frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r''-m-p} \cdot \frac{dz}{(g4-g2z)^q}$$

prendendo queſto termine $r''+1$ volte nel modo già preſcritto, poſitivamente o negativamente ſecondo che m ſarà un numero diſpari o un numero pari.

Sia $r''-m-p = p+q-2-m = r'''$; e $g4 - zg2 = s$; ſi avrà $g2z = g4 - s$; e $z = - \frac{1}{g2}(s-g4)$; dunque $dz = - \frac{ds}{g2}$; dunque $\frac{z^{r'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \cdot \frac{(s-g4)^{p+q-2-m}ds}{s^q}$.

Ma $r''' = p + q - m - 2$ non ſarà un numero intero negativo dopo il valore di $m = 0$ inſino a quello che darà $r''' = 0 = p + q - m - 2$, cioè inſino a $m = p + q - 2$; ſi avrà dunque $(s-g4)^{r'''} = s^{r'''} \pm \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\,2.\ldots\ldots\mu}\, s^{r'''-\mu}\, g4^{\mu}$; $\mu+1$ eſprime il rango di ciaſchedun termine; ſi prenderà r'' volte l'ultimo termine ponendo ſucceſſivamente, invece di μ, queſti valori $1, 2, 3, \ldots r'''$; $+$ ovvero $-$ ſecondo che μ ſarà pari ovvero diſpari; e r''' ſarà contenuto fra i limiti 0, e $p+q-2$.

Dunque $\int \frac{z^{r'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \int \frac{(s-g4)^{r'''}ds}{s^q}$

$$=\left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \int \left(s^{r'''-q}ds \pm \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\,2.\ldots\ldots\mu} g4^{\mu}\, s^{r'''-\mu-q}\, ds\right)$$

$$=\left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \left(\frac{1}{r'''-q+1}\, s^{r'''-q+1} \pm \frac{g4^{\mu}}{r'''-q-\mu+1} . \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\,2.\ldots\ldots\mu}\, s^{r'''-\mu-q+1}\right) + \text{Coſt.}$$

Dunque $\int \frac{dx}{x^q X^p} = -\frac{1}{c^p} \int \frac{u^{2(p-1)+q}du}{(1-ug2)^q(1+ug3)^p} = \mp \frac{1}{c^p g3^{2p-1}} . \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\,2.\ldots\ldots m} \int \frac{z^{s'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \mp \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} .$

$$\frac{1}{c^p g3^{2p-1}} . \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\,2.\ldots\ldots m} \left(\frac{1}{r'''-q+1}\, s^{r'''-q+1} \pm \frac{g4^{\mu}}{r'''-q-\mu+1} . \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\,2.\ldots\ldots\mu}\, s^{r'''-\mu-q+1}\right) + X2 + \text{Coſt.} \ldots (22).$$

Ho rappreſentato per $X2$ la 2.ª parte di queſto integrale, cioè la funzione di x che dipende da i valori di m i quali ſeguono immediatamente quello cui ci ſiamo fermati, ch'era $m = p+q-2$.

La 1.ª parte dell'integrale precedente dev'eſſere preſa colle ſeguenti regole.

1.° Si prenderà queſta 1.ª parte $p+q-1$ volte, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m i valori $0, 1, 2, 3, \ldots\ldots p+q-2$; quando $m=0$, ſi porrà -1 per il coefficiente $\pm \frac{r''(r''-1)\ldots}{1.\,2.\ldots\ldots}$; e ſi riterrà per gli altri valori di m il ſegno $-$ ovvero il ſegno $+$ ſecondo che m ſarà pari ovvero diſpari.

2.° Per ciaſcheduno valore di m ſi prenderà r''' volte l'ultimo termine di queſta 1.ª parte, il quale rinchiude μ, mettendo ſucceſſivamente per μ queſti valori 0, 1, 2, 3, ... r'''; r''' eſſendo contenuto fra i limiti 0, e $p+q-2$; ſi conſerverà $+$ ovvero $-$, ſecondo che μ ſarà pari o diſpari.

3.° Ogni volta che ſi avrà $r'''-q+1=0$, e $r'''-\mu-q+1=0$; ſi metterà log. s invece di $\frac{1}{r'''-q+1}\,s^{r'''-q+1}$ e di $\frac{1}{r'''-q-\mu+1}\,s^{r'''-\mu-q+1}$.

Ciò poſto ſi ſoſtituiranno da ultimo nell' integrale trovato i valori di $g4$, r'', r''' e s che ſono $g4=\frac{b+g}{2c}$; $r''=2(p-1)+q$; $r'''=p+q-m-2$; ed $s=\frac{2gx}{b+2xc-g}$.

XIX. Fa d'uopo al preſente di determinare la funzione integrale $X2$; richiamiamoci a memoria per queſt' oggetto che dovevamo prendere l' integrale $\mp\frac{1}{c^p g3^{2p-1}}\cdot\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\,2.\ldots m}\cdot\int\frac{z^{r''-m-p}dz}{(g4-g2z)^q}$, $r''+1=2(p-1)+q+1$ volte; noi l'abbiam già preſo oſſia preſcritto di prenderlo col metodo precedente $p+q-1$; reſta dunque a calcolarlo p volte; ed in conſeguenza ſi ſoſtituiranno a m queſti valori ſucceſſivi $m=p+q-1$, $p+q$, $p+q+1$, $p+q+2$, ... $2(p-1)+q$; in guiſa che r''' diverrà ſucceſſivamente $r'''=p+q-2-m=-1, -2, -3, -4, - \ldots\ldots -p$; dunque biſogna integrare la frazione $\mp\frac{1}{c^p g3^{2p-1}}\cdot\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\,2.\ldots\ldots m}\int\frac{dz}{z^K(g4-g2z)^q}=X2$; eſſendo ſucceſſivamente $K=1, 2, 3, \ldots p$.

Paragonando la frazione $\frac{dz}{z^K(g4-g2z)^q}$ colla formola traſcritta al n.° 7, rappreſento per $S4$ la ſerie de i $q-1$ termini algebraici che vi entrano, ed ottengo $x=z$; $c=-g2$;

$b = g4$; $p = q$; $m = -K$; $n = 1$; dunque $\int \frac{dz}{z^{K}(g4 - g2z)^{q}}$

$$= - \frac{(2-q-K)(3-q-K)(4-q-K)\ldots(-K)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots(q-1)(-g2)^{q-1}} \left(S4 - \int \frac{z^{1-q-K}dz}{g4 - g2z} \right)$$

E $S4 = \frac{z^{2-q-K}}{(2-q-K)\ (g4-g2z)} + \frac{1.\ (-g2)z^{3-q-K}}{(2-q-K)(3-q-K)(g4-g2z)^{2}}$

$$+ \frac{1.\ 2.\ (-g2)^{2}\, z^{4-q-K}}{(2-q-K)(3-q-K)(4-q-K)\ (g4-g2z)^{3}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \frac{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots(q-2)(-g2)^{q-2}\, z^{-K}}{(2-q-K)(3-q-K)\ldots(-K)(g4-g2z)^{q-1}},$$ …… (23). In cui il numero de' termini è $= q - 1$.

Ma $\int \frac{dz}{z^{K+q-1}(g4 - g2z)} = \frac{1}{g4(2 - q - K)\, z^{q+K-2}}$

$$+ \frac{g2}{g4^{2}(3-q-K)\, z^{q-K-3}} + \frac{g2^{2}}{g4^{3}(4-q-K)\, z^{q+K-4}} + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{g2^{K+q-2}}{g4^{K+q-1}} \log. \frac{z}{g4 - g2z},$$ …… (24). Il cui numero de' termini è $= K + q - 1$.

XX. Dunque $X2 = \mp \frac{1}{c^{p}\, g3^{2p-1}} \cdot \frac{r^{n}(r^{n}-1)\ldots(r^{n}-m+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots m} \cdot$

$$\frac{(2-q-K)(3-q-K)\ldots(-K)}{1.\ 2.\ldots\ldots(q-1)(-g2)^{q-1}} \left(-S4 + \int \frac{dz}{(g4-g2z)\, z^{q+K-1}} \right)$$ …

(25). Le funzioni $S4$, $\int \frac{dz}{(g4-g2z)z^{q+K-1}}$, ſono date ciaſcheduna in una ſerie finita di termini finiti per le formole (23) e (24).

Si prenderà p volte queſt' integrale ſoſtituendo ſucceſſivamente a K i valori $K = 1, 2, 3, \ldots p$; ed a ciaſcheduno de i valori di K ſi farà corriſpondere ciaſcheduno de i valori ſeguenti di $m = p + q - 1$, $p + q$, $p + q - 1$, $p + q - 2$, ….. $2(p - 1) + q$; e ſi conſerverà il ſegno — ovvero il ſegno +, ſecondo che m ſarà pari ovvero diſpari.

XXI. Si avrebbe ottenuto l' integrale di $\frac{dx}{x^{q}X^{p}}$ in queſt' altra maniera, ſupponendo $x = \frac{1}{y}$; d'onde riſulta dopo le ſoſtituzioni, e riduzioni neceſſarie $\int \frac{dx}{x^q X^p}$ $= -\int \frac{y^{2(p-1)+q}dy}{(ay^2+by^2+c)^p}$, frazione ch'è della forma $\frac{x^q dx}{X^p}$.

XXII. Se i fattori del denominatore ſono immaginarj, è ſempre quiſtione d'integrare la frazione $\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}$; le ſunzioni $X1$ e log. X ch'entrano nell'integrale (20) non contenendo alcuna eſpreſſione immaginaria; allora invece di $X = a+bx+cx^2$ prendo $X = a^2 - 2abx \cos\phi + b^2x^2$; e pongo $x = z + \frac{a\cos\phi}{b}$; ho, ſoſtituendo queſto valore di x, $X = (a \sin\phi)^2 + b^2z^2$; ſia $\frac{b}{a\cos\phi} = D$; e $2p - K = q'$; ſi avrà $x^{q'} = \frac{1}{Pq'}(1+Pz)^{q'} = P^{n-q'}$. $\frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.\ 2.\ldots.n}z^n$; $n+1$ indica il rango di ciaſchedun termine del *binomio*; ſi prenderà il termine precedente $q'+1$ volte, ſoſtituendo ſucceſſivamente a n i valori 0, 1, 2, 3, ... q'; quando $n = 0$, ſi porrà l'unità in luogo del coeſſiciente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.\ 2.\ldots.}$; onde ſi avrà con queſte condizioni

$$\int \frac{x^{2p-K}dx}{X^p} = P^{n-q'}.\ \frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots n}\int \frac{z^n dz}{(a^2\sin^2\phi + b^2z^2)^p}.$$

Per ottenere queſt' integrale ricorro alla formola del n.° 7, ed ho, paragonando, $x = z$; $m = n$; $b = (a\sin\phi)^2$; $c = b^2$; $n = 2$; quindi $\int \frac{z^2dz}{(a^2\sin^2\phi + b^2z^2)^p}$

$$= -\frac{(n-2p+3)(n-2p+5)(n-2p+7)\ldots(n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ldots.(p-1)(2b^2)^{p-1}}$$

$$\left(\frac{z^{n-2p+3}}{(n-2p+3)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)} + \frac{1.\ (2b^2)z^{n-2p+5}}{(n-2p+3)(n-2p+5)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^2}\right.$$

$$+ \frac{1.\ 2.\ (2b^2)^2z^{n-2p+7}}{(n-2p+3)\ldots(n-2p+7)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^3} + \ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1.2.3\ldots(p-2)(2b^2)^{p-1}z^{n-1}}{(n-2p+3)(n-2p+5)\ldots(n-1)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^{p-1}}$$

$-\int\frac{z^{n-2(p-1)}dz}{a^2\sin^2\phi+b^2z^2}\Big)$, ... (26). Il cui numero di termini è $= p$.

Il più grande valore di n è quello di $n=q'=2p-K$; dunque in tal caſo $n-2(p-1)=2-K$; ma il minimo valore di K è $K=2$; dunque $n-2(p-1)$ ſarà o zero o ſempre un numero negativo; ſia dunque $2(p-1)-n=p'$; ſi avrà $\int\frac{z^{n-2(p-1)}dz}{(a\sin\phi)^2+b^2z^2}=\int\frac{dz}{(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)z^{p'}}$.

Ora il valore di queſt' integrale è dato per la formola (6) (a) della precedente Memoria, formola di cui ſi dee leggere l'ultimo termine nella maniera indicata da principio; ma avanti di andar oltra, noi le daremo una forma più facile e inſieme più vantaggioſa per la ricerca degl' integrali che ne dipendono.

Quando p' è pari, il termine $\left(\frac{-1\pm1}{2}\right)\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$ log. u della mentovata ſerie ſvaniſce, ed i termini $\frac{+du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}$ divengono $\frac{-2du\sqrt{(-D)}}{b^2u^2+D}$; onde $-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{+du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)=\frac{b^{p'}}{(-D)^{\frac{p'}{2}}}\int\frac{du}{b^2u^2+D}=\pm\frac{b^{p'-1}}{D^{\frac{p'+1}{2}}}$ Arc. tan. $\frac{bu}{\sqrt{D}}$. + ovvero — ſecondo che $\frac{p'}{2}$ è un numero pari ovvero diſpari.

Se p' è un numero diſpari, ſi avrà $-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$

(a) V. Mem. della Soc. It. 4.° Vol. pag. 577.

$\int \left(\frac{-du}{bu+\sqrt{(-D)}} - \frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}} \right) = + \frac{b^{p+1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$ $\int \frac{udu}{D+b^2u^2}$. Ma il differenziale del termine $\left(\frac{-1\pm1}{2}\right)$ $\frac{b^{p'}-1}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$ log. u diviene in queſta ipoteſi $= - \frac{b^{p'}-1}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$. $\frac{du}{u}$. Dunque $\frac{b^{p'+2}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}} \int \frac{udu}{b^2u^2+D} - \frac{bp'-1}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}} \int \frac{du}{u}$ $= \frac{b^{p'}-1}{(-D)^{\frac{p'-1}{2}}} \int \frac{du}{u(D+b^2u^2)} = \pm \frac{b^{p'}-1}{D^{\frac{p'+1}{2}}} \log. \frac{u}{\sqrt{(D+b^2u^2)}}$ $+$ ovvero $-$ ſecondo che $\frac{p'-1}{2}$ è pari ovvero diſpari.

Dunque facendo nella ſerie mentovata (6) queſte ſoſtituzioni, ſi ha

1.° Quando p' è un numero pari $p' = 2p'$

$$\int \frac{du}{(D+b^2u^2)u^{2p''}} = - \frac{1}{(2p''-1)Du^{2p''-1}} + \frac{b^2}{(2p''-3)D^2u^{2p''-3}} - \frac{b^4}{(2p''-5)D^3u^{2p''-5}} + \ldots\ldots \pm \frac{b^{2(p''-1)}}{D^{p''}u} \pm \frac{b^{2p''-1}}{D^{\frac{2p''+1}{2}}}$$

Arc. tan. $\frac{bu}{\sqrt{(D)}}, \ldots$ (27). Il numero de' termini è $= p''+1$; ſi riterrà il ſegno ſuperiore quando p'' ſarà pari, ed il ſegno inferiore quando p'' ſarà diſpari.

2.° Se p' è un numero diſpari $p' = 2p''+1$, ſi ha

$$\int \frac{du}{(D+b^2u^2)u^{2p''+1}} = - \frac{1}{2p''Du^{2p''}} + \frac{b^2}{2(p''-1)D^2u^{2(p''-1)}} - \frac{b^4}{2(p''-2)D^3u^{2(p''-2)}} + \ldots\ldots \pm \frac{b^2p''}{Dp''+1} \log. \frac{u}{\sqrt{(D+b^2u^2)}};$$

. . . . (28). Il numero de' termini è $= p''+1$; $+$ ovvero $-$ ſecondo che p'' è pari ovvero diſpari.

Dunque quando $p' = 2(p-1)-n$ è un numero pari $= 2p''$, ſoſtituendo per D, $D+b^2u^2$, $u = z$, $du = dz$, i loro valori $a^2 \sin^2 \phi$, X, $\dfrac{bx - a \cos \phi}{b}$, dx, e riducendo, ſi ha

$$b \int \frac{dx}{X(bx + a \cos \phi)^{2p''}} = - \frac{1}{(2p''-1)(a \sin \phi)^2 (bx - a \cos \phi)^{2p''-1}}$$

$$+ \frac{1}{(2p''-3)(a \sin \phi)^4 (bx - a \cos \phi)^{2p''-3}}$$

$$- \frac{1}{(2p''-5)(a \sin \phi)^6 (bx - a \cos \phi)^{2p''-5}} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \frac{1}{(a \sin \phi)^{2p''}(bx - a \cos \phi)} \pm \frac{1}{(a \sin \phi)^{2p''+1}} \text{ Arc. tan. } \frac{bx - a \cos \phi}{a \sin \phi} \ldots (29).$$

Il numero de' termini è $= p'' + 1$; il ſegno ſuperiore quando p'' è pari, l'inferiore quando p'' è diſpari.

Se p' è diſpari $p' = 2(p-1) - n = 2p'' + 1$, ſi ha

$$b \int \frac{dx}{X(bx - a \cos \phi)^{2p''+1}} = - \frac{1}{2p''(a \sin \phi)^2 (bx - a \cos \phi)^{2p''}}$$

$$+ \frac{1}{2(p''-1)(a \sin \phi)^4 (bx - a \cos \phi)^{2(p''-1)}}$$

$$- \frac{1}{2(p''-2)(a \sin \phi)^6 (bx - a \cos \phi)^{2(p''-2)}} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \frac{1}{(a \sin \phi)^{2(p''+1)}} \log. \frac{bx - a \cos \phi}{b\sqrt{X}}, \ldots (30).$$

Il numero de' termini $= p'' + 1$; ſi prenderà $+$ ovvero $-$ ſecondo che p'' ſarà pari ovvero diſpari.

Dunque facendo le ſoſtituzioni neceſſarie ſi ha finalmente

$$\int \frac{x^{2p-K} dx}{X^p} = - \frac{(a \cos \phi)^{q'-n}}{2^{p-1} b^{q'+1}} \cdot \frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.2.\ldots\ldots n} \cdot$$

$$\frac{(n-2p+3)(n-2p+5)(n-2p+7)\ldots(n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots\ (p-1)}$$

$$\left(\frac{(bx - a \cos \phi)^{n-2p+3}}{(n-2p+3)X} + \frac{1.(2)(bx - a \cos \phi)^{n-2p+5}}{(n-2p+3)(n-2p+5)X^2} \right.$$

$$+ \frac{1.2.(2)^2 (bx - a \cos \phi)^{n-2p+7}}{(n-2p+3)\ldots(n-2p+7)X^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{1.\,2.\,3.\ldots\ldots(p-2)(2)^{p-2}(bx-a\cos\phi)^{n-1}}{(n-2p+3)(n-2p+5)\ldots(n-1)X^{p-1}}$$

$$-b\int\frac{dx}{X(bx'-a\cos\phi)^{p'}}\Big),\ \ldots(31).$$ Il numero de' termini è $=p$.

Si prenderà $q'+1$ volte queſto integrale, ſoſtituendo ſucceſſivamente a n i valori $0, 1, 2, 3, \ldots q'$; eſſendo $q'=2p-K$, e K mai <2; quando $n=0$, ſi porrà l'unità in luogo del coefficiente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.\,2.\ldots}$; e quando $n=1$, invece della ſerie ch' eſprime l'integrale di $\frac{z^n dz}{(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^p}$ $=\frac{(bx-a\cos\phi)\,dx}{bX^p}$ ſi metterà l'integrale $\frac{1}{2b^2(1-p)X^{p-1}}$ ch'è dato immediatamente per la regola d'integrazione, cioè la formola (31) diverrà nel caſo di $n=1$, $=\frac{q'(a\cos\phi)q'^{-1}}{2b^{q'+1}(1-p)X^{p-1}}$.

L'integrale di $b\int\frac{dx}{X(bx-a\cos\phi)^{p'}}$ è dato per la formola (29) o per la formola (30) ſecondo che $p'=2(p-1)-n$ è pari o diſpari, ma neſſuna delle precedenti formole contiene degli imaginarj; dunque il problema è ſciolto.

XXIII. Se foſſe d'uopo d'integrare nella ſteſſa ipoteſi la formola $\frac{dx}{x^qX^p}$, X eſſendo $=a^2-2abx\cos\phi+b^2x^2$, ſi ſarebbe $x=\frac{1}{y}$, e ſi avrebbe dopo le ſoſtituzioni e riduzioni neceſſarie $\int\frac{dx}{x^qX^p}=-\int\frac{y^{2(p-1)+q}dy}{(a^2y^2-2aby\cos\phi+b^2)^p}$ ch' è della forma $\int\frac{x^q dx}{X^p}$; ciò che non ha in conſeguenza alcuna difficoltà.

Integrazione in ſerie finita della formola $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$.

XXIV. Conſidero primieramente per maggiore ſemplicità la formola $\frac{(A+Bx+Cx^2)dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$. Sia $a+bx+cx^2+fx^3=X$; ſuppongo $x=y-\frac{c}{3f}$ affine di diſtruggere il 2.° termine di X; onde ſi avrà dopo aver poſto per abbreviare $\frac{b}{f}-\frac{c^2}{3f^2}=a1$; $\frac{a}{f}-\frac{bc}{3f^2}+\frac{2c^3}{27f^3}=b1$; $\frac{a}{f}+\frac{b}{f}x+\frac{c}{f}x^2+x^3=b1+a1y+y^3$; ed il numeratore della propoſta diviene nella ſteſſa ipoteſi $=(A1+B1y+cy^2)dy$; $A1$ e $B1$ eſſendo date per mezzo delle equazioni $A1=A-\frac{Bc}{3f}+\frac{Cc^2}{9f^2}$, e $B1=B-\frac{2Cc}{3f}$; onde la funzione che biſogna integrare ſarà $\frac{(A1+B1y+Cy^2)dy}{Y^p}$, eſſendo $Y=f(b1+a1y+y^3)$.

XXV. Sviluppiamo brevemente il caſo di $p=1$; ſi avranno i tre fattori dell' eſpreſſione $y^3+a1y+b1$, moltiplicando i termini del trinomio $y-\sqrt[3]{(-\frac{b1}{2}+\sqrt{(\frac{b1^2}{4}+\frac{a1^3}{27})})}$ $-\sqrt[3]{(\frac{b1}{2}-\sqrt{(\frac{b1^2}{4}+\frac{a1^3}{27})})}$ primieramente per l' unità, poi il 2.° termine per $\alpha=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, ed il 3.° per $\beta=\frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2}$, in ſeguito il 2.° termine per β ed il 3.° per α; 1, α, e β eſſendo, com'è noto, le radici cubiche dell' unità, o dell' equazione $y^3-1=0$.

Siano $r1$, $r2$, $r3$ le parti conoſciute e riſpettive de i fattori in quiſtione, e pongaſi per maggiore brevità $-\frac{b1}{2}$

$= P$; $\frac{b1^2}{4} + \frac{a1^3}{27} = \mathcal{Q}$; ſi avrà $r1 = \sqrt[3]{(P+\sqrt{\mathcal{Q}})} + \sqrt[3]{(P-\sqrt{\mathcal{Q}})}$, $r2 = \alpha\sqrt[3]{(P+\sqrt{\mathcal{Q}})} + \beta\sqrt[3]{(P-\sqrt{\mathcal{Q}})}$, $r3 = \beta\sqrt[3]{(P+\sqrt{\mathcal{Q}})} + \alpha\sqrt[3]{(P-\sqrt{\mathcal{Q}})}$. Dunque $y^3 + a1y + b1 = (y-r1)(y-r2)(y-r3 = (y-r1)(y^2-(r2+r3)y+r2r3)$; ſia per abbreviare $r2+r3 = r4$; $r2r3 = r5$; ſi troverà $r4 = -\sqrt[3]{(P+\sqrt{\mathcal{Q}})} - \sqrt[3]{(P-\sqrt{\mathcal{Q}})}$; e $r5 = \sqrt[3]{(P+\sqrt{\mathcal{Q}})^2} + \sqrt[3]{(P-\sqrt{\mathcal{Q}})^2} + \frac{a1}{3}$. Suppongo $\frac{A1 + B1y + Cy^2}{y^3 + a1y + b1} = \frac{A'}{y-r1} + \frac{B' + C'y}{y^2 - r4y + r5}$; ſi troverà $A' = \frac{r1(r1C + B1) + A1}{r5 - r1(r4 - r1)}$, $B' = \frac{A1(r4 - r1) + r5(B1 + r1C)}{r5 - r1(r4 - r1)}$, $C' = \frac{c(r5 - r1r4) - A1 - B1r1}{r5 - r1(r4 - r1)}$. Dunque

$$\int \frac{(A1 + B1y + Cy^2)\,dy}{y^3 + a1y + b1} = \text{Coſt.} + A'\,\text{log.}(y - r1) + \frac{c'}{2}\,\text{log.}(y^2 - r4y + r5) + \frac{2B' + r4c'}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}\ \text{Ar. tan.}\ \frac{2y - r4}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}.$$

Soſtituendo in queſto integrale il valore di $y = x + \frac{c}{3f}$ ſi avrà

$$\int \frac{(A + Bx + (x^2)\,dx}{a + bx + cx^2 + fx^3} = \text{Coſt.} + \text{log.}\left(x - r1 + \frac{c}{3f}\right)^{\frac{A'}{f}}.$$

$$\left(x^2 + x\left(\frac{2c}{3f} - r4\right) + \frac{c}{3f}\left(\frac{c}{3f} - r4\right) + r5\right)^{\frac{c'}{2f}} + \frac{2B' + r4C'}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}$$

$$\text{Arc. tan.}\ \frac{2x - r4 + \frac{2c}{3f}}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}, \ \ldots\ (32).$$

Qualunque ſia la natura de' fattori $r1$, $r2$, $r3$, l' integrale precedente non preſenta alcuna difficoltà in virtù delle rifleſſioni già fatte, e del prodotto ſempre reale di due de' detti fattori preſi nel debito modo.

XXVI. Ritorno al caſo generale, e pongo

$\frac{1}{(y - r1)(y^2 - r4y + r5)} = \frac{u}{y^2 - r4y + r5}$; dunque $u = \frac{1}{y - r1}$; $y = \frac{1 + ur1}{u}$; $dy = -\frac{du}{u^2}$; e $y^2 - r4y + r5 = \frac{1 + r6u + r7u^2}{u^2}$, facendo per maggiore brevità $r6 = 2r1 - r4$; $r7 = r5 + r1(r1 - r4)$; dunque $\frac{1}{(y - r1)(y^2 - r4y + r5)} = \frac{u^3}{1 + r6u + u^2r7}$; dunque $\frac{1}{(y^3 + a1y + b1)^p} = \frac{u^{3p}}{(1 + r6u + u^2r7)^p}$. Ora $A1 + B1y + Cy^2 = \frac{C + B2u + A2u^2}{u^2}$, avendo ſuppoſto per abbreviare $A2 = A1 + r1(B1 + Cr1)$; e $B2 = B1 + 2Cr1$. Dunque $\frac{(A1 + B1y + Cy^2)\,dy}{(y^3 + a1y + b1)^p} = -\frac{(A2u^2 + B2u + C)\,u^{3p-4}du}{(1 + rbu + u^2r7)^p}$, ch'è la frazione che fa d'uopo integrare.

XXVII. Ma oſſervo avanti di andar oltra, che in virtù del metodo oſſia dell'artifizio che adopro nella ricerca di queſti integrali, non è più difficile l'integrare $\frac{(A + Bx + (x^2)dx}{X^p}$ che queſt'altra di gran lunga più generale $\frac{x^q dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3)^q}$; q eſſendo un numero qualunque intero poſitivo (ſcioglierò in appreſſo il caſo in cui q è un numero qualunque intero negativo); perciò cercherò qui l'integrale di queſt'ultima frazione, da cui ſi potrà dedurre come un caſo particolare quello della prima; e in queſta maniera verrò a riempiere l'oggetto che mi ſono propoſto.

Si ha $\frac{dx}{X^p} = \frac{dy}{Y^p} = -\frac{u^{3p-2}du}{f^p(1 + r6u + u^2r7)^p}$; ma $x = y - \frac{c}{3f} = \frac{1 + f1u}{u}$, ponendo per abbreviare $f1 = r1 - \frac{c}{3f}$; dunque $\frac{x^q dx}{X^p} = \frac{(y - \frac{c}{3f})^q dy}{Y^p} = -\frac{(1 + f1u)^q u^{3p-p-2}du}{f^p(1 + r6u + r7u^2)^p}$. Ora $(1 + f1u)^q = \frac{q(q-1)\ldots(q = n' + 1)}{1.2\ldots.n'} f1^{n'}u^{n'}$, prendendo queſto termine $q + 1$ volte, ſoſtituendo a n' i valori ſucceſſivi $0, 1, 2, 3, \ldots q$; ſi porrà l'unità invece del coefficiente $\frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$ quando n' ſarà $= 0$.

Onde la frazione che ſi deve integrare è queſta $\frac{q(q-1)\ldots(q-n'+1)}{1.2\ldots.n'} \cdot \frac{f1^{n'}}{f^p} \cdot \frac{u^{3p+n'-q-2}du}{(1+r6u+r7u^2)^p}$. Il numero $3p+n'-q-2$ ſarà o poſitivo o negativo, lo rappreſento dunque in generale per $\pm K'$; dunque $\int \frac{x^q dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p} = -\frac{f1^{n'}}{f^p} \cdot \frac{q(q-1)\ldots(q-n'+1)}{1.2\ldots\ldots n'} \int \frac{u^{\pm K'}du}{(1+r6u+r7u^2)^p}$, ... (33). Ma l' integrale del 2.° membro dell' equazione precedente il quale dev' eſſere preſo $q+1$ volte ſoſtituendo ſucceſſivamente a n' i valori 0, 1, 2, 3,....q, è dato per le formole (20) e (21) ovvero (22) e (25) ſecondo che K' ſarà poſitivo ovvero negativo; dunque il problema è ſciolto.

Paragonando fra di loro i denominatori $a+bx+cx^2$, $1+r6u+u^2r7$, ſi ha $x=u$; $a=1$; $b=r6$; $c=r7$; $g=\sqrt{(r6^2-4r7)}$; $g1=\frac{r6+g}{2r7}$; $g2=\frac{r6-g}{2r7}$; $g3=\frac{g}{r7}$; $z=\frac{2r7u+r6+g}{2r7u+r6-g}$; $s=\frac{2gu}{2r7u+r6-g}$; ma $u=\frac{1}{xf1}$; $f1=r1-\frac{c}{3f}$; dunque $z=\frac{2r7+(r6+g)(x-f1)}{2r7+(r6-g)(x-f1)}$; e $s=\frac{2g}{2r7+(r6-g)(x-f1)}$; e $rs=\frac{a1}{3}+\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})^2}+\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})^2}$; $r6=3\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})}+3\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})}$; $r7=3\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})^2}+3\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})^2}-a1$.

XXVIII. Per integrare la formola $\frac{dx}{x^qX^p}$; q, p e X eſprimendo ſempre le medeſime quantità, conſidero la riduzione del n.° 24, che dà $\frac{dx}{x^qX^p}=-\frac{u^{3p+q-2}du}{f^p(1+r6u+u^2r7)^p(1+f1u)^q}$; ſuppongo $1+f1u=s'$; ſi avrà $n=\frac{s'-1}{f1}$; $du=\frac{ds'}{f1}$; e $1+r6u+u^2r7=\frac{r8+r9s'+r7s'^2}{f1^2}$ avendo fatto per maggiore brevità $r8=r7+f1(f1-r6)$; e $r9=r6f1-2r7$;

Dunque $\frac{u^{3p+q-2}du}{f^p(1+f1u)^q(1+r6u+r7u^2)^p} = \frac{(-1)^{3p+q-2}}{f^pf1^{p+q-1}} \cdot \frac{(1-s')^{3p+q-2}ds'}{s'^q(r8+r9s'+r7s'^2)^p}$. Sia per maggiore ſemplicità $3p+q-2=K''$; ſi avrà $(1-s')^{K'''}$ $= \pm \frac{K''(K''-1)\ldots(K''-n''+1)}{1.2\ldots\ldots.n''} s'^{n''}$. Si prenderà queſto termine $K''+1$ volte ſoſtituendo ſucceſſivamente a n'' i valori $0, 1, 2, 3, \ldots K''$; quando $n''=0$, ſi porrà $+1$ invece del coefficiente $\pm\frac{K''(K''-1)\ldots}{1.2\ldots}$; per gli altri valori di n'' ſi conſerverà $+$ ovvero $-$, ſecondo che n'' ſarà pari ovvero diſpari. Dunque $\int \frac{dx}{x^q(\alpha+bx+cx^2+fx^3)^p}$ $= \mp \frac{(-1)^{K''}}{f^pf1^{p+q-1}} \cdot \frac{K''(K''-1)\ldots(K''-n''-1)}{1.2\ldots\ldots.n''}$ $\int \frac{s'^{n''-q}ds'}{(r8+r9s'+r7s'^2)^p}, \ldots\ldots (34)$. Si cercherà il valore di queſto integrale per mezzo delle formole (20) e (21) ovvero (22) e (25) ſecondo che $n''-q$ ſarà un numero poſitivo ovvero negativo, e ſi prenderà $K''+1$ volte mettendo ſucceſſivamente per n'' queſti valori $0, 1, 2, 3, \ldots K''$; e ſi conſerverà il ſegno $-$ ovvero il ſegno $+$ ſecondo che n'' ſarà pari o diſpari; nel caſo di $n''=0$, ſi porrà -1 in luogo del coefficiente $\mp\frac{K''(K''-1)\ldots}{1.2\ldots\ldots}$.

Paragonando fra di loro i denominatori $a+bx+cx^2$, $r8+r9s'+r7s'^2$ ſi avrà $x=s'$; $a=r8$; $b=r9$; $c=r7$, e $z=\frac{2r7s'+r9+g}{2r7s'+r9-g}$. Ma $s'=1+f1u=\frac{x}{x-f1}$; dunque $z=\frac{x(2r7+g+r9)-f1(g+r9)}{x(2r8+r9-g)-f1(r9-g)}$; e $s=\frac{2gs'}{r9+2r7s'-g}$ $=\frac{2gx}{x(2r7+r9-g)-f1(r9-g)}$; $r8=r7+f1(f1-r6)$; e $r9=r6f1-2r7$.

E' inutile di oſſervare che per $r1$ abbiamo inteſo di eſprimere il fattore reale che ha neceſſariamente il trinomio $y^3 + a1y + b1$; d' altronde ſi può ancora avvertire di ciò *a poſteriori*, poichè denotando per $r1$, $r2$, $r3$ le eſpreſſioni cardaniche come abbiam fatto, ſi ſa che ciaſcheduna di eſſe indifferentemente preſa è atta a rappreſentare una qualunque delle tre radici dell' equazione del 3.° grado $y^3 + a1y + b1 = 0$. (a)

Si ſarebbe ottenuto il medeſimo intento ponendo $x = \frac{1}{y}$, ed allora la formola da integrare ſarebbe divenuta della formola $\frac{x^q dx}{X^p}$ che abbiam di già ſviluppata. Se i trinomj $1 + r6u + r7u^2$, $r8 + r9s' + r7s'^2$ hanno i loro fattori immaginarj, allora ſi ritornerà alla formola (31).

Integrazione in ſerie finita della formola

$$\frac{x^{\pm q} dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4)^p}.$$

XXIX. Sia $x = y - \frac{f}{4h}$; ſi avrà $\frac{a}{h} + \frac{b}{h}x + \frac{c}{h}x^2 + \frac{f}{h}x^3 + x^4 = b^3 + b2y + b1y^2 + y^4$, dopo aver fatto per abbreviare $\frac{1}{h}\Big(a + \frac{f}{4h}\big(-b + \frac{cf}{4h} - \frac{3f^3}{4^3h^2}\big)\Big) = b3$; $\frac{1}{h}\Big(b + \frac{f}{2h}\big(-c + \frac{f^3}{4h}\big)\Big) = b2$, $\frac{1}{h}\big(c - \frac{3f^2}{8h}\big) = b1$.

Suppongo conformemente a i principj della riſoluzione delle equazioni del 4. grado, che il *quadrinomio* $y^4 + b1y^2 + b2y + b3$ ſia eguale al prodotto di queſti due trinomj $y^2 + \delta y + \beta$, $y^2 - \delta y + \gamma$; ſi ha, com'è noto in queſta ipoteſi $\delta^6 + 2b1\delta^4 + (b1^2 - 4b3)\delta^2 - b3 = 0$, equazione riduttibile al 3.° grado, ponendo $\delta^2 = D$; le quantità γ e β ſono date

---

(a) Veggaſi intorno a ciò una bell' opera del Sig. *Canterzani*, che ha per titolo: *Oſſervazioni del Sig.* Canterzani *ſul valor cardanico eſpoſte in una lettera diretta al Nobil Uomo Sig. Canonico* Girolamo Saladini, ecc. In Bologna 1787. nella Stamperia dell' iſtituto delle Scienze.

date per mezzo delle ſeguenti equazioni $\gamma = \frac{b_1 + \delta^2}{2} + \frac{b_2}{2\delta}$; $\beta = \frac{b_1 + \delta^2}{2} - \frac{b_2}{2\delta}$; ciò poſto, i fattori del quadrinomio $y^4 + b_1 y^2 + b_2 y + b_3$ ſono:

$$y - \frac{\delta}{2} - \sqrt{\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{b_2}{\delta}\right)\right)}$$

$$y - \frac{\delta}{2} + \sqrt{\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{b_2}{\delta}\right)\right)}$$

$$y + \frac{\delta}{2} - \sqrt{\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b_1 - \frac{b_2}{\delta}\right)\right)}$$

$$y + \frac{\delta}{2} + \sqrt{\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b_1 - \frac{b_2}{\delta}\right)\right)}$$

Se ſi mette in ciaſcheduno de' fattori precedenti il valore $x + \frac{f}{4^h}$ di y, e che ſi rappreſentino ſucceſſivamente per r_1', r_2', r_3', r_4' i termini conoſciuti di queſti fattori, ſi avrà $(x + r_1')(x + r_2')(x + r_3')(x + r_4') = \frac{a}{h} + \frac{b}{h}x + \frac{c}{h}x^2 + \frac{f}{h}x^3 + x^4$.

XXX. Sviluppiamo primieramente il caſo di $p = 1$, prendendo per numeratore la quantità $A + Bx + Cx^2 + Dx^3$; e ſupponghiamo i quattro fattori ineguali fra di loro; i trinomj $y^2 + \delta y + \beta$, $y^2 - dy + \gamma$ divengono in forza della ſoſtituzione di $x + \frac{f}{4h}$ ad y, $x^2 + \delta_1 x + \beta_1$, $x^2 + \delta_1 x + \gamma_1$, dopo aver fatto per abbreviare $\beta + \frac{f}{4h}\left(\delta + \frac{f}{4h}\right) = \beta_1$; $\frac{f}{2h} + \delta = \delta_1$; $\gamma + \frac{f}{4h}\left(\frac{f}{4h} - \delta\right) = \gamma_1$; $\frac{f}{2h} - \delta = \delta_2$; ſia

$$\frac{A + Bx + Cx^2 + Dx^3}{a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4} = \frac{1}{h}\left(\frac{A' + B'x}{x^2 + \delta x1 + \beta_1} + \frac{C' + D'x}{x^2 + \delta_2 x + \gamma_1}\right)$$

Si avrà, confrontando le quantità omogenee: $A'\gamma_1 + C'\beta_1 = A$,

$B'+D'=D$, $\delta_2 A'+\gamma_1 B'+\delta_1 C'+\beta_1 D'=B$, $A'+B'\delta_2+C'+D'\delta_1=C$. Da cui ſi deduce

$$A'=\frac{\beta_1((\beta_1)C-B(\delta_1-\delta_2)+D(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2))+A(\gamma_1-\beta_1+\delta_1(\delta_1-\delta_2))}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$B'=\frac{A(\delta_1-\delta_2)+B(\gamma_1-\beta_1)-C(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+D(\delta_1(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+\beta_1(\beta_1-\gamma_1)}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$C'=\frac{A(\beta_1-\gamma_1-\delta_2(\delta_1-\delta_2))+B\gamma_1(\delta_1-\delta_2)-\gamma_1 C(\beta-\gamma')+\gamma_1 D(\beta'\gamma_1\delta_2-\gamma_1\delta_1}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$D'=\frac{A(\delta_2-\delta_1)+C(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+B(\beta_1-\gamma')+D(\gamma_1(\gamma_1-\beta_1)-\delta_2(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2))}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

Si avrà dunque nel caſo de i 4 fattori ineguali del denominatore $\int\frac{(A+Bx+Cx^2+Dx^3)dx}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}=\frac{1}{h}\int\frac{(A'+B'x)dx}{x^2+\delta_1 x+\beta_1}+\frac{1}{h}\int\frac{(C'+D'x)}{x^2+\delta_2 x+\gamma_1}$, ... (35). Integrali che non preſentano veruna difficoltà, e che ſono dati al n.° (5).

XXXI. Se due de i quattro fattori del denominatore diviſo da h foſſero eguali fra di loro, per eſ., ſe $r_1'=r_2'$, non ſi farebbe allora altro cambiamento nelle determinazioni precedenti che di porvi $2r_1'$ invece di δ_2, e $r_1'^2$ per γ_1; e γ ſarebbe $=\frac{\delta^2}{4}$, δ eſſendo dato immediatamente da queſta equazione del 3.° grado $\delta^3+2b_1\delta+2b_2=0$, e le frazioni da integrare ſarebbono $\frac{1}{h}\int\frac{(A'+B'x)dx}{x^2+\delta_1 x+\beta_1}+\frac{1}{h}\int\frac{(C'+D'x)dx}{(x+r_1')^2}$.

Se tre de i quattro fattori del denominatore ſempre diviſo per h foſſero eguali fra di loro, ſe, per eſempio, $r_1'=r_2'=r_3'$, ſi avrebbe $\int\frac{(A+Bx+Cx^2+Dx^3)dx}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}$ $=\frac{1}{h}\int\frac{(A'+Bx+C'x^2)dx}{(x+r_1')^3}+\frac{1}{h}\int\frac{D'dx}{x+r_4'}$. E le ſeguenti equazioni darebbero il valore di A', B', C' e D',

$A'r_4'+r_1'^3 D'=A$, $A'+B'r_4'+3r_1'^2 D'=B$,

$3r_1'D'+C'r_4'+B'=C$, $C'+D'=D$, cioè

$$A' = \frac{r4'r1'^3\,(r4'D-C) + r1'^3\,B + A\big(r4'\,(3r1'-r4') - 3r1'^2\big)}{r4'^2\,(3r1'-r4') - r1'^2\,(3r4'-r1')}$$

$$B' = \frac{r1'^2(3r4'-r1')\,(r4'D-C) - (3r1'-r4')\,(A-r4'B)}{r4'^2\,(3r1'-r4') - r1'^2\,(3r4'-r1')}$$

$$C' = \frac{r1'D\big(3r4'^2 - r1'(3r4'-r1')\big) + r4'\,(B-r4'C) - A}{r4'^2\,(3r1'-r4') - r1'^2\,(3r4'-r1')}$$

$$D' = \frac{A - r4'\big(B + r4'(r4'D-C)\big)}{r4'^2(3r1'-r4') - r1'^2(3r4'-r1')}\,.$$

Il reſto non ha neſſuna difficoltà.

XXXII. Vengo al caſo generale, e ſuppongo che i fattori del quinomio $\frac{1}{h}\,(a+bx+cx^2+fx^3+x^4)$ ſiano reali ed ineguali fra di loro. Si ha $\frac{1}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}$ $= \frac{1}{h\,(x+r1')\,(x^3+r5'x^2+r6'x+r7')}$ dopo di aver fatto per abbreviare $r2'+r3'+r4'=r5'$; $r2'r3'+r2'r4'+r3'r4'=r6'$; e $r2'r3'r4'=r7'$. Sia $\frac{1}{(x+r1')\,(x^3+r5'x^2+r6'x+r7')} = \frac{u}{x^3+r5'x^2+r6'x+r7'}$; ſi ha $u = \frac{1}{x+r1'}$; $x = \frac{1-ur1'}{u}$; $dx = -\frac{du}{u^2}$; e $x^3+r5'x^2+r6'x+r7'$ $= \frac{1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3}{u^3}$, dopo aver poſto ſempre a cagione di maggiore ſemplicità $r5'=3r1'=r8'$, $r1'(3r1'-2r5')$ $+r6'=r9'$, $r7'+r1'\big(-r6'+r1'(r5'-r1')\big)=r10'$.

Dunque $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = -\frac{1}{h^p}\,.$ $\frac{u^{4p\mp q-2}(1-r1'u)^{\pm q}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Conſidero in primo luogo il caſo di $+q$; la frazione che ſi dovrà integrare ſarà $-\frac{1}{h}\int\frac{u^{4p-2-q}(1-r1'u)^q du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$; ma $(1-r1'u)^q$ $= \pm\frac{q\,(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.\,2\ldots\ldots n'''}\,r1'^{n'''}u^{n'''}$, prendendo $q+1$ volte queſto termine, ſoſtituendo ſucceſſivamente per n''' queſti valori $0, 1, 2, \ldots q$; quando $n''' = 0$, ſi porrà $+1$ per il coefficiente $\frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$, e per gli altri valori di n''' ſi conſerverà il ſegno ſuperiore, ovvero il ſegno inferiore, ſecondo che n''' ſarà pari ovvero diſpari.

Onde la frazione precedente diverrà $\mp \frac{r1'^{n'''}}{h^p}$.

$\frac{q(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.2\ldots\ldots n'''} \int \frac{u^{4p+n'''-q-2}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Sia per maggiore brevità $4p+n'''-q-2=K'''$, ſi avrà

$$\int \frac{x^q dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = \mp \frac{r1'^{n'''}}{h^p} \cdot \frac{q(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.2\ldots\ldots n'''}$$
$$\int \frac{u^{K'''}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}, \ldots (36).$$

Si prenderà $q+1$ volte queſto integrale ch'è dato per le formole (27) o (28) ſecondo che K''' è poſitivo o negativo, ſoſtituendo ſucceſſivamente per n''' i valori $0, 1, 2, 3, \ldots q$; ponendo mente di mettere -1 invece del coefficiente $\mp \frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$ quando $n''' = 0$; il ſegno ſuperiore quando n''' è pari; e l'inferiore quando n''' è diſpari.

XXXIII. Se q è un numero negativo, ſi ha $\int \frac{dx}{x^q X^p}$ $= -\frac{1}{h^p} \int \frac{u^{2(2p-1)+q}du}{(1-r1'u)^q(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Sia $1-r1'u=s''$, ſi avrà $u=\frac{1-s''}{r1'}$, e $1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3$ $=\frac{r11-r12s''+r13s''^2-r10's''^3}{r1'^3}$ dopo di aver fatto per abbreviare $r1'(r9'+r1'(r8'+r1'))+r10'=r11$; $r1'(2r9'+r1'r8')+3r10'=r12$; e $r1'r9'+8r10'=r13$. Dunque

$$\int \frac{dx}{x^q X^p} = \frac{1}{h^p r1'^{p+q-1}} \int \frac{(1-s'')^{2(2p-1)+q}ds''}{s''^q(r11-r12s''+r13s''^2-r10's''^3)^p}.$$

Sia $2(2p-1)+q=K^{IV}$ ſi avrà nel modo più volte accennato $(1-s'')^{K^{IV}} = \pm \frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots(K^{IV}-n^{IV}+1)}{1.2\ldots\ldots\ldots n^{IV}} s''^{n^{IV}}$. Dunque

$$\int \frac{dx}{x^q(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = \pm \frac{1}{h^p r1^{p-q-1}} \, .$$

$$\frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots(K^{IV}-n^{IV}+1)}{1.\,2.\ldots\ldots n^{IV}} \int \frac{s''^{K^V} ds''}{r11 - r12s'' + r13s''^2 - r10's^3)^p}$$

.... (37), eſſendo $K^V = n^{IV} - q$.

Si prenderà $K^{IV} + 1$ volte queſto integrale per mezzo delle formole (27), ovvero (28), ſecondo che K^V ſarà poſitivo ovvero negativo, ſoſtituendo ſucceſſivamente a n^{IV} i valori 0, 1, 2, ... K^{IV}; ſi conſerverà il ſegno ſuperiore, ovvero il ſegno inferiore, ſecondo che n^{IV} ſarà pari ovvero diſpari, e quando $n^{IV} = 0$ ſi porrà $+ 1$ in luogo del coefficiente $\frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots}{1.\,2.\ldots}$.

XXXIV. Egli è evidente che le formole (36) e (37) poſſono ancora fornire in virtù delle formole antecedenti, da cui eſſe dipendono, la ſoluzione del caſo in cui due de' quattro fattori del *quinomio* $a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4$ ſono reali, gli altri due immaginarj.

Se ſi foſſe poſto $x = \frac{1}{y}$, l'integrale di $\frac{dx}{x^q X^p}$ ſarebbe divenuto quello di una frazione di queſta forma $\frac{x^q dx}{X^p}$, come abbiamo di già oſſervato.

XXXV. Reſta a dare la ſoluzione del caſo, in cui i quattro fattori del mentovato quinomio ſono immaginarj; noi conſeguiremo queſto ſcopo coll'analiſi ſeguente, la quale abbraccia ancora l'ipoteſi di due reali, e di due immaginarj de' fattori in quiſtione.

Abbiamo di già rappreſentato il quinomio $a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4$ per lo prodotto di due fattori del 2.° grado; ſe i fattori *ſemplici* di uno di queſti fattori *doppj* ſono immaginarj, ſi ſa ch'eſſi hanno neceſſariamente queſta forma $x - l - i\sqrt{-1}$, $x - l + i\sqrt{-1}$, in modo che il loro prodotto divenga una quantità reale $= x^2 - 2lx + l^2 + i^2$; ed il prodotto degli altri due fattori ſemplici reali ſarà $= x^2 + bx + a$; ſe poi queſti foſſero ancora immaginarj, ciaſcheduno di loro avrebbe ſimilmente queſta forma $x - l'$

$+i'\sqrt{-1}$, $x-l'-i'\sqrt{-1}$, eſſendo il loro prodotto una quantità reale $= x^2 - 2l'x + l'^2 + i'^2$. Supponendo dunque $a + bx + cx^2 + fx^3 + bx^4 = b(x^2 + ix + i2)(x^2 + i3x + i4)$, ciaſcheduno de' trinomj $x^2 + ix + i2$, $x^2 + i3x + i4$ potrà rappreſentare il prodotto de i quattro fattori ſemplici, reali o immaginarj, preſi però due a due come ſi conviene. Si ha dunque nel caſo di due fattori ſemplici reali, e di due immaginarj, ovvero di tutti i quattro fattori immaginarj

$$\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+bx^4)^p} = \frac{x^{\pm q}dx}{b^p\big((x^2+ix+i2)\,(x^2+i3x+i4)\big)^p}.$$

Egli è quiſtione di trovare le frazioni parziali, che hanno per denominatore ciaſcheduno de' fattori precedenti; ma giova proporſi un problema ancor più generale di queſto, cioè di determinare le frazioni parziali, che naſcono da queſta $\dfrac{1}{(x^2+ix+i2)^q\,(x^2+i3x+i4)^s}$; eſſendo q e s de' numeri qualunque interi, pongo $s > q$, in guiſa che $x^2 + i3x + i4$ ſia la formola del 2.° grado alzata a una potenza maggiore di q; ipoteſi che non limita in alcun modo la generalità del problema, dalla cui ſoluzione trarrò poi quella di $s = q = p$, la quale forma propriamente il noſtro caſo.

Si ha $(x^2+ix+i2)^q = x^{2q} + q1x^{2q-1} + q2x^{2q-2} + q3x^{2q-3} + \ldots\ldots + q(2q-1)x + q(2q)$. Il numero de' termini è $= 2q+1$, ed i coefficienti $q1$, $q2$, $q3$, ecc. ſono dati per le leggi conoſciute della potenza q ſviluppata del trinomio $x^2 + ix + i2$; alla ſteſſa maniera $(x^2 + i3x + i4)^s = x^{2s} + s1x^{2s-1} + s2x^{2s-2} + s3x^{2s+3} + \ldots\ldots + s(2s-1)x + s(2s)$; eſſendo il numero de' termini $= 2s+1$, e $s1$, $s2$, $s3$, ecc. i coefficienti della potenza s ſviluppata del trinomio $x^2 + i3x + i4$.

Fingo $\dfrac{1}{(x^2+ix+i2)^q\,(x^2+i3x+i4)^s}$

$$= \frac{c(2q)+c(2q-1)x+c(2q-2)x^2+\ldots+c4x^{2q-4}+c3x^{2q-3}+c2x^{2q-2}+c1x^{2q-2}}{q(2q)+q(2q-1)x+\ldots\ldots\ldots+q2x^{2q-2}+q1x^{2q-1}+x^{2q}}$$
$$+ \frac{f(2s)+f(2s-1)x+f(2s-2)x^2+\ldots+f4x^{2s-4}+f3x^{2s-3}+f2x^{2s-2}+f1x^{2s-1}}{s(2s)+s(2s-1)x+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+s2x^{2s-2}+s1x^{2s-1}+x^{2s}}$$

eſſendo $c1$, $c2$, $c3$, ecc; $f1$, $f2$, $f3$, ecc. delle indeterminate, che troveremo fra poco.

Nell' ipoteſi ſempre di $s > q$ moltiplico il denominatore della 2.ª frazione per il denominatore della prima, e ne diſpongo il prodotto come ſegue.

$$c(2q)s(2s)+c(2q-1)s(2s-1)x+c(2q)s(2s-2)x^2+\ldots+c(2q)x^{2s}+c(2q-1)x^{2s+1}+\ldots+c1x^{2(s+q)-1}$$
$$+c(2q-1)s(2s)x+c(2q-1)s(2s-1)x^2+\ldots+c(2q-1)s1x^{2s}+\ldots.$$
$$c(2q-2)s(2s)x^2+\ldots.+c(2q-2)s2x^{2s}+\ldots.$$
ecc. ecc.

Abbiamo moltiplicato $2s+1$ termini per $2q$ termini, vediamo dunque come nel noſtro prodotto ſi contengono $2q(2s+1)$ termini; il numero de' termini della prima ſerie orizzontale è $= 2(q+s)$, quello della 2.ª ſerie orizzontale è $= 2(s+q)-2$, quello della 3.ª ſerie orizzontale è $= 2(s+q)-4$, e così del reſto; ma vi ſono $2q$ ſerie, dunque il numero de' termini dell'ultima ſerie orizzontale è $2(s-q+1)$; dunque il numero totale de' termini è $=2q(2s+1)$ $=$ al numero neceſſario.

Se ſi conſiderano attentamente i coefficienti de' termini omogenei, che formano delle ſerie verticali nel prodotto precedente, ſi vedrà che il coefficiente di x^K, prendendo K da $K=0$ inſino a $K=2q-1$, è $= c(2q)s(2s-K)+c(2q-1)s(2s-K+1)+c(2q-2)s(2s-K+2)+\ldots.. c(2q-K)s(2s)$; il cui numero de' termini è evidentemente $= K+1$.

Similmente ſi troverà che il coefficiente di $x^{2q+K'}$, prendendo K' da $K'=0$ inſino a $X'=2s-2q$, è $=c(2q)s(2s-2q-K')+c(2q-1)s(2s-2q-K'+1)+c(2q-2)s(2s-2q-K'+2)+\ldots+c1s(2s-K'-1)$; il cui numero di termini è $= 2q$.

Si troverà nella ſteſſa maniera che il coefficiente di $x^{2s+K''}$, prendendo K'' da $K''=0$ inſino a $K''=2q-1$, è $= c(2q-K''+c(2q-K''-1)s1+c(2q-K''-2)s2+\ldots..+c1s(2q-K''-1)$, il cui numero di termini è $= 2q-K''$. Moltiplicando ora il numeratore della 2.ª frazione per il denominatore della 1.ª ne deſcrivo il prodotto come ſegue:

$$q(2q)f(2s)+q(2q)f(2s-1)xq(2q)f(2s-2)x^2+\ldots+q(2q)f1x^{2s-1}+q(2q-1)f1x^{2s}+\ldots+f1x^{2(q+s)-1}$$
$$q(2q-1)f(2s)x+q(2q-1)f(2s-1)x^2+\ldots+q(2q-1)f2x^{2s-1}+\ldots\ldots$$
$$+q(2q-2)f(2s)x^2+\ldots+q(2q-2)f3x^{2s-1}+\ldots.$$
ecc. ecc.

Abbiamo moltiplicato $2s$ termini per $2q-1$ termini; vediamo ſe il noſtro prodotto contiene $2s(2q+1)$ termini; il numero de i termini della 1.ª, 2.ª, 3:ª, ecc. ſerie orizzontale è riſpettivamente $= 2(q+s)$, $2(q+s)-2$, $2(q+s)-4$, ecc. ma vi ſono $2q+1$ ſerie orizzontali; dunque l'ultima contiene $2(s-q)$ termini; dunque il numero totale de i termini è $= 2s(2q+1) =$ al numero neceſſario.

Se ſi pon mente a i coefficienti de' termini omogenei che giacciono in colonne verticali nel prodotto precedente ſi troverà facilmente, 1.° che il coefficiente di x^K, prendendo K da $K=0$ inſino a $K=2q$, è $= q(2q)f(2s-K)+q(2q-1)f(2s-K+1) + q(2q-2)f(2s-K+2)+\ldots+q(2q-K)f(2s)$, il cui numero de' termini $=K+1$; 2.° che il coefficiente di $x^{2q+K'}$, prendendo K' da $K'=1$ inſino a $K'=2(s-q)-1$, è $= q(2q)f(2s-2q-K')+q(2q-1)f(2s-2q-K'+1) + q(2q-2)f(2s-2q-K'+2)+\ldots\ldots+f(2s-K')$, il cui numero de' termini è $=2q+1$; 3.° che il coefficiente di $x^{2s+K''}$, prendendo K'' da $K''=0$ inſino a $K''\ 2q-1$, è $= q(2q-K''-1)f1+q(2q-K''-2)f2+q(2q-K''-3)f3 +\ldots+f(2q-K'')$, il cui numero de' termini è $=2q-K''$.

XXXVI. Paragonando finalmente i coefficienti trovati delle medeſime potenze di x, ſi ha queſta ſerie di equazioni.

COEFFICIENTE di x^0.

$$(38)\ldots,\ c(2q)\,s(2s)-q(2q)\,f(1\,2s)=.$$

COEFFICIENTE di x^K

prendendo K da $K=1$ inſino a $K=2q-1$; il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' termini negativi $=K+1$.

$$\begin{array}{ll} & c(2q)s(2s-K)+c(2q-1)s(2s-K+1)+c(2q-2)s(2s-K+2)+\ldots+c(2q-K)s(2s) \\ (39)\ldots\ldots & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad =0 \\ & -q(2q)f(2s-K)-q(2q-1)f(2s-K+1)-q(2q-2)f(2s-K+2)+\ldots-q(2q-K)f(2s) \end{array}$$

COEFFICIENTE di x^{2q}

il numero de' termini poſitivi è $=2q$; il numero de' termini negativi $=2q+1$.

$$(40)\ldots\ \begin{aligned}&c(2q)s(2s-2q)+c(2q-1)s(2s-2q+1)+c(2q-2)s(2s-2q+2)+\ldots+c1s(2s-1)\\&-q(2q)f(2s-2q)-q(2q-1)f(2s-2q+1)-q(2q-2)f(2s-2q+2)-\ldots\ldots-f(2s)\end{aligned}=0$$

Coefficiente di $x^{2q+K'}$

prendendo K' da $K'=1$ inſino a $K'=2s-2q-1$, il numero de' termini poſitivi è $=2q$; quello de' termini negativi è $=2q+1$.

$$(41)\ldots\ \begin{aligned}&c(2q)s(2s-2q-K')+c(2q-1)s(2s-2q-K'+1)+c(2q-2)s(2s-2q-K+2)+\ldots+c1s(2s-K'-1)\\&-q(2q)f(2s-2q-K')-q(2q-1)f(2s-2q-K'+1)-q(2q-2)f(2s-2q-K'+2)-\ldots-f(2s-K')\end{aligned}=0$$

Coefficiente di x^{2s}

il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de i termini negativi, $=2q$.

$$(42)\ldots\ \begin{aligned}&c(2q)+c(2q-1)s1+c(2q-2)s2+c(2q-3)s3+\ldots+c1s(2q-1)\\&-q(2q-1)f1-q(2q-2)f2-q(2q-3)f3-\ldots-f(2q)\end{aligned}=0$$

Coefficiente di $x^{2s+K''}$

prendendo K'' da $K''=1$ inſino a $K''=2q-1$; il numero de' termini poſitivi è eguale al numero de' termini negativi, $=2q-K''$.

$$(43)\ldots\ \begin{aligned}&c(2q-K'')+c(2q-K''-1)s1+c(2q-K''-2)s2+\ldots+c1s(2q-K''-1)\\&-q(2q-K''-1)f1-q(2q-K''-2)f2-q(2q-K''-3)f3-\ldots-f(2q-K'')\end{aligned}=0$$

Abbiamo $2(s+q)$ incognite a determinare; ma i ſiſtemi di equazioni (38), (39), (40), (41), (42) e (43) danno riſpettivamente 1, $2q-1$, 1, $2s-2q-1$, 1, $2q-1$, cioè $2(s+q)$ equazioni; dunque il numero di queſte è eguale al numero delle incognite.

XXXVII. Egli è facile di trarre dalla ſoluzione precedente quella del problema in quiſtione. Sia dunque $s = q = p$; ſuppongo $(x^2 + ix + i2)^p = x^{2p} + q1x^{2p-1} + q2x^{2p-2} + \ldots + q(2p-1)x + q(2p)$; e $(x^2 + i3x + i4)^p = x^{2p} + p1x^{2p-1} + p2x^{2p-2} + \ldots + p(2p-1)x + p(2p)$; e la frazione

$$\frac{1}{\left((x^2 + ix + i2)(x^2 + i3x + i4)\right)^p}$$
$$= \frac{c(2p) + c(2p-1)x + c(2p-2)x^2 + \ldots + c2x^{2p-2} + c1x^{2p-1}}{q(2p) + q(2p-1)x + \ldots\ldots + q1x^{2p-1} + x^{2p}}$$
$$+ \frac{f(2p) + f(2p-1)x + f(2p-2)x^2 + \ldots + f2x^{2p-2} + f1x^{2p-1}}{p(2p) + p(2p-1)x + \ldots + p1x^{2p-1} + x^{2p}}.$$

Dunque ponendo, come conviene di fare, nelle equazioni precedenti p invece di s, e di q, ſi avrà queſta ferie di equazioni.

COEFFICIENTE di x^0.

$$(44) \ldots\ c(2p)p(2p) - q(2p)f(2p) = 1.$$

COEFFICIENTE di x^K

prendendo K da $K = 1$ inſino a $K = 2p - 1$, il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' negativi $= K + 1$.

$$(45) \ldots\ \begin{array}{l} c(2p)p(2p-K) + c(2p-1)p(2p-K+1) + p(2p-K+2)c(2p-2) + \ldots + c(2p-K)p(2p) \\ -q(2p)f(2p-K) - q(2p-1)f(2p-K+1) - f(2p-K+2)q(2p-2) - \ldots - q(2p-K)f(2p) \end{array} = 0$$

COEFFICIENTE di x^{2p}

il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' termini negativi $= 2p$.

$$(46) \ldots\ \begin{array}{l} c(2p) + c(2p-1)p1 + c(2p-2)p2 + \ldots + c1p(2p-1) \\ -q(2p-1)f1 - q(2p-2)f2 - q(2p-3)f3 - \ldots - f(2p) \end{array} = 0$$

COEFFICIENTE di $x^{2p+K'}$.

prendendo K' da $K'=1$ inſino a $K'=2p-1$, il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' negativi $=2p-K'$.

$$(47)\dots\quad \begin{array}{l} c(2p-K')+c(2p-K'-1)p1+c(2p-K'-2)p2+\dots+c1p(2p-K'-1) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 0 \\ -q(2p-K'-1)f1-q(2p-K'-2)f2-q(2p-K'-3)f3-\dots-f(2p-K') \end{array}$$

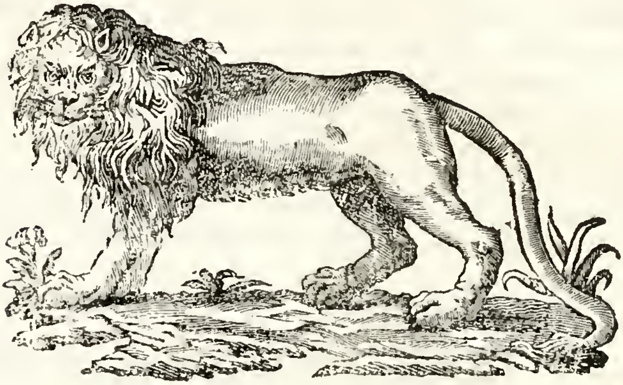
I ſiſtemi di equazioni (44) e (45) ſono dedotti da i ſiſtemi di equazioni (38) e (39); e i ſiſtemi (46) e (47) da i ſiſtemi (42) e (43). Egli è evidente, che allora i ſiſtemi (40) e (41) divengono nulli, o eguali a zero.

Si hanno dunque $4p$ equazioni, per mezzo delle quali ſi troveranno i valori delle $4p$ incognite; ma il procedere dell' eliminazione, da cui dipende queſta ricerca, è lungo d'aſſai, e capace a preſentare ſovente de' grandi oſtacoli, malgrado gli artifizj inſigni uſati per ſormontargli da i più celebri Geometri del noſtro ſecolo; ciò non oſtante ſi può con diritto affermare aver noi conſeguito l'intento propoſto, per aver ridotto l'unico lavoro che reſta da eſeguirvi a delle pure operazioni di Algebra finita, le quali in generale ſono ſempre poſſibili. Si ha dunque nel caſo di due, o di quattro fattori immaginarj della quantità $a+bx+cx^2+fx^3+hx^4$,

$$\int\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}=\text{Coſt.}+\frac{c(2p-t)}{h^p}\int\frac{x^{t\pm q}dx}{(x^2+ix+i2)^p}+\frac{f(2p-t)}{h^p}\int\frac{x^{t\pm q}dx}{(x^2+i3x+i4)^p},\ \dots\dots(48).$$

Si ſoſtituiranno ſucceſſivamente in queſti integrali, che ſono dati per le formole precedenti, a t i valori 0, 1, 2, 3, ... $2p-1$.

XXXVIII. Da queſti principj ſi potrebbe prendere argomento di alzarſi ad una maggiore generalità, tentando l'integrazione delle formole, i cui denominatori foſſero potenze qualunque di formole ſuperiori al 4.° grado; ora eſſo fiſſando a' dì noſtri il termine della riſoluzione delle equazioni, i noſtri riſultati ſarebbero propriamente ipotetici. Ma oltre a che i metodi di approſſimazione per ottenere le radici delle equazioni ſono moltiplici, e perfezionati di molto, una ſimile conſiderazione non c' impedirà mai di occuparci ulteriormente di queſta maniera, ben ſapendo, come ha ricordato più volte l' immortale Eulero, che il calcolo integrale giungerebbe ad un grado altiſſimo di perfezione, ſe ſi poteſſero ridurre le difficoltà a quelle, che la ſola Algebra finita ci preſenta.



OSSERVAZIONI

SULLA NUOVA TEORIA, E NOMENCLATURA CHIMICA COME INAMMISSIBILE IN MINERALOGIA

Del P. D. Ermenegildo Pini.

I. La Mineralogia è tanto conneſſa colla Chimica; che quella non può eſſere indifferente alle novità, che in queſta vanno intervenendo. Il Mineralogiſta raccoglie i prodotti minerali, e li claſſifica, fiſſandone poche proprietà, ma caratteriſtiche, e diſtinte. Il Chimico gli analizza, e dalle analiſi riſulta una più compiuta notizia dei medeſimi, anzi ſpeſſo dipende la loro claſſificazione, e denominazione. Ma la valutazione dei riſultati analitici per lo più dipende dalle Teorie; e queſte generalmente non hanno quel fondamento che vi ſuppongono i loro Autori. In mezzo pertanto alla rivoluzione, che recentemente fu introdotta non ſolo nella Teoria, ma anche nella Nomenclatura Chimica, la Mineralogia non può rimaner tranquilla. Se la mutazione fu un miglioramento, il Mineralogiſta lo deve ſeguire; ſe fu un peggioramento, ſarà del ſuo ufficio l'eſcluderla.

II. Le circoſtanze, che accompagnano la prima comparſa di queſta Teoria eſpoſta nel libro intitolato *Methode de Nomenclature Chimique propoſée par M. M. de Morveau, Lavoiſier, Bertholet, & de Fourcroy* ſono del tutto atte a formare ſeguaci ſenza ulteriori eſami. Il riſpettabile nome di uno ſolo di queſti inſigni Chimici poteva baſtare per dare credito alla propoſta Teoria; e l' eſſere tutti e quattro concorſi a formarla ſembra dare alla medeſima una deciſa certezza. Le eſperienze, che vi ſi eſpongono, ſono delle più eſatte ed ingegnoſe. I precetti per formare una Teoria ed una Nomenclatura ſono i più ſaggi, e prudenti. La confidenza, che eſſi moſtrano nelle coſe da eſſi propoſte, raſſicurano il lettore da ogni timore di errare, ſicchè a loro parere niſſuno può ricuſare di ammetterle ſe non chi ne ſia ritenuto dall'attacco alle vecchie opinioni. Ma chiunque conſidera che l'amore di novità è un veicolo di nuove falſità più di quel che l'attacco alle precedenti opinioni ſia oſtacolo a nuove verità, non ſi laſcerà facilmente ſorprendere da belle apparenze di una nuova Teoria. Se inoltre conſidererà che i più grandi travagliatori in Chimica non ſogliono eſſere i più atti compoſitori di teorie, troverà un altro motivo per non laſciarſi ſedurre da que' riſpettabili nomi. Se finalmente ſaprà che nelle accennate eſperienze operarono anche mani più delicate delle virili, non ſi maraviglierà come in quelle ſieno intervenuti tanti operatori, e ſieno ſtate valutate oltre al dovere.

III. Le recenti ſcoperte furono dai loro Autori dirette ad eſcludere la dottrina Sthaliana del Flogiſto. Queſta ſebbene abbia dato il fondamento a molte denominazioni mineralogiche, ed a molte oſſervazioni metallurgiche, pure a me non mai ſembrò abbaſtanza chiara; nè io feci uſo di tal vocabolo ſe non perchè era comodo a ſpiegare molte variazioni intervenienti nei corpi. Per lo che ſe la nuova Teoria ſoſtituiſſe al flogiſto qualche principio più chiaro, o almeno più comodo, eſſa non troverebbe in me l' oſtacolo di preoccupata opinione. Ma troppo è lontana dall'avere fatto queſto paſſo. La nuova Teoria, come aſſumo di provare, introduce elementi [illegible]ici, e non riconoſcibili, nè eſſa diſcende dalle belle [illegible]ze che ſi producono; e la Nomenclatura non è coerente alle ſagge maſſime che eſſi hanno premeſſe; epperò nè queſta nè quella può eſſere introdotta in Mineralogia. Su di che io qui ſoggiugnerò che avendo eſſi mutati i principj, ed i nomi uſati nella Chimica conviene pure mutare il nome alla ſcienza da eſſi ſondata; la quale poichè conſiſte in ſemplici aſtrazioni, io per brevità chiamerò *Metachimica*, come già da Fiſica ſi derivò il nome di *Metafiſica*, che è la ſcienza delle coſe aſtratte.

CAPO I.

Sui principj fondamentali della nuova Teoria derivati dalla immaginata compoſizione dell' acqua.

IV. Tre ſono le ſoſtanze, che da' Metachimici ſi aſſumono come indecompoſte, oſſia come elementi, in quanto che coll'arte non ſi poſſono riſolvere in altre, e ſono il *Calorico*, l'*Oxigene*, e l'*Idrogene*, alle quali alcuni aggiungono la quarta, cioè la *Luce*. Nel fiſſare l'idea del calorico non ſono meno indeterminati di quel che foſſero i Stahliani nel determinare il flogiſto. In ogni modo ſembra che ordinariamente intendano la materia del calore, o anche del ſuoco, la quale ſecondo eſſi o è fiſſa nei corpi, o libera. Col nome di *Oxigene* intendono una ſoſtanza generatrice degli acidi, e con quello d'*Idrogene* una ſoſtanza generatrice dell'acqua. Da queſti elementi derivano la compoſizione di molte altre ſoſtanze e la ſpiegazione di varj fenomeni chimici introducendo certe loro arbitrarie affinità. Così dalla compoſizione del calorico coll' oxigene dicono, che riſulta quel fluido aeriforme, o gaſſo, che già era noto ſotto il nome di aria deflogiſticata, o vitale, e che eſſi chiamano *gaſſo oxigeneo*. Dalla combinazione del calorico ſteſſo coll' idrogene derivano quell'altro fluido aeriforme, che agli Antichi pure era noto, e che ſolevaſi chiamare aria infiammabile, ed a queſto hanno dato il nome di *gaſſo idrogeneo*. Finalmente dalla combinazione dell'oxigene, e dell'idrogene pretendono eſſere compoſta l' acqua, la quale perciò eſſi non riguardano come un elemento. In queſta eſpoſizione è da ritenere che l' oxigene è una ſoſtanza aſſai diverſa dal *gaſſo oxigeneo*, e che l'idrogene è pure aſſai diverſo dal *gaſſo idrogeneo*; ſebbene però gl' Inventori di tali nomi non poſſano preciſare in che conſiſta la diverſità, sì perchè il calorico, che aſſumeſi come un componente dei due gaſſi, è indeterminato, e sì anche perchè ignoraſi che coſa ſia ciaſcuno degli altri loro componenti cioè l' oxigene, e l' idrogene.

V. Le eſperienze fondamentali di tutto queſto ſiſtema ſono due. La prima è, che miſchiando 85 grani d' aria vitale, o gaſſo oxigeneo, con 15 grani di aria infiammabile, o gaſſo idrogeneo, ed infiammando tale miſchianza in vaſe chiuſo, ſi trovano dopo la combuſtione 100 grani di acqua, cioè un peſo eguale a quello della ſomma dei due gaſſi. Che dalla combuſtione di queſti riſultaſſe acqua, già eraſi trovato dall'eſimio *Cavendiſh*, il quale però non pensò a quelle conſeguenze che i Metachimici ne deducono. Vogliono eſſi, che per l'infiammazione i due gaſſi abbiano perduto il loro calorico, e che ſieno rimaſte le loro baſi, cioè l'oxigene, e l'idrogene, dalla combinazione delle quali ſia riſultata l'acqua; e con ciò ſtimano provata la compoſizione dell'acqua per ſinteſi. Paſſano quindi a confermarla per analiſi colla ſeguente eſperienza, in cui ſtimano di eſſere giunti a riſolvere l'acqua nei due immaginati componenti. In un atto apparato ſi faccia paſſare goccia a goccia dell'acqua per un tubo di ferro, che ſia mantenuto rovente, e ſi raccolga ciò che ſi ſviluppa nell'operazione. Si otterrà una certa quantità di gaſſo idrogeneo oſſia di aria infiammabile, ed inoltre una porzione del ferro ſi troverà calcinata, ed aumentata di peſo, e queſto aumento di peſo unito al peſo del gaſſo idrogeneo farà una ſomma eguale al peſo dell'acqua impiegata nell'operazione. Da che conchiudono, che l'acqua fu riſoluta in *idrogene*, che ſi unì col calorico, e formò il gaſſo idrogeneo, ed in *oxigene*, che ſi unì colla ſoſtanza metallica aumentandone il peſo. Il raziocinio da eſſi tenuto per venire a tali conſeguenze è il ſeguente meſſo nel ſuo più chiaro lume. Quaſi tutti i corpi ſecondo la maggiore quantità di calorico, con cui ſi combinano, paſſano dalla ſolidità a quello di fluidità, e da queſta allo ſtato di gaſſo. I due gaſſi pertanto idrogeneo, ed oxigeneo devono eſſere due ſoſtanze combinate con molto calorico. Queſti altronde ſono molto diverſi di qualità, e tale diverſità non può intenderſi, quando ſi aſſuma che ambedue i gaſſi ſieno una combinazione di calorico con una ſteſſa ſoſtanza, per eſempio con acqua. Conviene dunque aſſumere che la diverſità dei due gaſſi provenga da due diverſe ſoſtanze. Ora queſte devono eſſere due componenti dell'acqua: giacchè nella prima eſperienza dai due gaſſi, che per la combuſtione perdono il calorico, ſi ritrae acqua, e nella ſeconda, in cui ſi ha una combinazione del calorico coi componenti dell'acqua, ſi ottiene l'idrogene unito col calorico nel gaſſo idrogeneo,

geneo, e l' oxigene unito col ferro. Altronde in ambe le eſperienze il peſo dell' acqua trovaſi eguale alla ſomma dei peſi dei due gaſſi, o anzi dell' oxigene, e dell' idrogene: onde deveſi ammettere, che l' acqua ſia compoſta di queſte due ſoſtanze.

VI. In tali deduzioni da eſſi fatte ſu queſte ed altre ſimili eſperienze hanno tanta confidenza, che alla pagina 297 della Nomenclatura Chimica così ſi eſprimono: *Rien n' eſt ſuppoſé dans ces explications: tout eſt prouvè le poids, & la meſure à la main.* Se tale eſultazione da altri veniſſe, che da uomini di quel merito, che in eſſi ognuno riconoſce, potrebbeſi eſſa paragonare a quella di colui, che ſi gloriaſſe di avere ſuonato un bel concerto perchè aveva la zampogna in mano, e vi ſoffiò dentro. La bilancia, e la miſura in queſta eſperienza che dicono? Non altro al più ſe non che il peſo dell' acqua fu uguale a quello dei due gaſſi. Ma per determinare la natura dei corpi, ciò che riſulta dalle loro compoſizioni, e riſoluzioni, e la cagione, per cui da certe operazioni ſi hanno certi riſultati, baſta egli il ſolo peſo? La coſa non è certamente così: giacchè è manifeſto che un dato peſo può riſultare da corpi di qualità diverſiſſima. E quando pure così foſſe, dovrebbero dalla prima eſperienza dedurre, che i due gaſſi nell' infiammazione niente abbiano perduto della loro ſoſtanza, giacchè dopo di quella eſſi trovano ancora in acqua lo ſteſſo peſo. In ogni modo dicono, che per l' infiammazione i due gaſſi hanno perduto almeno una certa quantità della loro ſoſtanza, cioè di calorico, ed a queſta perdita attribuiſcono tutta la variazione dei due gaſſi in acqua. Qual fondamento può dunque avere la loro teoria nella bilancia, e nella miſura, ſe queſte non fanno conoſcere la ſottrazione del calorico, oſſia la principal cagione da eſſi immaginata di tutta la mutazione intervenuta? Il dire pertanto che la compoſizione dell' acqua, e la teoria ſu quella fondata è dedotta immediatamente da quelle eſperienze ſenza che v' intervengano ſuppoſizioni, è lo ſteſſo che preſentare l' ombra in vece del corpo. L' eſperienza prima non altro dice immediatamente ſe non che dall' infiammazione dei due accennati gaſſi riſulta acqua, e poichè queſto riſultato è un fatto, niſſuno ne dubita. Nell' apparato eſperimentale intervengono almeno tre coſe, cioè i due gaſſi, e l'infiammazione loro. La conſeguenza immediata dovrebbe eſſere al più, che l'acqua è compoſta di gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo, e non di oxigene, ed idrogene: giacchè il compoſto in Chimica ſi deriva da quelle ſoſtanze note, e già riconoſciute per diverſe che immediatamente ſi fanno entrare nella compoſizione. Così il tartaro vitriolato diceſi compoſto di acido vitriolico, e di alkali fiſſo in quanto che quello riſulta immediatamente dalla combinazione di queſti due ſali. Rimarrà quindi a determinare che coſa ſieno i due gaſſi oxigeneo, ed idrogeneo, come altri potrebbe cercare che coſa ſia l'acido vitriolico, e l' alkali fiſſo. Ma benchè ſi trovaſſero certi componenti di queſti due ſali, ſempre però il tartaro vitriuolato ſi riguarderebbe come compoſto di acido vitriuolico, e di alkali fiſſo, e nello ſteſſo modo l' acqua, ſtando alla ſola eſperienza, dovrà riguardarſi al più come compoſta di que' due gaſſi ridotti allo ſtato concreto, come nel tartaro vitriolato ſono ridotti concreti l'acido vitriolico, e l' alkali fiſſo che ſi fecero entrare liquidi nella compoſizione. Dico al più, perchè ſe ognuno di eſſi non foſſe che una modificazione di acqua, allora il riſultato acqueo dell' eſperienza non ſarebbe una compoſizione, ma una reſtituzione dell' acqua nel primiero ſuo ſtato; cioè a dire l' acqua ſarebbe una ſoſtanza non prodotta nell' eſperienza, ma ſoltanto eſtratta, o edotta. In ogni modo ſiccome i due ſuppoſti componenti, cioè l'oxigene, e l'idrogene, non mai ſi vedono nell'apparato eſperimentale, nè in altro modo ſono ſeparatamente riconoſcibili per proprietà ſenſibili, perciò queſti non ſi potrebbero riguardare come ſoſtanze immediatamente dedotte dall' eſperienza neppure quando ſi provaſſe altronde che realmente da quelle riſulta acqua. Ma ſecondo la realtà eſſe non ſi poſſono introdurre ſe non in virtù di congetture, quali ſono le ſopraccennate (§. 5.), le quali ſono appoggiate ad una ſerie di falſe, o arbitrarie ipoteſi, che a ſuo luogo verrò partitamente eſponendo.

VII. In queſto luogo ſolo intendo a moſtrare come la compoſizione, e riſoluzione dell'acqua è dedotta contro tutte le regole logiche non che chimiche. Quanto alla compoſizione, la coſa è abbaſtanza provata dalle poc' anzi eſpoſte oſſervazioni, dalle quali riſulta, che eſſi aſſeriſcono la compoſizione dell'acqua ſenza avere date le pruove per aſſicurare che queſta ſia anzi un eſtratto (*eductum*) che un prodotto (*productum*); e le ſteſſe rifleſſioni ſono applicabili anche alla riſoluzione. In fatti nell'apparato dell'eſperienza diretta a provare tal riſoluzione interviene calorico, acqua, e ferro. Il riſultato dell'azione del calorico è gaſſo infiammabile, o idrogeneo, e ferro calcinato con aumento di peſo. Come dunque ſi può dire dedotta immediatamente dall'eſperienza la riſoluzione dell'acqua in oxigene, ed idrogene, ſe i riſultati immediati non ſono nè oxigene, nè idrogene? Ma, dicono eſſi, l'oxigene ſi è unito col ferro, e l'idrogene col calorico; e la pruova è che l'aumento del peſo del ferro unitamente al peſo del gaſſo idrogeneo è per l'appunto eguale al peſo dell'acqua conſunta. Io non credo, che dal peſo ſiaſi mai dedotta una più leggera conſeguenza. Poniamo per vera queſta eguaglianza. Chi non vede, che in molte maniere, e da diverſiſſime ſoſtanze ſi può ottenere un dato peſo? Aſſumiamo per eſempio, che il ferro nell'operazione perda qualche ſoſtanza, nel mentre che ne acquiſta un'altra, e che la ſoſtanza perduta ſia una certa qualità di calorico inſiammabile, che ſarà dichiarata al §. 39, e che io chiamo *Flogico*. Poniamo inoltre che queſto flogico vada ad unirſi con una porzione dell'acqua, e formi il gaſſo idrogeneo, o infiammabile; come pure che la ſoſtanza acquiſtata dal ferro ſia una porzione di acqua. In tal caſo il peſo del gaſſo infiammabile, e l'aumento del peſo riſultante dal ferro ſarebbe tutto proveniente da acqua, e la ſomma del peſo di quelli potrebbe eſſere eguale al peſo dell'acqua conſunta ſenza che perciò ſi poteſſe inferire l'eſiſtenza nè dell'oxigene, nè dell'idrogene. Per dedurre adunque da quella eguaglianza di peſi ciò che eſſi vogliono, dovrebbero ſecondo le regole chimiche avere provato eſperimentalmente, che il ferro non abbia dimeſſa veruna ſoſtanza, e che l'aumento del ſuo peſo non ſia provenuto da combinazione con acqua: il che nè fecero, nè poſſono fare. Sonovi anzi molti eſperimenti, dai quali ſi può congetturare primamente, che alla formazione del gaſſo infiammabile nell'accennato eſperimento concorra una ſoſtanza propria del ferro, e diverſa dall'acqua, e da ciaſcuno degli immaginati componenti della medeſima. Se il tubo rovente, per cui ſi fa paſſare l'acqua, non è di ferro, ma di varie altre ſoſtanze, per eſempio di rame, allora non più ſi ha gaſſo inſiammabile: il che indica che alla formazione del gaſſo medeſimo concorre non ſolo l' acqua, ed il calorico, come ſuppongono i Metachimici, ma anche l'altro corpo, che ſi mette in eſperienza, cioè il tubo, e che anche dalla diverſità della materia del tubo ſteſſo dipende il riſultato. Queſta oſſervazione deve avere tutta la forza contro di eſſi, giacchè una ſimile obiezione ſanno al *Kirvan* i Sigg. *Lavoiſier*, e *la Place* per moſtrare che il gaſſo inſiammabile non può eſſere fornito dal ferro (*Kirvan* ſur le Phlogiſtique pag. 197. 199.); oppongono cioè, che ſe foſſe così, dovrebbe averſi gaſſo inſiammabile anche quando il ferro ſi ſcioglie con acido nitroſo: il che però non ſi ottiene. Queſta loro oppoſizione è appoggiata ſul principio, che quando il gaſſo inſiammabile foſſe ſomminiſtrato dal ferro, quello dovrebbe ottenerſi, qualunque foſſe il ſolvente di tal metallo. Ora un ſimile principio io aſſumo, quando dico che ſe il gaſſo idrogeneo foſſe formato dal ſolo idrogene combinato col calorico, quello dovrebbe ottenerſi, qualunque foſſe la materia del tubo rovente, per cui paſſa l' acqua. Per altro quantunque valeſſe contro il *Kirvan* l' accennata loro obiezione, pure non avrebbe veruna forza contro la mia ſpiegazione: perciocchè io non dico, che il gaſſo inſiammabile ſia fornito dal ferro, com'egli opina, ma ſolo aſſeriſco, che il ferro con una ſoſtanza ſua propria, cioè col *Flogico*, concorre a ridurre l'acqua nello ſtato di un gaſſo inſiammabile. Ora è chiaro che per più motivi può intervenire, che il ferro ſciolto in acido di nitro ſomminiſtri non un gaſſo inſiammabile, ma un gaſſo nitroſo. Primamente il flogico, che viene dimeſſo dal ferro, può eſſere diverſamente modificato ſecondo la diverſità del ſolvente da cui viene ſciolto, e calcinato. Di ciò ſi ha una pruova nel vedere, che le calci di ferro non ſono tutte della ſteſſa qualità. Alcune per eſempio non ſono ſenſibili alla forza magnetica, altre lo ſono più o meno: da alcune ſi può trarre o aria ſiſſa, ovvero aria deflogiſticata, come ſi ottiene dalle rugini di ferro che ſi formano in aria libera; da altre finalmente non ſi ſepara niſſuna ſpecie di aria o di gaſſo, come ſono quelle, che ſi formano gettando un poco di acqua ſu una grande quantità di limatura di ferro. In ſecondo luogo quand' anco foſſe della ſteſſa qualità il flogico, che ſi ſviluppa dal ferro sì per l'acido nitroſo, che pel vitriuolico, pure dopo eſſerſi combinato coll' acqua divenuta gaſſoſa può eſſere modificato da qualche ſoſtanza ſomminiſtrata dall' acido nitroſo, a motivo della quale il gaſſo allora riſultante, che è nitroſo, non ſia più infiammabile. Di ciò può eſſer pruova il vedere che in queſta ſoluzione l'acido di nitro ſi ſcompone (*Kirvan* pag. 199.): onde è del tutto veriſimile, che da eſſo ſi ſepari l'accennata ſoſtanza, e vada ad unirſi nel gaſſo nitroſo, che ne riſulta.

VIII. Tutto ciò viene confermato anche dalle due ſeguenti oſſervazioni. Noi ſappiamo che tra le ſoſtanze minerali il ferro ed il zinco ſono le principali, che ſomminiſtrano aria infiammabile quando ſi ſciolgono in acido vitriuolico diluito. Queſti due metalli ſono quei ſoli, in cui ha luogo l'azione della forza magnetica, e queſta proprietà eſſi perdono allorachè ſono calcinati ad un certo ſegno. Queſto indica, che la proprietà ſteſſa ſia relativa a qualche particolare ſoſtanza in eſſi eſiſtente, la quale forſe o ſi ſepara per unirſi nel gaſſo infiammabile, o vi produce altra particolare modificazione, allorachè quelle ſoſtanze metalliche ſi calcinano. L'altra oſſervazione è, che il ferro ridotto in acciajo, e percoſſo contro un ſelce produce ſcintille ignee, che conſiſtono in parti ferree infuocate, le quali ſtaccanſi dal ferro, e trovanſi mutate in una calce ſcorificata. Tali ſcintille ſi formano anche nel vuoto pneumatico, ove certamente non eſiſte il ſuppoſto oxigene. Quindi appare primamente, che la calcinazione del ferro interviene anche ſenza che vi ſi combini il ſuppoſto oxigene. Onde di paſſaggio ſi noterà la falſità di un altro principio generale della nuova Teoria, in cui ſi ſtabiliſce, che tutte le calci metalliche ſono una combinazione del metallo coll' oxigene. Inoltre ſiccome tal calcinazione è accompagnata da materia ignea, che è molto analoga alla ſoſtanza infiammabile già da me chiamata flogico, è del tutto veriſimile, che queſta venga almeno in parte ſomminiſtrata dal ferro ſteſſo, e che per la ſottrazione di tale ſoſtanza infiammabile eſſo venga a perdere la ſua forma metallica; e poichè nel vuoto non eſiſte neppure acqua che poſſa combinarſi col ferro calcinato, ſi ha quindi una pruova di ciò che già aſſerii, cioè che non tutte le calci di ferro ſono della ſteſſa qualità, e che alcune ſi formano per ſola ſottrazione di ſoſtanza infiammabile, altre anche per combinazione con acqua. Da che viene ſempre più conſermato, che alla formazione del gaſſo infiammabile nella decantata eſperienza concorra una ſoſtanza propria del ferro, cioè quel flogico, il quale nel vuoto ſi diſperde, ma coll'acqua ſi combina riducendola in gaſſo infiammabile.

IX. Non mi è ignoto che ottienſi aria infiammabile anche da altre ſoſtanze metalliche, come dalla manganeſe per mezzo dell'acido vitriuolico diluito, e dallo ſtagno ſciolto nell'acido marino. Queſto però non ſi oppone a ciò che io ho eſpoſto: giacchè io non contendo, che il ſolo ferro, e zinco contengano una ſoſtanza atta a ridurre l'acqua in gaſſo infiammabile, nè che la ſoſtanza atta a ridurre l'acqua in gaſſo infiammabile ſia ſempre della ſteſſa qualità; ma ſolo intendo di provare, che alla formazione dell'aria infiammabile della ſuccennata eſperienza concorre una ſoſtanza propria eſiſtente nel ferro, e che da eſſo ſi ſviluppa, la quale può averſi anche da altri corpi o del tutto ſimile a quella del ferro, o diverſamente modificata.

X. Comunque ſiaſi, è certo, che pochi ſono i corpi, i quali eſſendo roventi, e tocchi da acqua, producano gaſſo infiammabile (V. Mem. Acad. R. an. 1781.). Per lo che il voler dedurre da pochi caſi particolari la propoſizione generale aſſerente, che col ſolo calorico ſi ſcompone l'acqua, come vedeſi fatto da *Briſon* (Traité de Phyſique §. 882.), e nella Tavola di Nomenclatura, ſarà ſempre da riguardarſi come una deduzione del tutto antilogica. Laddove ſe io dico, che il gaſſo infiammabile ritratto dalla ſoluzione del ferro, e del zinco in acido vitriuolico proviene almeno in parte da una ſoſtanza dimeſſa da que' metalli, ciò non è appoggiato al ſolo caſo dell'acido vitriuolico: giacchè lo ſteſſo riſultato ſi ottiene dagli ſteſſi metalli ſciolti o in acido marino, o negli acidi vegetali dell'aceto, e del tartaro, ed anche in aria fiſſa, oſſia in acido carbonico.

XI. I Metachimici ſtimano di eludere l'enunciata difficoltà dicendo, che ſe col rame, e con molti altri corpi l'acqua per mezzo del calorico non ſi ſcompone, nè forniſce gaſſo idrogeneo, ciò procede, perchè queſti corpi hanno coll' oxigene un' affinità minore di quella, che l'oxigene ſteſſo ha coll' idrogene (*Briſon* §. 827., *Lavoiſier* Mem. Acad. R. an. 1781.), lo ſteſſo dicono per dare il motivo, per cui il ferro, e non il rame ſciolto nell' acido vitriuolico diluito dia gaſſo infiammabile. Con queſto però altro non fanno che introdurre una nuova ipoteſi, cioè l'immaginata affinità, e porſi in contraddizione. Eſſi vogliono, che le calci metalliche ſieno il metallo oxidato, cioè combinato con oxigene: onde per eſempio anche la calce di rame, che rimane dalla ſoluzione nell' acido vitriuolico, deve da eſſi riguardarſi come combinata coll' oxigene; e queſto, ſecondo eſſi, è ſomminiſtrato dall' acqua miſta coll' acido vitriuolico, che ſciolſe il rame. Dunque in tale ſoluzione del rame, l'acqua deve eſſere ſtata ſcompoſta per la ſeparazione dell' oxigene dall' idrogene. E perchè dunque non ſi formò in queſta ſoluzione il gaſſo idrogeneo, come avviene col ferro, e col zinco? Di più, come poſſono dire, che il rame non abbia tanta affinità coll' oxigene da potere ſcomporre l'acqua ſteſſa, ſe veramente, ſecondo eſſi, ſi combinò coll' oxigene dell'acqua?

XII. E' dunque immaginario l'accennato loro rapporto d'affinità, nè eſſo può divenir reale per l'eſperimento, che in pruova ne adducono, e che da altri è anche aſſunto come una confermazione della compoſizione dell' acqua. L'eſperimento è il ſeguente: Se in un apparato ſi pone la calce di rame inſieme con gaſſo idrogeneo, e vi ſi fa agire il fuoco di uno ſpecchio uſtorio, viene aſſorbito il gaſſo idrogeneo; la calce ſi riduce in rame, e formaſi una certa quantità di acqua. L'oxigene, dicono eſſi, avendo coll' idrogene più affinità che col rame, abbandona la calce di rame per unirſi coll' idrogene del gaſſo infiammabile, e da queſta combinazione riſulta acqua (*Briſon* §. 829.). Così dunque la pruova conſiſte ad aſſumere come certo quello che vogliono, e devono provare. Che riſulti acqua, e che la calce di rame ſi reſtituiſca, è un fatto. Ma ciò, che era unito nella calce di rame, poteva eſſere tutt' altro che oxigene; anzi ſiccome eſſi dicono, che il rame non poteva ſcomporre l'acqua nel convertirſi in calce (§. XI.), ed altronde ſi aumentò nel rame calcinato il peſo, dovrebbero ammettere, che nella calce ſteſſa foſſe combinata acqua; e poſta tale combinazione avrebbero facilmente il motivo, per cui ſia riſultata acqua nell'eſperimento ſenza ricorrere ad immaginarie affinità. Ma del riſultato acqueo in tali eſperienze ſi dirà nel Capo ſeguente. Qui ſolo è da notare, che eſſi ſuppongono che l'idrogene del gaſſo idrogeneo ſia rimaſto ſenza calorico, il che eſſi non provano. Inoltre eſſi ſuppongono, che niſſuna parte del gaſſo idrogeneo ſiaſi combinata colla calce di rame per reſtituirla alla metallica: il che parimenti non è da eſſi provato, e ſarebbe anzi falſo quando, come ſopra accennai, il gaſſo infiammabile conteneſſe alcuna ſoſtanza fornita da qualche metallo, cioè il da me chiamato flogico, il quale è atto a ricombinarſi colle ſoſtanze metalliche.

CAPO II.

Come le eſperienze, da cui deduceſi la compoſizione, e la riſoluzione dell'acqua, ſi ſpieghino, ritenendo l'acqua come ſemplice ſoſtanza.

XIII. Molte ſono le maniere, con cui può ſpiegarſi il riſultato acqueo, che rimane nell'apparato eſperimentale dalla combuſtione del miſto di gaſſo idrogeneo, ed oxigeneo. Quella aſſunta dai Metachimici è la più ſtrana, ſiccome quella, che introduce due nuove ed ignote ſoſtanze, cioè l'oxigene, e l'idrogene, che non eſiſtono ſe non nella loro mente, quando che il tutto ſi può aſſai più facilmente ſpiegare per mezzo di ſoſtanze già note, e diverſamente modificate. La ſpiegazione dipende dal vedere che coſa ſieno il gaſſo idrogeneo, oſſia l'aria infiammabile, ed il gaſſo oxigeneo, oſſia aria vitale. A queſta quiſtione i nomi, e le loro derivazioni ſono indifferenti, coſicchè il primo può chiamarſi *A*, il ſecondo *B*. Ambidue devonſi riguardare come eſperimentalmente noti, giacchè ognuno di eſſi ſi può ottenere ſeparatamente; ed il primo diſtingueſi per la ſua maggiore leggerezza, e per la facoltà che ha d'infiammarſi in certe circoſtanze,

coſtanze, ed il ſecondo per la proprietà che ha di eſſere più atto alla reſpirazione degli animali. Ma queſte ed altre proprietà eſperimentali non baſtano per decidere che coſa eſſi ſiano. In ogni modo i Metachimici ne determinano la natura appoggiati alle congetture ſopraeſpoſte. Da queſte appare, che l'oggetto principale è diretto ad aſſegnare la cagione, per cui i due gaſſi vitale ed infiammabile ſieno tra loro diverſi di qualità. A tal fine eſſi ſuppongono, che il calorico ſia tutto della ſteſſa qualità, e che nel combinarſi coi corpi agiſca ſolo in proporzione della ſua quantità, e quindi derivano la diverſità dei due gaſſi da due ſoſtanze diverſe di qualità, cioè dall'oxigene, e dall'idrogene, la prima delle quali dicono eſſere combinata col calorico nel gaſſo oxigeneo o vitale, e la ſeconda combinata col calorico ſteſſo nel gaſſo idrogeneo o infiammabile. Ma l'ipoteſi che il calorico ſia tutto dell'iſteſſa qualità, e non agiſca che in virtù della ſua quantità, è del tutto arbitraria (V. Capo IV.); e quand'anco foſſe vera, pure potrebbe ancora intenderſi come una diverſa quantità di calorico poſſa con una ſteſſa ſoſtanza, per eſempio con acqua, combinarſi in modo che ne riſultino due o più compoſti gaſſoſi, i quali abbiano proprietà tanto diverſe quanto lo ſono quelle, per cui i due accennati gaſſi eſperimentalmente diſtinguonſi tra di loro. Vedeſi pertanto, che in diverſi modi ſi può ſpiegare come i due gaſſi ſieno tra loro diverſi, ſenza ſupporre nell'acqua due diverſi componenti. Io ora eleggerò il primo, ed aſſumerò, che eſiſtano diverſe qualità di calorici, due delle quali io nomino, l'una *flogico*, e l'altra *termio* (§. 39.); ed allora io dirò, che il gaſſo infiammabile è acqua combinata col flogico, e che il gaſſo vitale è acqua combinata con termio. Così dunque in tale ipoteſi la ſoſtanza comune ai due gaſſi ſarebbe l'acqua; e la loro diverſità deriverebbe dalla diverſa qualità dei due calorici flogico e termio, come nell'ipoteſi de' Metachimici la ſoſtanza comune è il calorico ſuppoſto coſtante nella qualità; e la diverſità dei gaſſi ſi fa dipendere dalla diverſa qualità o natura del ſuppoſto idrogene, ed oxigene.

XIV. Queſta mia ipoteſi certamente ſpiegherebbe in genere la diverſità eſperimentale dei due gaſſi. Eſſa inoltre ſoddisfa al riſultato delle due eſperienze ſopraccennate anche per riguardo all' eguaglianza, che diceſi trovata tra il peſo dell'acqua, e quello dei due gaſſi. Perciocchè il calorico anche ſecondo i moderni non ha un ſenſibile peſo; altronde il flogico, ed il termio ſi aſſumono da me come ſemplici modificazioni di calorico (V. il §. 39,), e perciò anche eſſi poſſono eſſere ſenza un ſenſibile peſo: onde il peſo di ciaſcuno dei due gaſſi può corriſpondere al ſolo peſo dell'acqua in eſſi contenuta, e così il peſo dell'acqua riſultata nella combuſtione dei due gaſſi può eſſere eguale al peſo dei medeſimi.

XV. Il determinare quale delle due ipoteſi ſia da preferire dipenderà dall'eſame di ciaſcuna. Quella da me aſſunta è certamente più conſorme alle regole Chimiche. Queſte richiedono, che non s'introducano nuove ſoſtanze elementari ſe non quando la neceſſità lo richieda, e che eſſe inoltre ſieno eſperimentalmente riconoſcibili. L'oxigene, e l'idrogene ſono ſoſtanze ſuppoſte elementari, ed eſperimentalmente ignote (V. Capo III.); laddove l'acqua, che io aſſumo per un componente di ambidue i gaſſi, è già abbaſtanza nota, ed il flogico, così come il termio non è che una modificazione di calore, o del calorico, che parimenti è noto per molti effetti eſperimentali; e come queſto eſiſta con diverſe modificazioni ſarà provato nel Capo IV. Così dunque non aſſumendo io veruna nuova ſoſtanza, ma ſolo due diverſe modificazioni, e queſte riconoſcibili in natura, è la mia ipoteſi più conforme alle regole Chimiche.

XVI. Eſſa inoltre non può eſſere contraddetta da chi ſuppone che i due immaginati componenti dell'acqua ſecondo la quantità del calorico ſieno ora ſolidi, ora liquidi, ed ora gaſſoſi, ed anche infiammabili almeno per la loro miſchianza. Perciocchè ſe due ſoſtanze come ſono l'oxigene, e l'idrogene poſſono pel calorico prendere quei tre diverſi ſtati, e perchè non potrà una ſola, cioè l'acqua conſiderata come non compoſta eſſere ridotta ai medeſimi ſtati, ed anche a quello di gaſſo infiammabile? Che anzi ſe ſecondo il loro principio un corpo pel calorico non fa che *mutare ſtato*, e perchè dunque eſſi vogliono che l'acqua pel calorico non ſolo muti ſtato, ma anche natura, cioè che ſi ſcomponga in due ſoſtanze idrogene, ed oxigene? Se un certo calorico può combinarſi con una ſoſtanza chiamata idrogene, e renderla gaſſoſa, ed infiammabile, e perchè un cert'altro calore nominato flogico non potrà combinarſi con un'altra ſoſtanza chiamata acqua, e renderla parimenti gaſſoſa, ed infiammabile? Forſe che i nomi inventati da' Metachimici influiſcono nella mutazione di ſtato dei corpi più di quel che poſſano fare quelli da altri uſati? Ovvero ſi è egli forſe nell'acqua riguardata come elementare riconoſciuta qualche proprietà, per cui non poſſa unirſi con un calorico infiammabile? Oppure ſi è egli provato che l'acqua non poſſa infiammarſi ſenza ſcomporſi? Noi anzi abbiamo un'eſperienza abbaſtanza nota, dalla quale conoſciamo una deciſa maniera di unione dell'acqua col calorico, o più in genere con una ſoſtanza infiammabile, per cui l'acqua ſteſſa ſi rarefaccia, ed abbia ad infiammarſi, laſciando dopo l'infiammazione un reſiduo acqueo ſenza che intervenga, nè ſi poſſa ſoſpettare veruna ſcompoſizione dell'acqua ſteſſa. Si prepari in un catino un'acqua ſaponata. In queſta s'immerga l'eſtremità d'un tubo, e vi ſi inſpiri aria infiammabile, oſſia gaſſo idrogeneo. Si formerà alla ſuperficie dell'acqua una ſpuma, oſſia un cumulo di bolle ripiene di aria infiammabile. Se ſi applica in qualche ſito di queſta ſpuma una fiamma, quella s'infiammerà, e le bolle rapidamente ſcoppieranno, rimanendo l'acqua che formava la pellicola, o ſuperficie delle bolle ſteſſe. In queſto eſempio vedeſi in grande, e ſenſibilmente, come con acqua certamente non ſcompoſta ſi formi un corpo ſpumoſo, e conſeguentemente più raro dell'acqua ſteſſa, le bolle del quale ſono unite con aria infiammabile, oſſia con una ſoſtanza combinata con flogico, e come queſto corpo ſpumoſo ſi accenda, e ſcoppj in virtù della materia infiammabile contenuta nella capacità delle bolle ſteſſe. Supponiamo ora che la pellicola ſaponacea delle bolle ſia ſemplice acqua: ed all'aria infiammabile in eſſe contenuta ſoſtituiamo un ſemplice calorico, cioè il flogico. Immaginiamoci inoltre, che le grandi bolle ſaponacee ripiene d'aria infiammabile ſieno ridotte in bollicine acquee ripiene di flogico; e che da tali bollicine riſulti un fluido aeriforme permanente, oſſia un gaſſo. Noi avremo così l'idea dell'aria infiammabile, oſſia del gaſſo idrogeneo. Che ſe da queſto eſempio vorremo formarci l'idea anche dell'aria vitale, oſſia del gaſſo oxigeneo, baſterà ſupporre, che queſte bollicine ſieno ripiene non di flogico, ma di termio, e che l'acqua, d'onde ſono compoſte, ſia meno rarefatta, giacchè il gaſſo vitale è più denſo dell' infiammabile.

XVII. Queſte ſuppoſizioni, che ho fatte, per formare dall'acqua i due accennati gaſſi, non ſono ſenza fondamento eſperimentale. L'eſperienza primamente ci fa ſapere, che l'acqua per l'azione del calorico può ſenza eſſere ſcompoſta ridurſi ad un fluido anche più raro dello ſteſſo gaſſo infiammabile. L'acqua, quando è in vapore, è riguardata anche dai Metachimici come non ſcompoſta. Ora il vapore acqueo può divenire quaſi quattordici mila volte più raro dell'acqua ſteſſa (*Briſon* §. 1066.); laddove il gaſſo infiammabile più puro, che è il più raro dei gaſſi conoſciuti, è appena diecimila volte più raro della medeſima (*Briſon* §. 836.).

XVIII. Nell'addotto eſperimento l'acqua fu bensì ridotta in bolle per iſpirazione dell'aria, ma ben può per altri mezzi ancora aſſumere tale forma, come per eſempio per la ſola agitazione. Che inoltre l'acqua anche comune ſpeſſo maſſime coll'intervento di calore ſi riduca in bollicine piene di un fluido aſſai più raro dell'acqua ſteſſa, niſſuno potrà dubitarne dopo le belle oſſervazioni dell'eſimio Fiſico il Sig. *de Sauſſure* ſui vapori veſſicolari eſpoſte nel Capo II. *Eſſais ſur l'Hygrométrie*. Come finalmente poſſano tali bollicine eſſere ridotte anche allo ſtato non ſolo di vapore, ma anche di gaſſo permanente, s'intenderà facilmente riducendo la coſa alle ſole forze meccaniche combinate colle fiſiche. Un gaſſo acqueo ſuole dirſi permanente, quando per la ſola diminuzione di un certo grado di temperatura non ſi riduce nuovamente in acqua. Laddove l'acqua ſi riguarda come vaporoſa, quando per la diminuzione della temperatura ſi riduce nuovamente alla ſua ordinaria liquidità. Ora aſſumendo che pel calorico l'acqua ſia ridotta in piccoliſſime bollicine, ſi può con queſte intendere, come talora divenga gaſſoſa, e talora ſoltanto vaporoſa. A tal fine conviene diſtinguere la loro pellicola e ſuperficie, che ſupponeſi formata di acqua, e lo ſpazio contenuto dentro di eſſa, oſſia la loro capacità, che ſupponeſi occupata da un calorico, per eſempio dal flogico. La pellicola eſſendo eſſa pure formata di varie particelle, può eſſere unita con più o meno calorico indipendentemente da quello ch'è contenuto nella capacità delle bollicine; come pure può il calorico combinato colle particelle della pellicola eſſere di qualità diverſa da quello, che è contenuto nella loro capacità. Ciò ſi renderà ſenſibile, ſe ſi avrà preſente il corpo ſpumoſo ſopraccennato, il quale rappreſenta in bolle grandi quello che io dico di picco liſſime. L'acqua di queſte grandi bolle può eſſere per eſempio ad una temperatura diverſa da quella, a cui è l'aria inſiammabile contenuta nella loro capacità; ed inoltre il calorico contenuto nelle parti della pellicola può eſſere tale, che per l'applicazione della fiamma non ſi accenda, come ſi accende quello che è contenuto nella capacità delle bolle: nel qual caſo è chiaro, che il calorico contenuto nelle parti delle pellicole ſarebbe diverſo da quello, che è racchiuſo nella capacità delle bolle. Vedeſi di più, che nell'accennato eſperimento il corpo ſpumoſo di acqua ſaponata intanto ſuſſiſte in quanto che l'aria inſiammabile vi fu inſpirata con una certa forza, la quale ſe foſſe ſtata tanto grande da ſuperare la reſiſtenza proveniente dalla tenacità, e coeſione delle parti dell'acqua ſaponata, avrebbe diradate le bolle in modo, che ſarebbero ſcoppiate prima di giugnere ad uno ſtato permanente, quale è quello che preſentano le bolle ſteſſe. Da che comprendeſi, che per avere una certa permanenza nelle bolle ſaponacee richiedeſi una certa proporzione tra la forza, con cui ſi formano, e ſuſſiſtono, e la reſiſtenza, che la loro pellicola può opporre alla forza ſteſſa: la qual reſiſtenza dipende dalla reciproca attrazione, e tenacità delle loro parti; e queſta è relativa anche al calorico unito, o che in diverſe circoſtanze va unendoſi colle parti medeſime. Due condizioni pertanto baſtano per intendere come l'acqua ridotta dal calorico in bollicine poſſa prendere lo ſtato di gaſſo, e conſervarlo ſenza eſſere ſcompoſta. La prima è che l'elaſticità, o in genere la forza del calorico, che va ad occupare la capacità loro, non ſia ſuperiore alla reſiſtenza, che vi oppone la loro pellicola che ſi va formando. La ſeconda è che il teſſuto della pellicola ſia tale, che non oſtante la diverſa temperatura ſopravveniente, ed i conſeguenti cangiamenti poſſa ritenere tanta coeſione da reſiſtere allo sforzo del calorico contenuto nella loro capacità.

XIX. A norma di queſta formazione di gaſſi acquei ſpiegaſi a maraviglia come per la combuſtione del gaſſo infiammabile miſto col vitale queſti perdono la loro forma gaſſoſa, e ritornino alla liquidità acquea. Il gaſſo infiammabile o idrogeneo è acqua ridotta in bollicine ripiene di flogico, il gaſſo vitale o oxigeneo è pure acqua ridotta in bollicine ripiene di termio. Fintantochè queſti due calorici il flogico, ed il termio non oſtante una diverſa temperatura ſopravveniente ai gaſſi eſercitano una certa forza inferiore alla reſiſtenza delle pellicole acquee, dentro cui ſono contenuti, i gaſſi rimangono nel loro ſtato, e ſolo divengono più o meno rari a miſura della più o meno calda temperatura. Ma toſto che per l'applicazione di fiamma s'accendono, eſſi eſercitano una elaſticità o forza maggiore delle reſiſtenze che vi opponevano le pellicole delle bollicine acquee, e perciò queſte ſcoppiano anche con detonazione, come interviene nelle ſopraccennate bolle ſaponacee all'accenderſi della materia infiammabile in eſſe contenuta; e dopo lo ſcoppio eſſendo mutata la poſizione delle loro parti, e non eſſendo più impiegate le loro forze attrattive a contrabbilanciare l'elaſticità del calorico, le parti ſteſſe ſi diſpongono in quella forma che è conſentanea alla mutua, e comune attrazione delle parti acquee, cioè tornano allo ſtato di acqua liquida.

XX. Coll'aſſumere che i due gaſſi vitale, ed infiammabile non altro ſieno che due diverſe modificazioni di acqua, cioè che eſſi conſiſtano in bollicine acquee ripiene di una diverſa qualità di calorico unito colle condizioni ſopraccennate, io non intendo di dire, che tutti i gaſſi ſieno così formati, ovvero che quella ſia l'unica maniera atta a ridurre l'acqua in forma gaſſoſa: ma ſolo di averne accennata una delle più veriſimili, e viſibilmente riconoſcibile nell'addotto eſempio di acqua ſpumoſa ripiena di materia infiammabile. Che ſe altri opponeſſe, che tal eſempio non vale a dichiarare la coſa, in quanto che ciò, che s'infiamma, non è l'acqua, ma bensì la materia, che nelle bolle acquee è contenuta; egli dovrebbe avvertire, che in un corpo ſpumoſo compoſto di grandi, e ſenſibili bolle, e dall'arte formato in una data, e nota maniera ſi può bensì diſtinguere dall' acqua la materia, che s'infiamma, ma tale diſtinzione non è più riconoſcibile in un fluido compoſto di bollicine inſenſibili, nelle quali non ſi può ſenſibilmente diſtinguere la maniera, con cui il calorico vi è unito. Per lo che quando nel gaſſo acqueo s'infiamma una delle ſoſtanze, che vi è unita, come è il calorico, a ragione ſi può dire, e ſi dice, che il gaſſo ſteſſo, o ſe così piace anche l'acqua s'infiamma, come ſi può dire, ed ognuno dice, che l'accennato corpo ſpumoſo è infiammabile. Se altri opponeſſe, che queſto corpo ſpumoſo non vale a dare l'idea di un gaſſo acqueo permanente, in quanto che queſto non dura ſe non un certo tempo; ſarebbe facile a riſpondergli, che la durazione delle bolle acquee dipende dalla forza dell'attrazione, o della coeſione delle loro minime parti in confronto dell'ampiezza delle bolle ſteſſe, coſicchè in parità di altre circoſtanze tanto più le minime parti tendono a conſervare nel totale la figura di bolle, quanto più queſte ſono piccole. Per lo che ritenuta la proporzione delle forze relative alla diverſa grandezza delle bolle, ben poſſono le grandi, quantunque non durevoli per lunghiſſimo tempo, dare idea della permanenza delle piccoliſſime, e quaſi infiniteſime dei gaſſi.

XXI. Poſto che la coſa ſucceda nel modo da me diviſato, il quale certamente non può eſſer ſoggetto a veruna difficoltà, è manifeſto che l'acqua ritratta nel decantato eſperimento della ſua compoſizione non deve riguardarſi come un prodotto, ma come un edotto. In Chimica ciò, che ottienſi da diverſe ſoſtanze ſottopoſte a certi agenti, chiamaſi in generale *riſultato*; e queſto riguardaſi come un *prodotto* quando ſia riconoſciuto che quello non entrava in neſſuna delle ſoſtanze intervenienti nell' eſperimento. Ma ſe il riſultato preſenta una ſoſtanza, che già era contenuta in alcuna delle materie intervenute nell' eſperimento, allora chiamaſi un *edotto*, o almeno rimane in grande dubbio, ſe ſia un prodotto; e conviene con altri mezzi riſolvere il dubbio. Ora ſe l'acqua già entrava come componente dei due gaſſi infiammabile e vitale, non è da dubitare, che l'acqua riſultata dalla loro combuſtione ſia anzi un edotto, che un prodotto; e ciò, come ſopra accennai, avrebbe luogo, abbenchè ſi ammetteſſe come certo ciò, che richiede ulteriori confermazioni, cioè che il peſo dell' acqua ritratta nella combuſtione ſia eguale al peſo dei due gaſſi. (§. 14.)

XXII. Quindi la mia ſpiegazione ſarebbe anche più coerente alle regole chimiche, le quali richiedono che la ſpiegazione dei riſultati ſi faccia introducendo il minimo di mutazioni. I Metachimici per iſpiegare come l'acqua riſultata ſia un prodotto, devono ammettere due riſoluzioni, cioè una in ciaſcun gaſſo, per intendere la ſeparazione del calorico dai medeſimi, ed una compoſizione, cioè la combinazione dell' idrogene coll'oxigene per comporre l'acqua. Laddove io introduco ſoltanto la riſoluzione de' due gaſſi, dalla quale ne ſegue la reſtituzione dell'acqua nel primiero ſuo ſtato.

XXIII. Vediamo ora come dalle idee ſopraeſpoſte ſi poſſa ſpiegare la ſeconda eſperienza (§. 5.), che fu diretta dagli Autori di eſſa a provare per analiſi la compoſizione dell' acqua. Tale ſpiegazione già appare in quello, che al §. 7. e ſegg. eſpoſi per moſtrare che dall' eſperienza ſteſſa non poteva dedurſi la riſoluzione dell'acqua, ſe non urtando contro le regole logiche. In queſto luogo pertanto aggiugnerò ſolo ciò, che concorre a provare, che la mia ſpiegazione è del tutto conforme alle regole, ed oſſervazioni chimiche. Il riſultato reale e ſenſibile di quella eſperienza è aria infiammabile, o gaſſo idrogeneo, ed aumento di peſo nel ferro, per cui paſsò l'acqua, mentre quello era rovente. Ma nell'eſperienza non appare, che la ſoſtanza, per cui ſi aumentò il peſo del ferro, ſia oxigene; e neppure appare che dall'acqua ſiaſi ſeparato idrogene, per unirſi col calorico a formare il gaſſo idrogeneo. Invece pertanto d'introdurre queſte due nuove ed arbitrarie ſoſtanze, cioè l'oxigene, e l'idrogene, aſſumiamo, che il ferro per l'azione del fuoco perda qualche ſua ſoſtanza, e venga diſpoſto ad acquiſtarne un'altra; e ſia *flogico* la ſoſtanza che perde, *acqua* la ſoſtanza che acquiſta. Ciò poſto, ſi può dire, che diverſe parti dell' acqua pel calore del ferro infuocato ſubiſcono una diverſa mutazione, cioè una porzione di eſſe ſi uniſce col flogico, e forma aria infiammabile, o gaſſo idrogeneo; l'altra ſi uniſce col reſiduo del ferro, e forma con queſto la calce di ferro

ferro aumentato di peſo. Trovaſi egli, che il peſo dell' acqua conſunta nell'eſperienza è eguale al peſo dell'aria infiammabile ritrattaſi unito all' aumento di peſo intervenuto nel ferro? Ciò avviene, perchè una porzione dell'acqua ſi è unita col ferro, e l' altra ſi è unita col flogico, il quale non ha un peſo ſenſibile. Ecco dunque ſpiegata l' eſperienza ſenza neceſſità d'introdurre una riſoluzione nell'acqua, ed aſſumendo principj del tutto ammiſſibili. Infatti i metalli conſiderati in forma metallica ſono riguardati come ſoſtanze compoſte, o certamente non ſono dimoſtrati ſemplici. Per lo che poſſono perdere alcuno dei loro componenti, dei quali uno può eſſere materia infiammabile, cioè quella che io chiamo flogico; e ciò nel ferro non ſolo è poſſibile, ma è anche veriſimile; giacchè il ferro per l' applicazione di fuoco arde con una ſoſtanza ſua propria. Poſſono inoltre i metalli mutare la loro forma metallica, e nella mutazione combinarſi con acqua o ſola, o unita con altre ſoſtanze. Tale combinazione dell'acqua colle ſoſtanze metalliche, allorachè ſi calcinano, è ammeſſa dal *Cavendiſh* almeno nei metalli imperfetti, e dal *Kirvan* anche nei perfetti, come è il ferro (vedi *Kirvan ſur le Phlogiſtique* pag. 6, e 205). Queſti due eſimj Chimici appoggiano la loro opinione ad eſperienze. Anzi da una eſperienza ſteſſa del Sig. *Lavoiſier* (*Opuſcules phyſ.* t. I. pag. 270) appare, che talora l'acqua è anche almeno in parte ſeparabile, giacchè riuſcì a fare tal ſeparazione da una calce di piombo, cioè dal minio. L'opinione ſteſſa può eſſere confermata anche coi principj ammeſſi dai Metachimici. L'acqua è riducibile a diverſi ſtati per la combinazione con altre ſoſtanze, per eſempio col calorico ſenza che poſſa intervenire neppure il ſoſpetto di ſcompoſizione della medeſima; e per comuni eſperienze vedeſi, che eſſa ſi conſolida non ſolo da ſe ſteſſa, come interviene nel ghiaccio, ma anche per la combinazione con altre ſoſtanze, come ſono le terree, talora è molto rapida come avviene nel geſſo calcinato. I metalli per la calcinazione acquiſtano molti rapporti colle terre. Per lo che è da dire, che l'acqua ſi combini colle calci metalliche, maſſime ſe eſſa ſia precedentemente ridotta allo ſtato di vapore, o di gaſſo. La maniera, con cui i Metachimici ſi eſprimono, non laſcia abbaſtanza intendere, ſe quello che ſi combina col ferro nell'eſperienza ſia l' oxigene, o il gaſſo oxigeneo. Ma qualunque delle due immaginate ſoſtanze ſia quella, che, ſecondo eſſi, entra in tal combinazione, è facile a comprenderſi da ciò, che diſſi al §. 16, che la ſteſſa combinazione ſi può aſcrivere all'acqua o vaporoſa, o gaſſoſa. E qui vuolſi notare, che l'acqua nel combinarſi colle ſoſtanze metalliche può anche avere lo ſtato gaſſoſo, ed eſſere già in forma di gaſſo vitale. L'acqua o altra qualunque ſoſtanza divenendo gaſſoſa per l'unione con una certa qualità, e quantità di calorico, forma un fluido aeriforme permanente fintantochè eſſa è libera. Ma ſe ſopravvenga qualche altro corpo che a ſe l'attragga, e la combini colla propria ſoſtanza, ceſſa nell'acqua combinata lo ſtato aeriforme, ſebbene eſſa ritenga ancora col calorico quella unione per cui divenne gaſſoſa. Un ſimile effetto interviene al calorico ſteſſo, il quale, quantunque per ſe ſia molto mobile ed elaſtico, pure ſpeſſe volte ſi fiſſa nei corpi, come da ognuno ſi concede.

XXIV. La maniera pertanto, che io ho aſſunta per iſpiegare l' eſperienza, è in ogni ſua parte provata da altre eſperienze, e dagli ſteſſi principj che ſono ammeſſi dagli introduttori di nuove ſoſtanze; epperò è da preferirſi ad ogni arbitraria ipoteſi. Aſſumendo l' accennata maniera di ſpiegazione, l'operazione ſarebbe ſucceduta per una riſoluzione del ferro proveniente dalla ſeparazione del flogico, e per due compoſizioni conſiſtenti nella combinazione dell' acqua con ferro per formare la calce di ferro, e nella combinazione dell' acqua con flogico per formare l'aria infiammabile. Un ſimile numero di operazioni introduceſi anche dai Metachimici, ma in diverſe ſoſtanze, cioè una riſoluzione dell' acqua, e due compoſizioni, l'una dell'idrogene col calorico, e l'altra dell'oxigene col ferro. Che ſe ammetteſi, che col ferro ſiaſi combinato gaſſo oxigeneo oſſia aria vitale, allora s' introdurrà una quarta operazione, cioè un'altra compoſizione, la quale ſecondo i Metachimici conſiſterà nella combinazione dell'oxigene col calorico, e ſecondo me nell'unione dell'acqua col termio. In ogni modo la ſpiegazione da me addotta è ſempre più conforme alle regole chimiche, ſiccome quella che preſcinde da ogni nuova ſoſtanza, e non aſſume che diverſe modificazioni di ſoſtanze già note.

XXV. Se altri cercaſſe da me la ragione, per cui ſoltanto una porzione dell'iſteſſa acqua ſi muti in gaſſo infiammabile, e l'altra ſi combini col ferro, eſſa può aſſegnarſi ſenza introdurre arbitrarj rapporti di affinità. Allorachè ſi fa ſgocciolare l' acqua ſul tubo di ferro, queſto è già rovente, oſſia ſopraccaricato di calorico, e le ſue parti ſono rammollite, e diſpoſte a mutarſi, ed anche a ſcomporſi. Al momento che l'acqua tocca il ferro rovente, deve intervenire una mutazione sì nell'acqua come nel ferro, giacchè nelle mutue azioni dei corpi tra loro i cangiamenti ſono ſempre reciproci. Il ferro allora perde una porzione del ſuo calorico, il quale o interamente, o in parte è quello, che ho chiamato flogico, e combinandoſi queſto con una porzione dell' acqua va a formare il gaſſo infiammabile. L'altra porzione dell'acqua ſi combina con quella porzione di ferro che ſucceſſivamente va perdendo il ſuo flogico, e forma così la calce di ferro. Queſte variazioni intervengono con una certa ſucceſſione, e rapidità, come avviene anche nella combuſtione ordinaria dei corpi, atteſochè non poſſono quelle intervenire ſe non a miſura che le minime parti del ferro entrano in contatto con quelle dell'acqua. Quindi nel mentre che alcune parti ferree dimettono il loro flogico, altre, che già lo hanno perduto, ſi combinano rapidamente con una certa porzione di parti acquee: onde è che per eſempio di cento particelle acquee quindici ſoltanto poſſono divenire aria infiammabile, ed ottantacinque ſi fiſſano nella calce reſidua di ferro. Su tale ſpiegazione non poſſono i Metachimici opporre difficoltà: giacchè lo ſteſſo dicono avvenire nel calorico del gaſſo oxigeneo allorachè vi ſi abbrugia carbone; del quale calorico una porzione dicono che viene dimeſſo dal gaſſo medeſimo durante la combuſtione, e l' altra porzione vogliono che rimanga nel gaſſo reſiduo, che è aria fiſſa.

XXVI. Le coſe da me finora eſpoſte ſui decantati eſperimenti ſono dirette unicamente a moſtrare una maniera di ſpiegazione aſſai più plauſibile di quella immaginata dai Metachimici, ed eſſe potrebbero facilmente combinarſi con una teoria generale. Ma queſto non è ora mio oggetto, intendendo io ſoltanto ad eſcludere la nuova Metachimica: al qual fine ſebbene poſſano eſſere ſufficienti le oſſervazioni finora eſpoſte, pure ſtimo di doverne altre ſoggiugnere analizzando le parti principali della medeſima.

CAPO III.

Sull' Oxigene, ed Idrogene.

XXVII. Fu già da me accennato, che le due nuove ſoſtanze elementari indicate col nome di oxigene, e d'idrogene ſono del tutto ignote, ed arbitrarie, il che vuolſi ora maggiormente dichiarare. Ogni corpo, che ſi preſenta ai noſtri ſenſi, è ſempre compoſto di più corpi, i quali ſono diverſi o ſoltanto di numero, o anche di qualità. In ogni modo un corpo ſi riguarda come uno quanto al numero, allorachè è localmente diſtinto da altri, e tal diſtinzione da noi ſi riconoſce per indicazione. Un corpo localmente diſtinto può, e ſuole avere qualche altra proprietà ſenſibile indipendente dal locale, per cui eſſo ſi diſtingue da altri; e tal proprietà in un corpo localmente diſtinto ſi riconoſce coi ſenſi o immediatamente o per mezzo dell' azione di altro corpo già ſeparatamente conoſciuto per qualche carattere diſtintivo. Se in vaſi diſtinti raccoglieſi quel fluido elaſtico, che ſi ſviluppa dalla ſoluzione di ferro con acido vitriuolico, e quello che ſi ha dal minio ſottopoſto all'azione del fuoco, ſi avranno due fluidi localmente diſtinti, che ſi diſtingueranno per indicazione, indicando per eſempio i due vaſi colle lettere *A*, *B* applicate ai medeſimi. Ma per riconoſcere eſperimentalmente ſe eſſi ſieno diverſi non ſolo per la località, ma anche nella qualità ſi potrà far ſervire immediatamente alcuno dei noſtri ſenſi, come l' odorato; e ſe il fluido *A* avrà un odore ſuo particolare che non ſentaſi nel fluido *B*, tale proprietà ſervirà a diſtinguere coll' uſo immediato dei ſenſi un fluido dall' altro. Se inoltre ſi prenderà un' egual porzione di eſſi, e ſi farà reſpirare in ciaſcuna ſeparatamente un animale della ſteſſa ſpecie, e ſi oſſerverà che nel fluido *B* vive più lungamente che nel fluido *A*, ſi avrà una proprietà diſtintiva riconoſciuta mediatamente coi ſenſi; ſe finalmente in altre due porzioni eguali di quei fluidi ſi miſchierà un egual porzione di aria comune, e ſi vedrà che applicandovi la fiamma il fluido *A* ſi accende, e l'altro no, ſi avrà un' altra proprietà riconoſciuta coi ſenſi per mezzo di due altri corpi, cioè dell'aria comune, e del fuoco. Dopo tali ricognizioni il fluido *A* ſi potrà chiamare aria o gaſſo infiammabile, ed il ſecondo *B* aria, o gaſſo vitale; e preſcindendo dalla derivazione ipotetica dei nomi, potrà anche chiamarſi il primo gaſſo idrogeneo, il ſecondo gaſſo oxigeneo. Così dunque queſti due gaſſi ſi poſſono aſſumere come ſoſtanze chimiche, e reali, giacchè ſi poſſonò avere ſeparatamente, e riconoſcere coi ſenſi alcune loro differenze. Ma l' oxigene, così come l' idrogene, è una ſoſtanza, la quale anche ſecondo i nuovi Nomenclatori non mai eſiſte ſola, nè mai ſi ottiene localmente diſtinta da altre; epperò eſperimentalmente, oſſia coi ſenſi, non mai ſi può aſſegnare una differenza tra eſſa ed altre ſoſtanze. L' oxigene dunque, e l' idrogene eſſendo due nomi, ai quali corriſponde un eſſere nè localmente diſtinto, nè riconoſcibile per veruna proprietà ſenſibile, non poſſono in Fiſica rappreſentare ſoſtanze reali, nè chimiche, ma voglionſi riguardare come nomi vuoti di ſenſo, e rappreſentanti due ſoſtanze immaginarie, o Metachimiche.

XXVIII. Ma diranno, che ſe non ſono note per proprietà riconoſciute coi ſenſi, ſono però note per definizione: giacchè per oxigene, ed idrogene deveſi intendere ciò che reſta del gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo dopo eſſerne partito il calorico. Queſta definizione però primamente è appoggiata a molte arbitrarie ipoteſi; e quand' anco non foſſe così, eſſa certamente non baſta a farci diſtinguere le due indicate ſoſtanze. E veramente la ſola diverſa quantità del calorico, ſecondo eſſi, influiſce nel mutare i gaſſi, ed altre ſoſtanze. Ora quando una definizione dipende dalla quantità, conviene che queſta ſia determinata negli eſſeri che ſi definiſcono. Quindi per definire per eſempio l' oxigene dipendentemente dalla quantità del calorico converrebbe ſapere la quantità di quello che era nel gaſſo oxigeneo, e di poi determinare quella per la cui ſottrazione il gaſſo ſi mutò in oxigene. Vengano pertanto colla bilancia, e colla miſura alla mano a dirci quanto ſia il calorico del gaſſo oxigeneo, quanto quello del gaſſo idrogeneo, e quanto ne abbia perduto diſtintamente ognuno di queſti gaſſi per divenire l'uno oxigene, e l'altro idrogene, e così formare l'acqua; ed allora dalla definizione cominceremo ad aver qualche idea dei due componenti di queſto fluido. Ma quand' anco colle loro bilance, e miſure giugneſſero a tanto, le definizioni ſvanirebbero al momento che l'acqua ſi converta in ghiaccio. Nel ghiaccio certamente concedono, che rimanga ancora l'oxigene coll'idrogene. Ma la quantità del calorico nel ghiaccio è ben minore di quella che è nell'acqua fluida. Per lo che la quantità del calorico, che eſſi troveranno, o anzi ſupporranno ſottratta ai due gaſſi per divenire oxigene, ed idrogene, non ſarà quella, per cui poſſa ſuſſiſtere la loro definizione: giacchè l'oxigene, e l' idrogene poſſono ſuſſiſtere nel ghiaccio anche con calorico minore di quello che ad eſſi ſi aſcrive per farne i componenti dell'acqua. Al più dunque ci poſſono preſentare l'oxigene, e l' idrogene ſotto l' idea di una ſoſtanza che contiene più o meno calorico. Ma in tal modo la definizione è vaga ed indeterminata. Che ſe ognuna di quelle due ſoſtanze ſi poteſſe preciſare almeno per indicazione ſenſibile, allora la diverſità del calorico ſervirebbe ad intendere una ſteſſa ſoſtanza diverſamente modificata: ma non eſſendo ſenſibilmente riconoſcibile nè l' una nè l' altra, ed altronde eſſendo vaga la definizione, queſta non ſerve per formarne una ſufficiente idea, potendo eſſa applicarſi ad un' altra ſoſtanza qualunque: giacchè molte ſono le ſoſtanze che poſſono eſſere combinate con quella quantità di calorico che eſſi aſſegneranno a quelle da eſſi chiamate con quei due arbitrarj nomi. Tra tali ſoſtanze può eſſere anche l'acqua riguardata non come compoſta, ma come ſemplice, ed omogenea; e come quell' aumento di calorico, per cui il ghiaccio diviene acqua, non altera l' oxigene, e l' idrogene nell' ipoteſi che queſti ſieno i componenti sì del ghiaccio come dell' acqua; così a ragione ſi può dire, che l'ulteriore aumento di calorico o ſemplice, o diverſamente modificato, per cui l'acqua diviene gaſſoſa, non muta la ſua natura, oſſia non la riſolve in diverſi componenti; il che come abbia luogo ſu già da me dichiarato nel Capo II. L'oxigene dunque, e l' idrogene ſono ſoſtanze immaginarie, che nella Chimica non poſſono avere niſſun uſo. Queſte altronde, come già provai, ſono introdotte ſenza veruna neceſſità, e, come ſotto apparirà, vengono anche malamente applicate alla ſpiegazione dei fenomeni chimici.

XXIX. E qui non è da ommettere un'oſſervazione che ſi preſenta a chi ſcorſe la Tavola dataci dai Nomenclatori. Tra le molte ſoſtanze, che vi ſono annoverate, una grande quantità ſi ſuppone combinata con oxigene. Tali ſono tutti gli acidi, e le calci metalliche. Ma in tre ſole trovaſi la combinazione coll' idrogene, cioè nell' acqua, nel gaſſo idrogeneo, e nel gaſſo idrogeneo fosforato. Ora non pare veriſimile che ſe l' oxigene, e l' idrogene foſſero realmente due delle ſoſtanze più elementari, una di eſſe, cioè l' idrogene, entri in combinazione con sì poche ſoſtanze.

CAPO IV.

Del Calorico.

XXX. Il calorico è quello, che i Metachimici fanno maſſimamente giuocare per iſtabilire la loro Teoria. Ma ſe cerchiamo che coſa eſſi intendano con queſto nome, li troviamo così indeterminati, che ci farà maraviglia a vedere, come abbiano tentato di formare una Teoria con un elemento da eſſi pure riconoſciuto per ignoto. Il Sig. *de Morveau* alla pag. 30. della Nomenclatura così ſi eſprime: *La lumiere & la chaleur paroiſſent en quelques circoſtances produire les memes effets; mais nos conoiſſances n' etant pas aſſez avancées pour pouvoir affirmer leur identité, ou leur difference, nous leurs avons conſervé à chacune leur denomination propre: nous avons ſeulement penſé qu' il falloit diſtinguer la chaleur, qui s' entend ordinairement d' une ſenſation, du principe materiel qui en eſt la cauſe, & nous avons deſigné ce dernier par le mot de calorique. Ainſi nous dirons que le calorique produit la chaleur, que le calorique a paſſé d' une combinaiſon dans une autre ſans produire une chaleur ſenſible.* Con tali eſpreſſioni il calorico viene rappreſentato come un principio materiale, che paſſa da una combinazione all' altra, cioè come una materia diſtinta da altre, con cui ſi combina. E veramente nella Tavola anneſſa alla Nomenclatura il calorico ſi dichiara come *chaleur latente, ou matiere de la chaleur*. Ma alla pag.

293 i Sigg. *Lavoiſier*, *Berthollet*, e *de Fourcroy* mettono dei dubbj ſu tale idea del calorico così ſcrivendo: ,, Nous dirons ,, qu'un gaz, ou fluide aeriforme eſt une combinaiſon du calorique avec une ſubſtance quelconque; et en effet toutes ,, les fois qu'il y a formation du gaz il y a emploi de calorique; et reciproquement toutes les ſois, qu'un gaz paſſe à l'etat ſolide ou fluide, la portion de calorique neceſſaire pour le conſtituer dans l'etat de gaz, reparoit et devient libre. Cet enoncé eſt rigoureuſement vrai, ſoit qu' ,, on le regarde comme un fluide elaſtique très ſubtil, ſoit ,, qu'on le regarde comme une modification ,,. Più incoerenti ſono ancora le eſpreſſioni, con cui ſi ſpiega il Sig. *Lavoiſier* alla pag. 6. del ſuo *Traité elementaire de Chimie* e che furono adottate dal Sig. *Berthollet* pag. 145 *Des Annales dè Chimie* Aout 1791. Ecco le ſue parole: ,, Nous avons ,, deſigné la cauſe de la chaleur, le fluide eminemment elaſtique qui la produit par le nom de calorique; indépendamment de ce que cette expreſſion remplit nôtre objet ,, dans le ſyſteme que nous avons adopté, elle a encore un ,, autre avantage, c'eſt de puvoir l' adapter a toutes ſortes ,, d'opinions, puiſque rigoureuſement parlant nous ne ſommes ,, pas même obliges de ſuppoſer que le calorique ſoit une ,, matière réelle; il ſuffit, comme on le ſentira mieux par ,, la lecture de ce qui va ſuivre, que ce ſoit une cauſe répulſive quelconque qui ecarte les molécules de la matière, ,, et on peut ainſi en enviſager les effets d' une maniere ,, abſtracte, et mathematique ,,.

XXXI. Volendo ſtare a queſte e ad altre eſpreſſioni convien dire, che i Metachimici aſſumono il calorico come una materia elaſtica, e diſtinta da altre ſoſtanze, colle quali ſi può combinare, e dalle quali può nuovamente ſepararſi; ma che per la loro teoria non è neceſſario il formarſene tale idea, e che quella può ſuſſiſtere abbenchè il calorico ſi riguardi come una modificazione, o come una cagione qualunque ripellente. Ma dicendo eſſi tali coſe moſtrano d'ignorare non ſolo il calorico, ma anche la loro teoria. Se il calorico non ſi aſſume come una materia diſtinta da altre, non più può queſta ſuſſiſtere. Per dimoſtrarlo conviene ſviluppare quelle idee, che eſſi inviluppano col ſoſtituire alla materia del calore o una modificazione, o una qualunque ripellente cagione. Per modificazione nel preſente caſo non altro ſi può intendere che una diverſità nella quantità, e qualità di moto. Ma fiſicamente parlando il moto è ſempre in una materia, che ſi muove, come pure una cagione ripellente riduceſi ad un corpo dotato di una forza ripellente. Dunque o vogliono che tal moto, e tal ripulſione eſiſta in un corpo diſtinto da altri, che eſſi indicano con particolari nomi, per eſempio, d'oxigene, e d'idrogene, e che da quel corpo a queſti venga comunicato tal moto, oppure che in queſti ſteſſi corpi eſiſta immediatamente tal moto. Così quando eſſi dicono che il gaſſo oxigeneo è una combinazione dell' oxigene col calorico, conviene determinare, ſe quella forza elaſtica, o ripellente, che rende, e mantiene in iſtato gaſſoſo l'oxigene, ſia immediatamente nell'oxigene ſteſſo, oppure ſe vi eſiſta per mezzo di un'altra ſoſtanza elaſtica o ripellente a quello unita, quale ſarebbe il calorico, ſe queſto foſſe una vera materia di calore. Nel primo modo il gaſſo oxigeneo ſarebbe lo ſteſſo oxigene dotato di una certa forza, epperò queſto formerebbe una modificazione d'oxigene. Nel ſecondo il gaſſo oxigeneo ſarebbe una combinazione di due ſoſtanze, cioè d'oxigene, e di quella, che lo renderebbe elaſtico, la quale ſarebbe il calorico avente una materia però propria. Quando dunque ſi voglia riguardare il calorico come una modificazione, o come una forza ripellente qualunque, conviene aſſumere, che eſſo non altro ſia che una forza reſidente immediatamente in quel corpo ſteſſo, che ſi aſſume. Poſte tali coſe facilmente apparirà, che aſſumendo il calorico in tal ſenſo, non più può ſuſſiſtere la teoria Metachimica. Queſta comincia a formare due gaſſi, cioè l'oxigeneo, e l'idrogeneo dalla combinazione dell'oxigene, e dell'idrogene col calorico; di più aſſume certe affinità tra il calorico ed altre ſoſtanze per iſpiegare la riſoluzione dei due gaſſi, e diverſe combinazioni. Finalmente uno dei principali principj è la diſtinzione in calorico latente, ed in calorico libero. Ora le combinazioni, le riſoluzioni, e le affinità ſono rapporti tra ſoſtanza e ſoſtanza, e non tra una ſoſtanza ed una modificazione; e la diſtinzione in calorico latente e libero non può aver luogo, ſe non ſupponendo una materia diſtinta. Da che ne ſegue che tutta la loro teoria diviene o nulla, o ridicola. Per eſempio, a ſpiegare la calcinazione di un metallo (pag. 295. Nomenclature) dicono che il metallo per l'azione del calore diviene atto a ſcomporre il gaſſo oxigeneo, e che trae a ſe l'oxigene, laſciando libero il calorico. Tale ſcompoſizione deriva da una ſuppoſta affinità tra il metallo e l'oxigene maggiore di quella, che è tra l'oxigene ed il calorico. Ora ſe il calorico non è che un moto nell'oxigene, converrebbe dire che il metallo ha più affinità col moto, di quel che il moto abbia affinità coll'oxigene. Di più l'indicata diſtinzione di calorico in latente e libero ſi riſolverebbe in una diſtinzione di moto latente, e di moto libero. Finalmente la riſoluzione del gaſſo oxigeneo conſiſterebbe in una ſeparazione dell'oxigene dal moto, prodotta dalla indicata maggiore affinità del metallo coll'oxigene.

XXXII. Non può dunque ſuſſiſtere la teoria, laſciando il calorico in quella indeterminazione, in cui lo conſiderano i Metachimici. Queſto ben intendono anch'eſſi, o almeno la maggior parte dei loro ſeguaci: ond'è che generalmente ſi determinano a trattare il calorico, come una materia dalle altre diſtinta. Comuuque però ſi conſideri, le proprietà, che ad eſſo attribuiſcono, non concordano nè colle oſſervazioni, nè colla loro ſteſſa teoria. Due ſono le proprietà principali, che aſcrivono al calorico, per derivare da eſſo la ſpiegazione de' fenomeni chimici. La prima è di fiſſarſi nei diverſi corpi, o di rimanere libero; l'altra è di produrre in eſſi diverſe mutazioni in proporzione della quantità, con cui vi agiſce. La diſtinzione del calorico in fiſſo, e libero è accennata in diverſi luoghi della Nomenclatura, come alla pag. 295. La ſteſſa diſtinzione è più diffuſamente ſpiegata da uno dei più dediti ſeguaci della nuova Teoria il Sig. *Briſon*, il quale al §. 588. *Traité elementaire de Phyſique* così ſcrive: „ Il faut ſçavoir que la matiere de la chaleur (qu'on peut auſſi appeller la matiere du feu, et „ qu'on appelle maintenant calorique) eſt un fluide particulier repandu dans tous les corps de la nature, et qui y „ exiſte dans deux etats différens, ſçavoir dans l'état de „ liberté, et dans l'état de combinaiſon. La matiere de la „ chaleur dans l'état de liberté eſt celle qui ſe trouve lo-

„ gée entre les particules des corps, qu'on ne peut point
„ contenir dans un vaiſſeau fermé, que rien n'arrête parce
„ que elle penetre avec facilité toutes les ſubſtances d'une
„ ſurface à l'autre. Celle-ci ſeule eſt capable d'exciter une
„ chaleur ſenſible à nos organes. Cette même matiere dans
„ l'état de combinaiſon eſt celle, qui conſtitüe un des prin-
„ cipes des corps. Dans cet état elle n'eſt qu'une chaleur
„ cachée, une chaleur latente; de ſort que un corps qui en
„ contiendroit une très-grande quantité ne ſeroit pas pour
„ nous plus chaud, que celui qui n'en contiendroit point
„ du tout. Cette matiere ſe dégage ſouvent dans la décom-
„ poſition des corps: allors de chaleur cachée elle devient
„ chaleur ſenſible en prenant l'état de liberté: elle devient
„ ſuſceptible d'agir ſur les corps placés dans ſon atmosphére,
„ et le thermometre en peut meſurer la force.„

XXXIII. Tale diſtinzione in calorico fiſſo e libero non può primamente ammetterſi, quando il calorico ſi conſideri come una modificazione; giacchè ſarebbe ridicolo il diſtinguere una modificazione in fiſſa e libera, ed il conſiderarla come principio coſtituente di un corpo, quando è fiſſa. Non meno incongruente ſarebbe la diſtinzione ſteſſa, quando ſi riguardaſſe il calorico come un moto, o come una forza inerente ad un dato corpo. Che ſe il calorico ſi aſſume come una particolare ſoſtanza, allora la diſtinzione accennata è incompleta, in quanto che può quello, o altro corpo eſſere unito con altra ſoſtanza in modo che non ſia nè libero, nè fiſso. L'eſempio più ſopra accennato delle bolle d'acqua ſpumoſe, e ripiene d'aria infiammabile ne è una pruova. Quella ſoſtanza infiammabile, che è contenuta dentro la pellicola acquea delle bolle, è ella fiſſa, o libera? Per rapporto alle parti componenti la ſuperficie, o pellicola di ciaſcuna bolla, l'aria infiammabile ſarà certamente libera, giacchè non è combinata colle parti componenti l'acqua ſeparata della pellicola. Ma conſiderando tutta la maſſa ſpumoſa come compoſta di bolle ſaponate, e piene d'aria infiammabile, non ſi ſaprà decidere ſe queſta vi ſia o fiſſata, o libera nel ſenſo ſopraeſpoſto. Fiſſata non ſi può dire, perchè non è combinata colle ſingole parti dell'acqua, ma ſolo è involta da una certa quantità di parti acquee, occupando nella capacità delle bolle uno ſpazio ſenſibilmente grande e diſtinto. Neppure ſi può dire libera, perchè non è ſemplicemente frappoſta alle ſingole parti acquee; ma è rattenuta dalla forza di coeſione delle parti componenti la ſuperficie delle bolle, ſicchè non può liberamente mutar luogo, e neppure paſſare da una bolla all' altra, non che da un corpo ad un altro di diverſa natura. In queſto caſo vedeſi dunque, che l' aria infiammabile può eſſere unita coll' acqua in modo che, ſtando alle definizioni ſopra arrecate, non ſia nè fiſſa, nè libera, ed in un ſimile ſtato può trovarſi anche il calorico per rapporto all' acqua, o ad altro corpo; anzi ammettendo che l' acqua divenga talora vaporoſa, e gaſſoſa per la ſua conformazione in bollicine, è del tutto veriſimile che il calorico vi ſia unito nel modo, con cui è unita l' aria infiammabile nella ſpuma ſopraindicata. Per lo che è chiaro che il calorico può avere nei corpi un terzo ſtato, per cui potrebbe chiamarſi *calorico involuto*. Ma oltre a queſti tre ne può avere altri molti; alcuni dei quali riſulteranno dalle diverſe combinazioni dei tre accennati. Certamente quelli tre ſtati, di cui ho parlato, ſono relativi unicamente al locale, oſſia alla meccanica diſpoſizione, che poſſono avere le diverſe parti del calorico per rapporto alle parti del corpo, in cui eſiſte. Ma ognuno facilmente intende, che il calorico può anzi, e deve avere diverſi ſtati anche a motivo delle diverſe forze, che agiſcono in natura: il che apparirà manifeſtamente allora che moſtrerò, che il calorico produce mutazioni nei corpi non ſolo in virtù della diverſa ſua quantità, come i Metachimici ſuppongono, ma anche in virtù delle ſue diverſe qualità. Intanto è da ritenere che il ſolo terzo ſtato da me accennato nel calorico baſta per rendere falſa la nuova teoria appoggiata ai ſoli primi due.

XXXIV. Vengo ora a moſtrare come ſia falſa la ſeconda ipoteſi, che da eſſi ſi aſſume, cioè che il calorico produca mutazioni nei corpi ſoltanto in virtù della maggiore, o minore ſua quantità. Che queſta ipoteſi ſia da eſſi aſſunta appare in più luoghi. Alla pag. 292. della Nomenclatura così ſcrivono: „ Si on prend un corps ſolide, de la glace, „ par exemple, et qu' on l' échauffe, elle ſe convertira en

„ eau, et cette eau prendra la forme de vapeurs, ou de „ gaz ſi on l'expoſe à une chaleur de 80 degrés. On peut „ dire la même choſe de preſque tous les corps de la natu- „ re; ils ſont ſolides, liquides, ou aeriformes ſuivant le de- „ gré de chaleur au quel on les expoſe. La Phyſique mo- „ derne a même trouvé des methodes pour meſurer avec „ exactitude le rapport des quantites de chaleur neceſſaire „ pour convertir une partie de corps ſolides en liquides, „ et ceux-ci en fluides aeriformes „. In queſto luogo ſi attribuiſce alla diverſa quantità di calorico ſoltanto quella mutazione, che conſiſte nel paſſaggio di un corpo dallo ſtato di ſolidità a quello di fluido o gaſſo. Ma la ſpiegazione, che i Metachimici danno del riſultato acqueo dell'eſperienza ſopraccennata, e di altri fenomeni, che eſſi fanno dipendere dal calorico, è ſempre derivata dalla ſola quantità del medeſimo. Così per iſpiegare come dalla combuſtione del gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo riſulti acqua, dicono che queſti due gaſſi hanno perduto una certa quantità del loro calorico, e perciò reſtò l'oxigene, e l'idrogene. Il derivare tali variazioni de' corpi dalla ſola quantità del calorico è ſupporre, che ogni calorico ſia di eguale natura, oſſia che nel calorico non abbia luogo alcuna modificazione, per cui rimanendo la ſteſſa quantità ſia diverſo in qualità. Queſta ſuppoſizione però non è ammiſſibile nè nell'opinione che il calorico ſia un moto, nè nell'altra, in cui ſi riguarda come una ſoſtanza diſtinta. Certamente il moto conſiderato fiſicamente è vario ſecondo la maſſa, la velocità, e la direzione; e quando molte maſſe ſono in moto, e ſi vengono a toccare, viene reciprocamente modificato il moto di ciaſcuna ſecondo le diverſe circoſtanze, in cui eſſe ſi trovano. Da che appare, che quando il calorico eſiſtente nei corpi non foſſe che un moto delle ſue particelle, gli effetti prodotti da tale calorico non potrebbero eſſere dipendenti dalla ſola quantità del moto. Poniamo per eſempio che una maſſa ſia come 8, ed abbia una velocità come 2, e che un'altra abbia una velocità come 8, e la maſſa come 2 In tal caſo la quantità di moto ſarebbe eguale in ambe le maſſe; ma l'effetto fiſico della prima ſarebbe ſu un aggregato di parti aſſai diverſo da quello della ſeconda; e la diverſità dipenderebbe da molte circoſtanze, ed anche dalla figura della maſſa. Così ſe la prima foſſe un cubo, e la ſeconda una sfera, quella moverebbe un numero maggiore delle indicate parti, ma con minore velocità; queſta metterebbe in moto un minor numero di parti, ma con maggiore velocità; ed inoltre le direzioni, ed altre modificazioni del moto di tali parti ſarebbero aſſai diverſe in que' due caſi. E' dunque chiaro, che quando il calorico conſiſteſſe nel moto delle parti del corpo, in cui eſiſte, non potrebbe produrvi le variazioni in proporzione della ſola ſua quantità.

XXXV. Lo ſteſſo appare quando ſi aſſuma, che il calorico conſiſta in una particolare ſoſtanza. Perciocchè il calorico è ſempre accompagnato da moto, almeno quando è libero. Se dunque gli effetti fiſici del moto ſono diverſi, abbenchè la quantità del moto ſia eguale, egli è chiaro che il calorico anche riguardato come una particolare ſoſtanza non agiſce ſoltanto in proporzione della ſua quantità, ma anche delle diverſe modificazioni, che ne coſtituiſcono le diverſe qualità.

XXXVI. Tutto ciò può eſſere confermato anche da eſperienze. I raggi ſolari raccolti nel fuoco di uno ſpecchio uſtorio ſono certamente una materia di calore, giacchè abbruciano i corpi, e producono calore. Ma ſe un corpo ſi pone non nel fuoco dello ſpecchio, ma in una diſtanza benchè aſſai piccola, non vi produce neſſun ſenſibile calore, nè lo abbrucia. Così al riferire di M. *Briſon* §. 1125. avvicinando la mano al fuoco dello ſpecchio uſtorio di M. *Trudaine*, che ha 4. piedi di fuoco, egli non vi ſentì calore: laddove immergendovi qualche corpo, ſi ſpandeva tutt' all' intorno un calore così vivo, che la faccia appena lo poteva ſoſtenere. Ora la quantità di materia del calore era la ſteſſa sì nel caſo dell' avvicinamento del corpo al fuoco dello ſpecchio, come nel caſo dell' immerſione, giacchè quella conſiſteva nei raggi ſolari raccolti, ed altronde, ſecondo i Metachimici, il corpo immerſo, abbenchè ſia combuſtibile, non ſomminiſtra calorico. Se dunque ſi ebbe un calore tanto diverſo, conviene aſcrivere tale diverſità non alla ſola quantità del calorico, ma a qualche altro principio, il quale induca una diverſa qualità nei calorici. Certamente in molte circoſtanze la luce produce effetti ſimili a quelli del fuoco, in altre gli effetti ne ſono molto diverſi. Quindi è che alcuni anche dei nuovi Nomenclatori ſtimano che il principio del fuoco, e della luce ſieno una ſola e ſteſſa ſoſtanza, ma diverſamente modificata (*Briſon* §. 1099.). Altri di loro, ſe non ammettono deciſamente tale identità modificabile, la riguardano almeno come dubbioſa. Può dunque una ſteſſa materia eſſere modificata in modo, che ora ſia la luce, ora fuoco, e tal materia dovrebbe riguardarſi come un calorico elementare. Perlochè ſiccome ſono diverſi di qualità la luce, ed il fuoco, così devonſi ammettere diverſe qualità di calorici, i quali perciò produrranno il loro effetto dipendente non ſolo dalla quantità, ma anche dalla qualità loro.

XXXVII. Quand' anco ſi concedeſſe, che una ſola, e ſemplice foſſe la materia del calore, non mai però potrebbe provarſi, che queſta ſia quella che agiſce per ridurre l'acqua in ſoſtanze gaſſoſe, e per produrre nei corpi le altre variazioni, che da' Metachimici ſi derivano dalla ſola diverſa quantità del calorico. Che anzi ſiccome queſto ſi combina facilmente con altre ſoſtanze, così è veriſimile, che il calorico interveniente a formare i diverſi gaſſi acquei ſia già diverſamente modificato; per la qual modificazione conviene ammettere diverſe qualità di calorici. Nel corpo ſpumoſo più volte rammemorato le bolle ſono ripiene di aria infiammabile, cioè di un calorico già combinato con altra ſoſtanza. Eſſendo viſibile la formazione, e grandezza loro, ed eſſendo ſeparatamente da noi formata l'aria infiammabile, noi diſtinguiamo le bolle acquee dall' aria infiammabile, che contengono; e ſapendo altronde che l'aria infiammabile non è un corpo ſemplice, noi dall' infiammazione del corpo ſpumoſo non deduciamo, che le bolle s' infiammino per eſſere unite a ſemplice calorico. Ma ſe le bolle foſſero inſenſibili, nè ſapeſſimo di qual materia foſſero ripiene, facilmente aſcriveremmo l'infiammazione all' unione del ſemplice calorico con acqua. Ora in quella maniera che l'aria infiammabile è un calorico modificato per l'unione di eſſo con altra ſoſtanza, e queſto ſi uniſce con altro corpo, cioè con bolle acquee, e rende infiammabile tutto il corpo ſpumoſo; così veriſimilmente deve intervenire che in natura eſiſta il calorico modificato già dall'unione con altre ſoſtanze diverſe, e che diverſi calorici ſi uniſcano con altri corpi. Certamente in natura eſiſtono ſottiliſſime ſoſtanze, come ſono la luce, il fuoco, la materia elettrica; e molte parimenti ſono le forze, come l'elaſticità, le mutue affinità, e le particolari attrazioni. Tali ſoſtanze, e forze continuamente, e reciprocamente ſi modificano tra loro. Per lo che il volere che il calorico, il quale entra più o meno in tutti i corpi, agiſca ſoltanto in ragione della ſua quantità, è lo ſteſſo che dire, che eſſo o non viene modificato dalle altre ſoſtanze, o che le modificazioni ſieno tali, che non oſtante la loro varietà laſcino ancora agire il calorico in proporzione della ſola ſua quantità: il che in neſſun modo può ammetterſi. Eſſi ſteſſi per eſempio aſſumono, che il calorico abbia diverſe affinità. Così quando dicono che i metalli ſi calcinano per la decompoſizione del gaſſo vitale, ciò aſcrivono alla affinità del calorico, la quale ſuppongono minore tra il calorico ed il metallo, di quel che ſia tra il calorico e l'oxigene. Ora ſe gli effetti del calorico ſulle ſoſtanze, in cui entra, dipendono anche dalle diverſe affinità del medeſimo, è chiaro che la ſua azione è in ragione compoſta almeno della ſua quantità, e del ſuo relativo grado di affinità. E' dunque una contraddizione il dire che agiſce ſolo in virtù della ſua quantità, quando che l'affinità v'induce anche una diverſa qualità.

XXXVIII. Per ridurre il tutto in breve ſembra da dire, che almeno tre ſieno le qualità di calorici ſenſibilmente riconoſcibili, cioè la luce, il fuoco, e la materia elettrica. In ognuna di eſſe noi diſtinguiamo diverſe modificazioni, le quali non ſono ſpiegabili per la ſola diverſa quantità: onde dobbiamo dire, che ſienvi anche diverſe ſubalterne qualità di luce, di fuoco, e di elettricità. Poſſono inoltre quelle tre prime qualità di calorico combinarſi tra loro due a due, ed anche tutte e tre. Di più ogni qualità di tali calorici può eſſere modificata dall' unione con altre ſoſtanze diverſe dalle accennate, e formare così altre qualità ſecondarie di calorici. Ora eſſendo la nuova Teoria fondata ſul principio, che il calorico ſia ſempre della ſteſſa qualità, e che non produca variazioni, ſe non in proporzione della ſua quantità, tà, è manifeſto che quella è appoggiata ad un' arbitraria ipoteſi.

XXXIX. Le idee, che noi ci formiamo degli eſſeri fiſici, non mai poſsono eſſere chiare e diſtinte, ſe non quando ſieno riducibili ad una claſſificazione appoggiata a proprietà caratteriſtiche, e riconoſciute per eſperienza; quindi per fiſſare le diverſità dei calorici io le ridurrò alla ſeguente claſſificazione. Riteniamo il nome di calorico come già ricevuto, intendendo per eſso una ſoſtanza atta a produrre calore ſenſibile. Queſto calorico può eſſere o accompagnato da fiamma, o ſenza di eſſa, come per eſperienza è noto. Dunque potrà eſſere diſtinto in due generi. Il primo ſarà il calorico infiammabile, che chiamerò *flogiſto*; il ſecondo ſarà il calorico non infiammabile, ed a queſto darò il nome di *termio*. Ma il calorico infiammabile talora non s'infiamma, ſe non per l'applicazione di viva fiamma, o di ſcintilla elettrica, e talora s'infiamma anche ſenza tale applicazione. Queſto indica una diverſità nel flogiſto; epperò quella pure potrà eſprimerſi, diſtinguendo il flogiſto in due qualità, o ſpecie, la prima delle quali ſi chiamerà *flogico*, e l'altra *pirico*, dando a ciaſcuno di queſti nomi la poc'anzi accennata ſignificazione. Potrebberſi quindi fare altre diſtinzioni, o ſpecie ſubalterne ſecondo altre diverſità, che ſi oſſerveranno sì nel flogico, come nel pirico. Ma queſte baſtano al mio ſcopo, che è diretto a dichiarare i due vocaboli di *flogico* e *termio* da me più ſopra uſati; e da quelle appare, che il flogico è una ſpecie di flogiſto, il quale io ho aſſunto come combinato con acqua per formare il gaſſo idrogeneo, in quanto che queſto gaſſo non è infiammabile, ſe non per l'applicazione di fiamma, o di ſcintilla elettrica. Appare ſimilmente, che il *termio* da me aſſunto come combinato con acqua per formare il gaſſo oxigeneo è una ſpecie di calorico non flogiſtico. La novità dei nomi da me introdotti unicamente per brevità di eſpreſſione non potrà far difficoltà a chi nella Nomenclatura ſi è preſo ogni licenza.

XL. Abbenchè ad altri non piaceſſe queſta claſſificazione, niſſuno però potrà negare, che alcuni dei calorici ſieno infiammabili, e che perciò tra queſti ſia da annoverarſi il flogiſto, il quale non altro ſignifica per ſe ſteſſo, ſe non che una ſoſtanza, o un calorico infiammabile; e ſe queſto eſiſte deve certamente agire nelle mutue variazioni dei corpi. In ogni modo i Metachimici lo vogliono eſcluſo, per ſoſtituirvi il loro calorico: il che quanto ſia fuori di ragione apparirà da un breve confronto tra l'uno e l'altro. Eſſi al primo oppongono, che la natura di lui è ignota, e che non ſervì, ſe non a formar teorie del tutto tra loro diverſe: onde conchiudono dicendo (pag. 308. e 309. Nomenclature) che „ c'eſt un Protée qui ſe préſente ſous toutes les formes, „ et qui échappe au raiſonnement comme à l'experience au „ moment où l'on croit être prêt de le ſaiſir.... toutes ces „ théories n'ont de commun entre elles que le mot de phlogiſtique qu'elles ont conſervé, et qui eſt en quelque façon „ leur terme de ralliement „. Non è da negare, che il flogiſto ſia ancora ignoto quanto alla ſua natura, e ch'eſſo abbia data occaſione a teorie molto tra loro diverſe. Il motivo ne fu, che ſi volle riguardarlo come una ſoſtanza unica nel ſuo genere, quando che molte ſono le qualità, o ſpecie di flogiſto; e con quella ſola ſi vollero ſpiegare tutti i fenomeni chimici. Ma della natura del loro calorico, che ſanno eſſi, o che ci fanno ſapere, quando che eglino medeſimi confeſſano di non ſapere neppure ſe ſia una ſoſtanza, o una modificazione? Oltre a che ci dicono, che una ſola è la qualità di calorico, che queſto non eſiſte, ſe non o libero, o fiſſo, e che produce effetti ſoltanto proporzionali alla ſua quantità: le quali coſe tutte furono da me provate falſe, o certamente da eſſi non furono provate vere. Se dunque il flogiſto per le varie forme, con cui molti lo rappreſentarono, ſembra ad eſſi un Proteo, il loro calorico per l'accompagnamento di una poetica teoria, e di una comica nomenclatura ſarà da altri facilmente riguardato come uno ſgraziato Eſopo.

CAPO IV.

Della Combuſtione.

XLI. Poichè tutta la nuova Teoria è dedotta maſſimamente da un effetto, che venne prodotto dalla combuſtione dei due gaſſi, infiammabile, e vitale, ſtimo opportuno l'eſaminare parimenti l' idea, che i Metachimici ci danno di queſta operazione. Eſſa non ſi può meglio rilevare, che dalla eſpoſizione fattane da *Briſon* al §. 1129. e 1132. „ Le *calorique* combiné avec une ſubſtance quelconque ne fait ſentir aucune chaleur; mais la chaleur devient d'autant plus „ grande, et ſes effets ſont d'autant plus rapides qu' il y a „ une plus grande quantité de calorique, qui prend l' état „ de liberté. Voyons donc ce qui fournit cette grande quan„ tité de calorique libre dans la combuſtion des corps. Les „ corps ne peuvent brûler qu' en contact avec l' air pur „ (§. 664.) parceque la combuſtion conſiſte dans la combi„ naiſon de la baſe de cet air appellée oxigene avec le corps „ combuſtible. Or l' air pur contient une grande quantité de „ calorique combiné avec ſa baſe, avec l' oxigene. Lors donc „ que ſon oxigene ſe combine avec le corps qui brûle, ſon „ calorique prend l' état de liberté, et ſe reunit à celui qui „ avoit deja occaſionné le commencement de l'embraſement... „ Dans toute combuſtion il y a donc de l' air pur decompo„ ſé, du calorique degagé, et divenu libre, et par conſe„ quent de la chaleur produite; mais une chaleur plus ou „ moins grande ſuivant la nature du corps qui brûle. Car „ ſuivant les experiences de MM. *Lavoiſier* et *la Place*, „ une once de charbon en brûlant, conſomme 4037,5 pou„ ces cubes d' air pur, et forme 3021,1 pouces cubes de „ gas acide carbonique. Cette once de charbon conſomme „ donc 3 onces, 4 gros, 2,7500 grains d' air pur, et „ forme 3 onces, 5 gros, 11,6645 grains de gas acide „ carbonique. D' où il ſuit qu' une once de charbon four„ nit 1 gros, 8,9145 grains de carbone, ou un peu moins „ de $\frac{1}{7}$ de ſon poids. „

XLII. Che il gaſſo oxigeneo ſotto nome di aria vitale foſſe neceſſario alla combuſtione dei corpi, già ſi ſapeva prima della nuova Teoria, ſebbene non ſi ſapeſſe preciſare quale ne foſſe la cagione. Ma la ſpiegazione a roveſcio, che ci viene data dai Metachimici, vi ha introdotta una poſitiva confuſione d' idee, la quale è tanta, che viene in contraddizione colla ſteſſa ſpiegazione, che eſſi danno all' eſperimento principale, ſul quale l' appoggiano. Nell' eſperimento, in cui dalla combinazione del miſto di gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo riſulta acqua, il corpo combuſtibile è il gaſſo idrogeneo; e dicono che per la combuſtione i due gaſſi hanno perduto il loro calorico, ed è rimaſto perciò l'oxigene, e l'idrogene, dalla combinazione de' quali riſultò acqua. Ora ſe il corpo combuſtibile, quale è qui il gaſſo idrogeneo, non ſoffre, com' eſſi aſſeriſcono, nella combuſtione veruna riſoluzione; come dunque poſſono dire, che l'acqua venga compoſta d'oxigene, e d'idrogene? Se il gaſſo idrogeneo non fu ſcompoſto per la combuſtione, cioè a dire, ſe non ha dimeſſo il ſuo calorico, convien dire che dopo la combuſtione rimanga ancora com'era prima, cioè un compoſto d'idrogene, e di calorico. Eſſo pertanto tiene ancora la natura del gaſſo idrogeneo, e non avvi altra diverſità, ſe non che eſſo non più coſtituiſce un fluido gaſſoſo, a motivo che ſi combina, o ſi ſiſſa coll' oxigene per formare l'acqua. Queſta pertanto dovrebbe dirſi compoſta non d'oxigene, o d'idrogene, ma bensì d'oxigene, e di gaſſo idrogeneo fiſſato. Dunque è falſa o la teoria della combuſtione, ſecondo la quale il gaſſo idrogeneo non deve ſcomporſi nell'infiammarſi; o la teoria della formazione dell'acqua, la quale ſi ſuppone compoſta di oxigene, e d'idrogene, oſſia di gaſſo idrogeneo ſcompoſto per la combuſtione, e privato di calorico. Ma non errerà chi dirà eſſere falſa e l'una, e l'altra.

XLIII. Se diceſſero che il corpo combuſtibile nell'accennato eſperimento è il miſto dei due gaſſi, con ciò non toglierebbero la contraddizione, ma l' aumenterebbero. Un miſto di due gaſſi, quali ſono in queſto caſo l'oxigeneo, e l'idrogeneo, altro non è, che un gaſſo, il quale comunica coll'altro pel contatto mutuo della ſuperficie delle diverſe particelle infiniteſime, d'onde ſono compoſti. Allorachè ognuno di queſti gaſſi è diſtinto, e forma maſſe di una grandezza ſenſibile, eſſi intanto s'infiammano in quanto che ogni particella infiniteſima delle ſuperficie finite, in cui ſi toccano, comunicano, ed agiſcono tra loro. La combuſtione pertanto compiendoſi per l'azione mutua delle minime particelle, che compongono i gaſſi, interviene quanto alla ſoſtanza nello ſteſso modo in ambedue i caſi, cioè sì quando i gaſſi ſono miſti, come quando ſono in maſſe finite e diſtinte. Solo avvi la diverſità, che quando ſono miſti, il numero dei contatti delle particelle è maggiore; onde in dato tempo ſi ha una infiammazione più forte, e più copioſa. Per lo che ſe la combuſtione non ſcompone il corpo combuſtibile, cioè le particelle minime, e coſtituenti del gaſſo infiammabile, rimarrà ancora la ſteſſa difficoltà ſopraccennata. Ma col riguardare il miſto come corpo combuſtibile ſi gettano in un' altra contraddizione; e queſta è che ammetterebbero una riſoluzione, oſſia una dimiſſione di calorico anche nel corpo combuſtibile: il che eſſi generalmente negano.

XLIV. Ma eſaminiamo com' eſſi provino il loro aſſunto, e troveremo, che il tutto conſiſte ad inviluppare colla realtà, ed eſattezza di certi peſi le loro ipoteſi, per dare a queſte quella credibilità che non poſſono avere. Abbruciano in gaſſo vitale un' oncia di carbone, e ci dicono che ſi ſono conſunti 4037,5 pollici di queſto gaſſo; e riducendo a peſo queſte miſure conchiudono, che quell' oncia di carbone conſumò 3 once, 5 groſſi, 2,7500 grani di gaſſo vitale, e formò 3 once, 5 groſſi, 11,6645 grani di gaſſo acido carbonico, oſſia di aria fiſſa, epperò che un' oncia di carbone ſomminiſtrò 1 groſſo, 8,9145 grani di una ſoſtanza, che eſſi riguardano come carbone puro, e che chiamano *Carboña*. Quindi dicono, che dalla combinazione dell' aria vitale colla carbona, e col calorico riſulta un nuovo fluido elaſtico, cioè l' aria fiſſa. L' inviluppo è manifeſto. Separiamone pertanto quello che è reale dall' immaginario. Reale è primamente l' oncia di carbone, come pure il volume d' aria vitale conſiſtente in 4037,5 pollici cubici, e quello dell' aria fiſſa trovato di pollici cubici 3021,1. E' parimenti vero, che l' indicato volume di aria vitale peſa 3 once, 4 groſſi, 2,7500 grani, che il volume indicato di aria fiſſa peſa 3 once, 5 groſſi, 11,6645 grani, e che finalmente la differenza tra queſti due peſi è 1 groſſo, 8,9145 grani. Ma che le 3 once, 5 groſſi, 11,6645 grani di aria fiſſa ſieno riſultati dalle 3 once, 4 groſſi, 2,7500 grani di aria vitale meſſi nell' apparato, e da 1 groſſo, 8,9145 grani di carbona fornita dal carbone, ciò non riſulta dall' eſperienza, nè ſi può ammettere ſe non in virtù d' arbitrarie ipoteſi: cioè a dire conviene ſupporre 1.° l' eſiſtenza dell' oxigene già da me dimoſtrata arbitraria, 2.° che tra il carbone e l' oxigene ſia più affinità di quella che è tra l'oxigene ed il calorico: la qual affinità non ha veruna pruova; finalmente che nella combuſtione intervenga ſoltanto una ſoluzione ed una compoſizione; cioè una riſoluzione del gas oxigeneo, per cui l' oxigene ſi ſepara dal calorico, ed una compoſizione dell' oxigene colla carbona: il che ora moſtrerò quanto ſia alieno da ogni veriſimiglianza. E' noto, che tutte le ſoluzioni ſono reciproche; cioè a dire ſe per eſempio un acido ſcioglie un alkali, reciprocamente l' alkali ſcioglie l' acido, e generalmente interviene una certa traſmutazione sì nel ſolvente che nello ſciolto, o anzi nei reciproci ſolventi. Se dunque il corpo combuſtibile ſcioglie il gaſſo oxigeneo, queſto reciprocamente ſcioglierà il corpo combuſtibile. Il determinare poi ſe in queſta reciproca ſoluzione ſia intervenuta una riſoluzione o in un corpo, o nell' altro, o in ambedue, e ſe dopo la riſoluzione ſia nei corpi riſoluti intervenuta qualche nuova compoſizione, ciò dipende dalla cognizione dei componenti de' corpi meſſi in azione, e dall' eſame dei riſultati reſidui dopo la combuſtione.

XLV. Quindi ommettendo per ora la determinazione dei componenti dei corpi meſſi in azione, cioè del gaſſo oxigeneo, e del carbone, avrebbero dovuto i Metachimici almeno analizzare i riſultati della combuſtione, che ſono l' aria fiſſa, ed il reſiduo del carbone. Ma tale eſame da eſſi non fu fatto, e ſolo ſi ſono ridotti a riconoſcere il peſo dell' aria fiſſa. Ma il peſo di un corpo non baſta a farcene conoſcere i componenti, ed il compleſſo delle variazioni intervenute nella combuſtione ci perſuade, che quelli aſſegnati all' aria fiſſa ſono del tutto arbitrarj. Primamente è manifeſto, che nella combuſtione intervenne una riſoluzione anche nel carbone, giacchè il ſuo reſiduo è molto diverſo dal carbone meſſo in eſperienza, e trovaſi diminuito di $\frac{1}{7}$ del ſuo peſo: e ciò devono eſſi pure ammettere volendo, che da eſſo ſiaſi ſeparata la carbona per unirſi coll' oxigene a formare l' aria fiſſa. E' dunque falſo, che per la combuſtione ſucceda una riſoluzione ſoltanto nel gaſſo oxigeneo. Poſto che ſiaſi ſeparato dal carbone una ſoſtanza, potè combinarſi col ſuo reſiduo un' altra ſoſtanza, che eſiſteva nel gaſſo oxigeneo, per eſempio una porzione di oxigene, ed allora ſarebbe intervenuta una nuova compoſizione tra il reſiduo del carbone e queſta porzione d'oxigene; il che ſe foſſe intervenuto ſarebbe falſa non ſolo tutta la teoria della combuſtione, ma anche quella dei componenti dell' aria fiſſa. Eſſi aſſeriſcono bensì, che la carbona ſi unì coll' oxigene; ma non hanno una ragione per provarlo: onde può egualmente dirſi che anzi l'oxigene ſi unì in parte col carbone, formando il reſiduo del carbone che trovaſi dopo la combuſtione. I peſi ſopraindicati, ſu cui è appoggiata la teoria loro, ſi combina egualmente con altra ben diverſa, che io ora formerò. Riduciamo il tutto in groſſi, ed ommettiamo per brevità le frazioni. Allora il carbone intatto ſarà 8 groſſi, il reſiduo del carbone 7 groſſi, il gaſſo oxigeneo 28 groſſi, e l'aria fiſſa 29 groſſi. Nella loro ipoteſi i groſſi 29 d'aria fiſſa riſultano dall'unione dei 28 groſſi di oxigene, e da 1 groſſo che manca nel reſiduo del carbone per formare gli 8 groſſi del carbone intatto. Poniamo ora, che nella combuſtione 4 groſſi di una ſoſtanza eſiſtente nel gaſſo oxigeneo ſi ſieno combinati col carbone, nel mentre che ſi andava riſolvendo; allora il ſuo peſo ſarebbe divenuto di 12 groſſi, e tale ſi ſarebbe trovato il reſiduo, ſe quello non aveſſe dimeſſa una ſua ſoſtanza nel riſolverſi. Aſſumiamo che il carbone, che era di 8 groſſi, nel riſolverſi abbia perduti 5 groſſi, allora avendone acquiſtati 4 e perduti 5, il ſuo reſiduo ſarebbe ancora di 7 groſſi. Parimenti ſe i 5 groſſi perduti dal carbone ſi ſono combinati col gaſſo oxigeneo nel riſolverſi, il riſultato di queſta combinazione, che è l'aria fiſſa, ſarà ancora di 29 groſſi, giacchè il gaſſo oxigeneo peſava originariamente 28 groſſi, e ne perdette 4, acquiſtandone 5. Ecco dunque come i peſi eſpoſti con tanta eſattezza ſono applicabili ad un' altra ipoteſi, ſenza far violenza alle idee chimiche, anzi aſſumendo certe idee da eſſi pure ricevute. Così il paſſaggio di una porzione del gaſſo oxigeneo in quel corpo, che unitamente al gaſſo oxigeneo ſubiſce una ſoluzione, è da eſſi ammeſſo, quando ſi tratta della calcinazione di un metallo, la quale eſſi derivano dalla combinazione di eſſo coll' oxigene. Se aſſumo, che ſolo una porzione del gaſſo oxigeneo ſi combini col carbone, ciò non è alieno da quello, che eſſi ſteſſi ammettono nel calorico, volendo che ſolo una porzione di quello, che era nel gaſſo oxigeneo, divenga libero, e l' altra rimanga nell' aria fiſſa. Se vogliono dunque che la loro teoria ſia preferita all' ipoteſi da me accennata, e che ſia appoggiata ai peſi, ed anche alle miſure, moſtrino nell'aria fiſſa l' oxigene, e la carbona, e ci facciano vedere che dei 29 groſſi d'aria fiſſa, 28 ſono d' oxigene, ed 1 di carbona. Ma fintanto che la loro argomentazione conſiſterà a dire che 28 ed 1 fanno 29, altri troverà facilmente molti altri numeri che uniti ſaranno pure 29.

XLVI. Vuolſi inoltre oſſervare, che per riguardo al calorico eſſi non valutano i ſuoi effetti a norma delle idee che hanno aſſunte. Eſſi dicono che l'aria fiſſa riſultante dall' accennata combuſtione è compoſta di oxigene, di carbona, e di calorico; ed intanto fanno entrare il calorico come un componente dell' aria fiſſa in quanto che nella combuſtione poco ſe ne ſviluppò dal gaſſo oxigeneo. Ora per due cagioni può eſſere che poco calorico ſiaſene ſviluppato, cioè, o in quanto che fu ſcompoſta una piccola quantità di gaſſo oxigeneo, sì che una porzione di queſto rimaſe ancora col ſuo calorico di prima, oppure perchè la riſoluzione del totale del gaſſo oxigeneo non fu compiuta. Nel primo caſo l' aria fiſſa dovrebbe dirſi compoſta di carbona, di oxigene, e di gaſſo oxigeneo; onde ſarebbe falſa l' idea che ci danno dell' aria fiſſa (§. XLI.); e nel ſecondo ſarebbe da dirſi compoſta di carbona, e di gaſſo oxigeneo diminuito di una piccola parte del ſuo calorico: onde rimanendo nell' aria fiſſa il gaſſo oxigeneo non potrebbe dirſi, com' eſſi aſſeriſcono, che la combuſtione ſia intervenuta perchè l' affinità tra l' oxigene, ed il carbone, o la carbona è maggiore di quella, che è tra l' oxigene ed il calorico.

XLVII. L'eſperienza adunque non dà verun fondamento alla Teoria: nè queſta ha veruno ſoſtegno nell' oſſervazione da eſſi addotta relativamente al vario ſtato che acquiſta un corpo per l'azione del calorico. Il *Briſon* al §. 1132 ſi eſprime nei ſeguenti termini „ Une reflexion frappante (dit M.^{r}
„ *Lavoiſier*) et qui vient à l' appui des précédentes, c' eſt
„ que preſque tous les corps peuvent exiſter dans trois états
„ différentes, ou ſous forme ſolide, ou ſous forme liquide,
„ c' eſt a dire fondus, ou ſous forme de fluide elaſtique: ces
„ trois

„ trois états ne depéndent que de la quantité plus ou moins „ grande de calorique, dont ces corps ſont pénétrés, et avec „ le quel ils ſont combinés. La fluidité, et élaſticité ſont „ donc les propriétés caractériſtiques de la preſence du calo„ rique et d'une grande abbondance de calorique: la ſolidi„ tè, la compacité au contraire ſont les preuves de ſon ab„ ſence. Autant donc il eſt prouvè que les ſubſtances aéri„ formes et l'air lui-méme contiennent une grande quantité „ de calorique combiné, autant il eſt probable que les corps „ ſolides en contiennent peu „. L'aria di maraviglia, con cui viene propoſta queſta oſſervazione altronde molto comune anche ai vecchj Chimici, è tanto aliena dal propoſito, quanto è la bilancia alla loro Teoria. Io certamente non ſaprei dire, come da eſſa poſſano deſumere una confermazione per la teoria della combuſtione, ſe non è forſe nella conſeguenza che eſſi deducono, cioè, che i corpi ſolidi devono contenere poco calorico, e che ſiccome molti corpi combuſtibili ſono ſolidi, così non ſi deve ammettere che il calorico nella combuſtione venga da queſti fornito.

XLVIII. Queſta oſſervazione però primamente è appoggiata alla falſa ipoteſi, che il calorico concorra alla mutazione di ſtato de' corpi ſoltanto in virtù della ſua quantità; è inoltre una mal ferma congettura il dire che i corpi ſolidi contengano una quantità di calorico minore di quella, che è nei fluidi. La ſolidità non dipende dalla ſola quantità del calorico, ma anche dalla figura, e grandezza delle parti, e dalle particolari attrazioni; e per tali circoſtanze poſſono avere una coeſione tale, che ritengano una maggiore quantità di calorico dei fluidi.

CAPO V.

Sulle Affinità.

XLIX. Sembra ſtrano il vedere come nella mutazione dei vocaboli chimici abbiano i Nomenclatori ritenuto quello di affinità, il quale preſo così in aſtratto non ha quella preciſione che eſſi intendono di dare ai loro vocaboli. Il motivo di ritenerlo ſembra eſſere ſtato per poter con un nome già ricevuto, ma da eſſi uſato in tutt' altra ſignificazione, dare ragione di certe parti della loro teoria, e così dare corſo alla medeſima. Le affinità chimiche tra certi corpi furono già introdotte, non per ipoteſi, ma per eſperienze. Le ſoſtanze, tra le quali dai Chimici ſi aſſegnarono certe affinità, erano ſenſibilmente note, e gli effetti, dai quali ſi deduceva una maggiore, o minore affinità, erano pure conoſciuti. Così ſe dicevaſi, che un alkali è più affine ad un acido di quel che a queſto ſia affine un metallo, ſi applicava queſta propoſizione a ſoſtanze reali, ed era nota ſeparatamente ciaſcuna delle ſoſtanze chiamate *alkali*, *acido*, *metallo*. Di più il riſultato dell'operazione, da cui ſi derivava l'affinità, era ſenſibile. Così per dire, che l' alkali fiſſo è più affine all' acido di nitro, di quel che il rame ſia affine all' acido ſteſſo, ſi ſcioglieva primamente il rame nell' acido di nitro; ed alla ſoluzione ſi aggiugneva l' alkali, e vedevaſi che per l'addizione di queſto ſi precipitava il rame, ed inoltre ſi riconoſceva, che dopo la precipitazione l'alkali era unito coll' acido. Di più l' aſſegnazione delle diverſe affinità tra certi corpi non ſi faceva ſe non con certe limitazioni relative al diverſo ſtato dei corpi ſteſſi, ed alla maniera di operare ſulle medeſime: onde ſi diſtinguevano per eſempio le affinità dei metalli ſecondo che erano o in forma metallica, o calciformi, o ſecondo che ſi operava per via ſecca, o per via umida. Ma le affinità dei Metachimici cadono ſu ſoſtanze nè ſenſibili, nè reali, come ſono l' oxigene, l' idrogene, ed altrettali; inoltre ſi ſuppone che delle due l'una abbia con una terza un' affinità maggiore di quella che con queſta ne abbia un' altra, ſenza che abbiano veruna eſperienza immediata, ſu cui appoggiarſi. Così per iſpiegare come ſi riduca la calce di rame fuſa nel gaſſo idrogeneo, dicono che l'oxigene contenuto nella calce di rame è più affine coll'idrogene, e che perciò abbandona il metallo per combinarſi coll'idrogene, e così formare acqua. Ora per quale eſperienza immediata trovarono eſſi queſta affinità tra l'oxigene e l' idrogene, ed inoltre come trovarono che eſſa ſia maggiore di quella, che è tra l' oxigene ed il rame? E' adunque del tutto ipotetica; e tali generalmente ſono le altre affinità da eſſi introdotte, così che voglionſi riguardare come metachimiche, anzi che chimiche.

L. Del reſto come i rapporti d' affinità da eſſi ſtabiliti non poſſano ſuſſiſtere, neppure ſecondo i loro principj, ſi può vedere preſſo il *Kirvan* nella Sezione II. *Eſſai ſur le Phlogiſtique* pag. 42, e leggendo la nota fattavi dal Sig. *Lavoiſier* alla pag. 46 ſi conoſceranno ſempre più i difetti della Tavola delle nuove affinità.

CAPO VI.

Sulle condizioni richieſte per dare una dimoſtrazione della compoſizione e riſoluzione dell' acqua.

LI. In più luoghi delle loro opere i Metachimici ſi eſprimono in modo da far credere, che eſſi abbiano dimoſtrata la compoſizione, e riſoluzione dell' acqua. Queſta, come già accennai al Capo II., dicono dedotta immediatamente dalle eſperienze: il che per altro, come moſtrai, è del tutto lontano dal vero. Alla pag. 298 della Nomenclatura moſtrano la ſteſſa perſuaſione, e cercano di appoggiarla anche ad eſempj derivati dalla Chimica. „ Un des points, dicono, de „ la doctrine moderne, qui paroit le plus ſolidement établi, „ eſt la formation, la décompoſition, et la recompoſition „ de l'eau, et comment ſeroit-il poſſible d'en douter, quand „ on voit qu'en brûlant enſemble 15 grains de gaz inflammable, et 85 d'air vital on obtient exactement 100 grains „ d'eau, qu'on peut par voie de décompoſition retrouver ces „ deux mêmes principes, et dans les mêmes proportions? Si „ on doutoit d'une vérité établie par des expériences sì ſimples, sì palpables, il n' y auroit plus rien de certain en „ Phyſique, il faudroit mettre en queſtion ſi le tartre vitriolé eſt réellement compoſé d' acide vitriolique, et d'alkali „ fixe; le ſel ammoniac, d'acide marin, et d' alkali volatil „ ecc. ecc. Car les preuves que nous avons de la décompoſition de ces ſels ſont du même genre, et elles ne ſont „ pas plus rigoureuſes que celles, qui établiſſent la compoſition de l' eau „. Sembra appena credibile come l' entuſiaſmo teoretico abbia traſportato sì grandi Chimici in modo da non vedere la palpabile differenza tra la immaginata compoſizione, e riſoluzione dell' acqua, e la reale compoſizione del tartaro vitriolato, e riſoluzione del ſale ammoniaco. Il tartaro vitriolato ſi forma miſchiando acido vitriuolico in una diſſoluzione di alkali vegetale, ſinchè i ſali ſi ſieno tra loro neutralizzati. Quindi ſi filtra il tutto, e ſi fa ſvaporare per ottenere il ſale neutro criſtallizzato, oſſia il così detto *Tartaro vitriolato*. Ora in queſto proceſſo le ſoſtanze, che ſi miſchiano, ſono ſeparatamente riconoſcibili coi ſenſi, e ſono note ſotto il nome di acido vitriuolico, e di alkali fiſſo; e poichè l'operazione conſiſte ſolo in una miſchianza di due ſali liquidi, ed in una ſvaporazione, la quale non può alterarli; perciò a ragione ſi dice che il tartaro vitriolato è compoſto di acido vitriuolico, e di alkali fiſſo. Quindi affinchè la compoſizione dell'acqua aveſſe la ſteſſa evidenza, che ſi aſſegna alla compoſizione del tartaro vitriuolato, converrebbe 1.° che quella riſultaſſe della miſchianza di oxigene, e d'idrogene riconoſciuti col ſenſo diſtintamente da ogni altra ſoſtanza, 2.° che la combuſtione interveniente nella ſuppoſta compoſizione dell' acqua non alteraſſe le ſoſtanze meſſe in eſperienza più di quel che le alteri la ſvaporazione. Ora come appare dal Capo III., e V. niente di tutto queſto trovaſi verificato nel decantato eſperimento; nè queſto può da eſſi paragonarſi a quello della formazione del tartaro vitriolato, ſe non ſupponendo che l' oxigene, e l' idrogene ſieno una coſa ſteſſa col gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo, quando che ſecondo la lor teoria ſono del tutto diverſi.

LII. Ma eſſi ſono così affaſcinati dalla loro teoria, che non di rado dimenticano quelle ſteſſe differenze, che eglino aſſunſero per formarla. Queſta dimenticanza appare non ſolo nell'addotto eſempio, ma anche nella nota del Sig. *Lavoiſier* alla Sezione II. di *Kirvan ſur le Phlogiſtique*. Queſto eſimio Ingleſe così ſcriſſe alla pag. 58. „ Les experiences de M.^r „ *Cavendiſh*, et de M.^r *Monge* me paroiſſent prouver de „ maniere à ne laiſſer aucun doute, que le produit de la „ combuſtion de l'air dephlogiſtiqué, et du gaz inflammable „ n'eſt que de l'eau „; ed in ſeguito eſpone i motivi, per cui non adotta la nuova teoria. In ogni modo il Sig. *Lavoiſier* alla pag. 62 vi fa queſta nota: „ M.^r *Kirvan* convient avec nous dans cet article, que l' eau eſt compoſée „ d'air dephlogiſtiqué et de gaz inflammable, ou ſelon no-

,, tre maniere de nous énoncer d'oxigene, et d'idrogene.,, Così dunque, ſecondo il *Lavoiſier*, l'aria deflogiſticata, oſſia il gaſſo oxigeneo è lo ſteſſo che l'oxigene, ed il gaſſo infiammabile, ovvero oxigeneo è una coſa ſteſſa coll' oxigene, quando che ſecondo la nuova Teoria il gaſſo oxigeneo è una combinazione dell'oxigene col calorico, e l'idrogeneo una combinazione dell'idrogene parimenti col calorico. Queſta diverſità è tanta, che il *Kirvan* potè concedere, che il prodotto dei due gaſſi foſſe acqua ſenza ammettere la ſuppoſta compoſizione; ed è bensì vero che *Kirvan* riguardò l'acqua come un prodotto di que' due gaſſi, quando che doveva eſſere chiamato ſoltanto un riſultato. Qualunque però ſia l'eſpreſſione uſata da *Kirvan*, è certo, che l'acqua riſultata deve anzi riguardarſi come un edotto, come provai nei Capi antecedenti, e che il gaſſo sì oxigeneo, che idrogeneo, eſſendo un compoſto, non può aſſumerſi in vece dell'oxigene, e dell' idrogene, che ſono ſoſtanze ſuppoſte ſemplici, oſſia non decompoſte.

LIII. Veniamo all'altro eſempio del ſale ammoniaco. Queſto ſale ſi può riſolvere in diverſi modi, ritraendo ſeparatamente alkali volatile, ed acido marino, i quali ſono noti eſperimentalmente. Così ſe ſi diſtilla il ſale ammoniaco coll'acido nitroſo, o vitriuolico, ſi ritrae immediatamente l'acido marino, che ſi ſublima, rimanendo ognuno degli altri due acidi così combinati coll'alkali volatile, il quale dagli acidi ſteſſi ſi può riconoſcibilmente ſeparare. Che ſe ſi diſtilla il ſale ammoniaco o con calce, o con terra calcarea, o con alkali fiſſi, o con ſoſtanze metalliche, ſi ritrae immediatamente l'alkali volatile, che ſi ſublima, rimanendo l'acido marino combinato colle ſoſtanze intermedie, che ſi adoperarono, il quale acido marino ſi può quindi dalle ſoſtanze ſteſſe ſeparare. A ragione pertanto ſi dice, che il ſale ammoniaco ſia compoſto dei due indicati ſali, nè vi può eſſere dubbio che le ſoſtanze intermedie ſieno concorſe a produrre o l'acido marino, o l'alkali volatile, giacchè anche col ſemplice calore ſi può almeno in parte ottenere la ſteſſa ſcompoſizione, la quale intanto non può eſſere compiuta, in quanto che eſſendo troppo piccola la differenza tra la volatilità del ſale marino, e dell'alkali volatile, ſi ſublima tutto il ſale ammoniaco, dappoichè la ſeparazione è giunta ad un certo ſegno. Ora da tutti queſti caratteri è ben lontana la immaginata ſcompoſizione dell'acqua, giacchè non mai da eſſa ſi ritrae ſeparatamente nè oxigene, nè idrogene; ed altronde è ſoggetta a tutte le eccezioni, che più ſopra ho eſpoſte. Come dunque poſſono dire i Metachimici, che nella compoſizione, e riſoluzione dell'acqua ſia la ſteſſa certezza, che è nella compoſizione del tartaro vitriolato, e nella riſoluzione del ſale ammoniaco?

LIV. Ma eſſi vanno anche più oltre. Il Sig. *Lavoiſier* alla pag. 67. della nota ſopraccennata così ſi dichiara: „ Il „ eſt de principe, qu'une opinion ne peut être refutée que „ par des preuves du même genre que celles dont on s'eſt „ ſervi pour la fonder. Les preuves que nous avons données „ de la décompoſition, et de la recompoſition de l'eau étant „ de l'ordre démonſtratif, c'eſt par des experiences du mê„ me ordre, c'eſt a dire par des experiences demonſtratives, „ qu'il faut les attaquer „. Il pretendere che le eſperienze addotte dai nuovi Nomenclatori ſieno dimoſtrative, è lo ſteſſo che far perdere il credito al riſpettabile nome di dimoſtrazione. Noi abbiamo veduto, che eſſe non poſſono provare la compoſizione, e riſoluzione dell'acqua, ſe non ſupponendo certo quello, che ſi vuol provare, o anzi introducendo una ſerie di arbitrarie ipoteſi. Se il produrre eſperienze per pruove di una opinione foſſe ſufficiente per dare a queſta una dimoſtrazione, ſarebbe egualmente anzi meglio dimoſtrata la mia quantunque contraria alla loro, giacchè io pure ammetto le eſperienze da eſſi prodotte, ed in oltre io fo uſo anche di altre in confermazione di ciò che aſſeriſco.

LV. Non ſi può dunque negare, che ſieno imponenti le eſpreſſioni, con cui i Metachimici danno per evidente e dimoſtrata la loro teoria: il che ſembra riconoſciuto da uno di eſſi il Sig. *Berthollet* (Annales de Chimie Août 1791.), il quale non potendo negare al Sig. *Keir* di eſſere quella dipendente da varie ipoteſi, benchè eſſi abbiano dichiarato il contrario, così ſi eſprime: „ Nous avons peut être mis „ de l'exageration dans quelques phraſes de la Preface „: nel che parimenti appare una libertà di Nomenclatura, chiamando eſagerazione ciò che è qualche coſa di più.

LVI. Avendo veduto quanto eſſi ſieno lontani dall'avere data una dimoſtrazione della compoſizione dell'acqua, che è il fondamento della lor teoria, eſaminiamo in breve ciò che ſarebbe richieſto per giugnere a tal fine. Se foſſe queſta da provarſi per ſinteſi, converrebbe primamente riconoſcere ſeparatamente l'oxigene e l'idrogene; e quindi unendoli inſieme in una certa proporzione, che eſſi aſſumono di 85 a 15, dovrebbero moſtrare nell'apparato eſperimentale come ſieno riſultati 100 di acqua, e tale apparato dovrebbe eſſere tale, che non ſi poteſſe ſoſpettare inſinuazione di materia eſtranea.

LVII. Ma dicono eſſi, che l'oxigene e l'idrogene non mai ſi poſſono avere ſeparatamente, e che ſempre ſono uniti con altra ſoſtanza, per eſempio col calorico, col quale formano i due gaſſi oxigeneo ed idrogeneo. Poſta tale circoſtanza, ſarebbero da aſſumere 85 parti di gaſſo oxigeneo, e 15 di gaſſo idrogeneo, ed il riſultato dell'eſperimento fatto colle cautele ſopraccennate dovrebbe conſiſtere in 100 parti d'acqua. Inoltre dovrebbeſi provare che per la ſola ſottrazione del calorico ſiaſi ottenuta l'acqua, e che quell'acqua non entrava nei componenti dei due gaſſi. Queſt'ultimo punto non mai ſu provato, nè ſembra poterſi provare, come appare dalle coſe da me eſpoſte al Capo IV.

LVIII. Non potendoſi per ſinteſi provare, che l'acqua ſia compoſta di diverſe ſoſtanze, cerchiamo come ſi potrebbe ſupplire coll'analiſi, e quali condizioni ſarebbero richieſte per dimoſtrare che l'acqua ſia ſtata riſoluta nelle ſuppoſte ſoſtanze. Converrebbe a tal fine aſſumere una data quantità d'acqua. Queſta dovrebbe eſſere eſpoſta ad uno ſteſſo calorico in un apparato pneumatico chiuſo per ogni parte, e compoſto di materie, le quali nell'atto dell'operazione non poteſſero ſomminiſtrare veruna ſoſtanza loro propria; e quando il riſultato conſiſteſſe nei due gaſſi oxigeneo ed idrogeneo, allora non potrebbe negarſi che queſti realmente ſieno compoſti di uno ſteſso calorico combinato con due diverſe baſi, le quali ſarebbero i componenti dell'acqua, e che potrebbero altronde chiamarſi oxigene ed idrogene. A tal pruova neſſuno giunſe giammai. Perciocchè ſempre nell'operazione intervenne qualche ſoſtanza intermedia, come il ferro, la quale, trovandoſi trasformata, dà argomento da dire, che nel riſultato abbia fornito qualche coſa di proprio, come per eſempio una certa qualità di calorico, come ſarebbe il da me chiamato flogico, la quale combinata coll'acqua l'abbia ridotta in gaſso inſiammabile.

LIX. Siccome i Metachimici pretendono, che per il ſolo calorico l'acqua poſſa ſcomporſi, ed altronde non richiedeſi molto calorico per formare gaſso infiammabile, ſiccome quello, che talora riſulta da carbone ed acqua alla temperatura di 30 gradi del Termometro di *Reaumur* (*Lavoiſier* note ſur le Phlog. pag. 67.), e da ferro ed acqua anche alla temperatura ordinaria; così dovrebbe eſſer facile l'ottenere queſto gaſso dalla ſola acqua combinata col calorico. Sottoponendola, per eſempio, in vaſe chiuſo, all'azione del ſolo calore aumentato, ſe biſogna, ſino al grado che può ottenerſi nella Macchina Papiniana, dovrebbe ridurſi tutta in gaſso parte oxigeneo, e parte idrogeneo; e poichè queſto ſecondo è molto più leggiero del primo, potrebbe da queſto ſepararſi in virtù della ſua minore gravità ſpecifica. Anche in queſta operazione ſarà poi da riconoſcerſi ſe la materia dell'apparato ſia o nò concorſa con qualche ſoſtanza ſua propria al riſultato: giacchè frequenti ſono gli eſempj di tale concorſo, il quale, non eſſendo ſtato avvertito dai Chimici, fu cagione di molte ſviſte.

LX. I ſoſtenitori della compoſizione dell'acqua diranno che per ottenere in eſſa la ſeparazione dell'oxigene dall'idrogene richiedeſi qualche corpo intermedio, come per eſempio il ferro. Poſta però tale neceſſità, non è più dimoſtrabile la riſoluzione dell'acqua, ſe non provando che il corpo intermedio non abbia al gaſso ſomminiſtrata veruna ſoſtanza propria: il che nè fu fatto, nè ſembra poterſi fare. Per lo che vuolſi conchiudere, che l'immaginata compoſizione dell'acqua non è nè dimoſtrata, nè dimoſtrabile, e che avuto riguardo alle coſe da me eſpoſte è anzi inveriſimile.

CAPO VII.

Concluſione comprovante, che la nuova Teoria, e Nomenclatura chimica non è ammiſſibile in Mineralogia.

LXI. Tutta la nuova Teoria fu ridotta in una tavola, la quale dagli ſteſſi Autori dovette, per quanto ſembra, eſſere propoſta come una diſtribuzione di nomi, anzi che di coſe, avendola intitolata *Tableau de Nomenclature chimique*. Eſſi però ſtimano di avere poſto tanto ſtudio nei nomi, che queſti equivalgano a coſe: il che ſarebbe così, ſe aveſſero eſeguite le regole di Nomenclatura da eſſi propoſte. Sono queſte tanto ſaggie, che meritano di eſſere richiamate colle ſteſſe loro parole. ,, Les langues (dice M. *Lavoiſier* alla ,, pag. 6. Nomenclat. chim.) n'ont pas ſeulement pour objet, ,, comme on le croit communement, d'exprimer par des ,, ſignes, des idées, et des images: ce ſont de plus des veritables ,, methodes analytiques, à l'aide des-quelles nous procédons ,, du connu à l'inconnu, et juſqu'à un certain point ,, à la maniere des Mathematiciens ,, : ed alla pag. 17. così ſcrive: ,, Le mot doit faire naître l'idée; l'idée doit peindre ,, le fait: ce ſont trois empreintes d'un même cachet; ,, et comme ce ſont les mots qui conſervent les idées, et ,, qui les traſmettent, il en réſulte qu'il ſeroit impoſſible de ,, perfectionner la ſcience, ſi on n'en perfectionnoit le langage, ,, et que quelque vrais que fuſſent les faits, quelque ,, juſtes que fuſſent les idées qu'ils auroient fait naître, ils ,, ne tranſmetteroient encore que des impreſſions fauſſes, ſi ,, on n'avoit pas des expreſſions exactes pour les rendre. ,, La perfection de la Nomenclature de la Chymie enviſagée ,, ſous ce rapport, conſiſte à rendre les idées et les faits ,, dans leur exacte vérité, ſans rien ſupprimer de ce, qu'ils ,, préſentent, ſur-tout ſans y rien ajouter: elle ne doit être ,, qu'un miroir fidéle: car nous ne ſaurions trop le répéter, ,, ce n'eſt jamais la nature ni les faits qu'elle préſente, ,, mais nôtre raiſonnement qui nous trompe ,,. Queſti ſono i precetti. Confrontiamone l'eſecuzione. Il primo è di procedere dalle coſe cognite alle incognite. I Nomenclatori novelli fanno per l'appunto il roveſcio, aſſumendo per principj della Teoria e Nomenclatura ſoſtanze incognite, e rendendo con queſte incogniti anche altri corpi già noti, nella compoſizione dei quali le introducono. Nella prima colonna della Nomenclatura aſſumono cinquantacinque ſoſtanze non decompoſte, o elementari. Tra queſte ſono l'oxigene, l'idrogene, e ventiſei radicali degli acidi; e nella terza colonna contengonſi gli acidi, ciaſcuno dei quali ſi riguarda come compoſto di oxigene, e di un radicale. Così, per eſempio, l'acido muriatico ſi definiſce come una combinazione di *oxigene* e del *radicale muriatico*. In tal modo ſi comincia appunto dalle coſe ignote. Perciocchè l'oxigene, l'idrogene, ed i radicali degli acidi ſono tutte ſoſtanze, che non ſono mai ſtate ſeparatamente riconoſciute per verun fatto o eſperimento, e che non ſi diſtinguono, ſe non per il nome, o per una immaginaria definizione. Eſſe inoltre rendono incogniti altri corpi già abbaſtanza noti. Così l'acido muriatico ſi diſtingueva anche prima della nuova Teoria per certe proprietà eſperimentali; ma quando ci ſi dice, che eſſo è una combinazione di oxigene e del radicale muriatico, non più è riconoſcibile. Perciocchè per riconoſcerlo converrebbe ſapere eſperimentalmente che coſa è l'oxigene ed il radicale muriatico; e di queſte due ſoſtanze neſſuna può eſſere ſottopoſta ad eſperienze, anzi ſi può dire che ambedue, e maſſime l'oxigene, ſono immaginarie. Parimenti i gaſſi infiammabile e vitale ſi diſtinguevano abbaſtanza per certe proprietà ſenſibili; ma chiamando il primo gaſſo idrogeneo, il ſecondo oxigeneo, ſi fece dipendere la loro cognizione dall'idrogene e dall'oxigene, in cui nient'altro ſi conoſce, che una vanità di nomi. (V. Cap. III.)

LXII. Il ſecondo precetto è, che la parola debba far naſcere l'idea, e che l'idea debba rappreſentare il fatto. Secondo queſta maſſima il fatto, o l'eſperienza deve precedere, e l'idea deve corriſpondere al fatto, ed a queſto la parola. I Nomenclatori fanno precedere l'idea, oſſia la teoria; ed a queſta ſtraſcinano i fatti, ed adattano le parole. Ciò appare nelle eſperienze fondamentali ſopraccennate. La prima eſperienza non altro preſenta all'oſſervatore, ſe non che l'acqua riſulta dalla combinazione dei due gaſſi infiammabile e vitale, o ſe così piace di chiamarli, idrogeneo ed oxigeneo. Come dunque dicono, che l'acqua nell'eſperienza fu compoſta da oxigene e da idrogene, ſe ciò che entrò nell' apparato era gaſſo oxigeneo ed idrogeneo? L'oxigene e l'idrogene ſecondo eſſi ſono due ſoſtanze elementari tra loro diverſe di qualità; laddove ognuno dei due gaſſi è una ſoſtanza non elementare, ma compoſta, o combinata con calorico, e la diverſità di quelli può, come già fu da me provato, provenire dalla diverſa qualità di calorico combinata con una ſteſſa baſe comune ad ambedue. L'introdurre adunque l'oxigene e l'idrogene nel riſultato eſperimentale non è far corriſpondere l'idea e la parola al fatto, ma adattare il fatto alle parole inventate. Così pure nell'eſperienza, in cui dall'acqua riſultò un gaſſo infiammabile, ed un aumento di peſo nel ferro, come poſſono dire che riſultò oxigene ed idrogene, e che in queſte due ſoſtanze l'acqua ſi ſcompoſe? Forſe che ogni aumento di peſo è oxigene? ovvero l'aria infiammabile, oſſia il gaſſo idrogeneo è lo ſteſſo che il loro ſuppoſto idrogene? Le due ſoſtanze pertanto riguardate come componenti dell' acqua, non ſi poſſono introdurre nelle eſperienze, ſe non ſupponendo già vera la teoria della compoſizione dell'acqua, cioè aſſumendo come certo quello, che deve eſſere provato.

LXIII. Ma quand'anco foſſe vera tal ſuppoſizione, pure col denominare oxigene uno dei componenti dell'acqua ſarebbe contraddetta quella parte del precetto, la quale richiede che il nome faccia naſcere l'idea. Oxigene ſecondo la loro maniera di derivazione dal greco ſignifica generatore di acido. Quindi eſſendo l'acqua da eſſi formata per la maſſima parte di oxigene, ſiccome quella, che in ogni 100 parti ne contiene 85, queſto vocabolo fa naſcere l'idea, che l'acqua ſia un acido, o almeno che partecipi alla natura degli acidi.

LXIV. Quanto i Nomenclatori ſieno lontani dall'avere eſeguito il terzo precetto, che conſiſte a rappreſentare le idee, ed i fatti nella loro eſatta verità ſenza ſopprimere, nè aggiugnere niente, appare da ciò che ho dimoſtrato nei Capi precedenti, dai quali ſi potrà inoltre rilevare, che tra tutte le ſopraccennate maſſime da eſſi ſtabilite una ſola ſi vede in eſſi verificata, ed è, che l'inganno viene non dalla natura, ma dalla propria maniera di ragionare.

LXV. Una quarta legge di Nomenclatura, che da eſſi o non fu conſiderata, o certamente non eſeguita, è che ſi eſprima l'idea col minimo poſſibile di parole: il che richiede che gli eſſeri ſieno eſpreſſi non per definizioni, ma per un ſolo nome per quanto è poſſibile, cioè almeno allorachè il nome è già ricevuto, ed altronde è indifferente a qualunque teoria. Ora nella quinta e ſeſta colonna della loro Tavola molte ſoſtanze ſono denominate contro a tal legge. In queſte vedeſi il *Sulfate di calce* per ſelenite, *Sulfate d'alume* per alume, *Carbonate di calce* per creta, *Carbure di ferro* per piombagine, *Sulfure d'antimonio* per antimonio, *Sulfure di piombo* per galena, *Sulfure di ferro* per pirite marziale, *Gaſſo idrogeneo fosforico* per gaſſo fosforico, *Fosfate di ferro* per ſiderite, ecc. Ed è inoltre da oſſervare, che alcune di tali denominazioni, o anzi definizioni preſentano falſe idee. Per eſempio la galena valutata per un ſulfure di piombo ſarebbe ſecondo eſſi una combinazione di zolfo con piombo. Ma realmente eſſa è anzi una combinazione di calce, oſſia oxide di piombo con zolfo: perciocchè dopo averne ſeparato il zolfo rimane non piombo, ma calce di piombo. Lo ſteſſo è per riguardo al ſulfure di ferro, il quale è una combinazione non di zolfo e ferro, come eſſi intendono, ma di zolfo e calce di ferro.

LXVI. Dopo di avere eſpoſte le maſſime per una buona Nomenclatura, così proſeguono alla pag. 15. „ Une partie des expreſſions dont on ſe ſert en chimie y a été introduite par les alchimiſtes: il leur auroit été difficile de tranſmettre à leurs lecteurs ce qu'ils n'avoient pas eux-mêmes, des idées juſtes et vraies. De plus leur objet n'étoit pas toujours de ſe faire entendre. Ils ſe ſervoient d'un langage énigmatique, qui leur étoit particulier, qui, le plus ſouvent, préſentoit un ſens pour les adeptes, un autre ſens pour les vulgaires, et qui n'avoit rien d'exact, & de clair ni pour les uns, ni pour les autres. C'eſt ainſi que l'huile, le mercure, l'eau elle-même des philoſophes n'étoient ni l'huile, ni le mercure, ni l'eau dans le ſens, que nous y attachons. L'*homo galeatus*,

,, l'homme armé deſignoit une cucurbite garnie de ſon chapiteau ; la tête de mort un chapiteau d'alembic; le pelican exprimoit un vaiſſeau diſtillatoire; le *caput mortuum*, la terre damnée ſignifioit le reſidu d'une diſtillation. Une autre claſſe de ſçavans, qui n'ont pas beaucoup moins défiguré le langage de le chimie, ſont les Chimiſtes ſyſtematiques. Ils ont rayé du nombre des faits ce qui ne cadroit pas avec leurs idées: ils ont en quelque façon dénaturé ceux qu'ils ont bien voulu conſerver; ils les ont accompagnés d'un appareil de raiſonnement, qui fait perdre de vue le fait en lui-même; en ſorte que la ſcience n'eſt plus entre leurs mains que l'édifice élevé par leur immagination. Il eſt temps de debaraſſer la chimie des obſtacles de toute eſpece, qui retardent ſes progrès ,,. I difetti che attribuiſcono ai nomi introdotti dagli Alchimiſti, ſono aſſai piccoli in confronto di quelli, che appajono nella nuova Nomenclatura. Tali nomi, per quanto ſtrani e ſpecioſi foſſero, indicavano però coſe, che ſi potevano riconoſcere coi ſenſi, e ſempre avevano almeno qualche rapporto di ſomiglianza con eſſeri ſenſibili. Ma quelli, che ſono introdotti dalla nuova Nomenclatura, eſprimono in gran parte ſoſtanze del tutto immaginarie; ed inoltre hanno per l'appunto quel difetto, che i loro inventori aſcrivono ai nomi formati dai Chimici ſiſtematici, tra' quali i nuovi Nomenclatori tengono ſenza eccezione il primo luogo, e dei quali con più ragione ſi può dire *que la ſcience n'eſt plus entre leurs mains, que l'édifice élevé par leur immagination*. Quindi in vece di liberare la Chimica dagli oſtacoli, che ne impediſcono i progreſſi, ben ſi può aſſerire, che colla loro Teoria e Nomenclatura l'abbiano anzi fatta retrocedere di tanto, quanto la fecero avanzare colle loro eſperienze.

LXVII. Altri difetti furono già da altri notati nella nuova Nomenclatura, per cui eſſa fu generalmente riconoſciuta come non adottabile neppure in Chimica, come può vederſi in diverſe Memorie inſerite nei Giornali di Fiſica del *Roſier* dall'anno 1788 ſino al 1792. al qual propoſito gioverà qui copiare ciò, che M. de la *Metherie* ſcrive a M. *Haſſenfratz*: ,, Je me contenterai de vous rappeller que vous avez vu comme moi tous les ſçavans d'Angleterre rejetter

,, vôtre nouvelle Nomenclature. Vous n' ignorez pas non
,, plus que les ſcavans Svédois, Danois, Ruſſes, Allemands,
,, Italiens, Eſpagnols ne l'admettent pas d'avantage (j' ignore
,, s' il en faut excepter quelques-uns) ainſi que pluſieurs de
,, ceux qui l' admettent ſont convenus avec moi de ſes défauts,
,, et que s'ils s'en ſervent, c'eſt plutôt pour faire
,, voir qu'ils ne l'ignorent pas, et qu'ils ſont au courant de
,, la ſcience ſuivant l'expreſſion vulgaire, que par perſuaſion
,, et conviction,,. (Journal de Phyſique de *Roſier* an. 1788. t. 2. pag. 387.) Che ſe comunemente la novella Nomenclatura non è ricevuta in Chimica, molto più deve eſſere eſcluſa dalla Mineralogia; e ciò per quella ſteſſa ragione, per cui i loro autori la ſtimano preferibile. Il motivo da eſſi addotto di prelazione è, che tal Nomenclatura è del tutto legata colla Teoria, cioè con quella da eſſi propoſta. Ora queſta, quand' anco non foſſe nè da me, nè da altri dimoſtrata falſa, pure non è certamente da neſſuno dimoſtrata vera, anzi neppure veriſimile. Quindi l' introdurre nella Mineralogia vocaboli, che ſuppongono vera quella Teoria, ſarebbe lo ſteſſo che involgere in idee o falſe, o dubbioſe quegli eſſeri reali, che formano l' oggetto di queſta ſcienza. Che ſe avveniſſe, come certamente accaderà, che, paſſata l' idea di novità, per cui la nuova Teoria trova ſeguaci, queſta ſi abbandoni, i nuovi nomi introdotti in Mineralogia o dovrebbero eſſere nuovamente mutati, o ſe foſſero ritenuti, ſi dovrebbero intendere in un ſenſo niente corriſpondente alla loro ſignificazione.

LXVIII. Lo ſcopo della Mineralogia (intendo la ſiſtematica) è di diſtinguere i foſſili in claſſi, generi, e ſpecie, fiſſando a ciaſcuna di queſte diviſioni qualche proprietà caratteriſtica, ed aſſegnandovi un corriſpondente nome. Se per la diviſata diſtinzione baſtano certe proprietà eſtrinſeche riconoſciute o immediatamente coi ſenſi, ovvero per mezzo dell' azione di altri corpi, ſi deve il ſiſtematico di quelle accontentare. Se non ſono ſufficienti, allora deve derivare i caratteri di diſtinzione dalle proprietà intrinſeche, ed anche dai componenti. Ma queſti devono eſſere ſeparatamente riconoſcibili per mezzo dei ſenſi. Quindi poichè la nuova Nomenclatura è relativa a molte ſoſtanze non riconoſcibili, come ſono l' oxigene, l' idrogene, ed i radicali degli acidi, è manifeſto che queſta in molte parti rieſce non adattabile, ed inutile alla Mineralogia.

LXIX. Dirà forſe taluno, che ogni ſiſtema mineralogico ſempre dipende da qualche teoria chimica, e che al preſente ſuppone vera la Stahliana, il cui fondamento è il flogiſto, che è una ſoſtanza non abbaſtanza determinata. Eſſendo altronde da molti ſeguita la nuova Teoria e Nomenclatura, ſembra che queſta debba eſſere adottata dal Mineralogiſta sì per intendere, come per farſi intendere in quegli oggetti, che ſono comuni sì alla Chimica, che alla Mineralogia. Io non nego ciò, che ſi oppone alla dottrina del Flogiſto. Ma per riguardo alla diſtinzione dei foſſili eſſa poco, o nulla v' influiſce. Per fare tale diſtinzione non è neceſſario, che ſi determini in ogni caſo ciò, che debbaſi intendere per flogiſto, nè quanto eſſo contribuiſca per dare ad eſſi certe qualità. Baſta a tal fine che con quel nome intendaſi una ſoſtanza infiammabile, la quale eſiſte con diverſe modificazioni. Una delle claſſi, in cui avrebbe maſſimamente a contribuire il flogiſto per diſtinguere certi foſſili, è quella, che viene ſotto il nome di bitumi, e che altri chiamò già corpi flogiſtici. In ogni modo le proprietà, per diſtinguere i bitumi da altri foſſili, ſono indipendenti dall' idea di flogiſto, conſiſtendo nell' eſſere quelli ſolubili in certe qualità di olio, e nell' ardere da ſe ſteſſi in aria libera, dappoichè ſi ſono acceſi, per l' applicazione di fuoco. Un altro genere di foſſili, ne' quali il flogiſto ha una maggiore influenza, è quello dei metalli, le cui calci ſuppongonſi private di flogiſto. Anche queſte però poſſono eſſere diſtinte dal Mineralogiſta ſenza verun rapporto al flogiſto. Egli per calci metalliche intenderà quelle ſoſtanze, che non hanno la forma metallica, cioè nè duttilità, nè ſplendore, ma che poſſono acquiſtarla, fondendole con una materia riducente; e per materia riducente intenderà quella, che per eſperienza ſi ſa, o ſi troverà eſſere atta a produrre il diviſato effetto, come ſono la polvere di carbone, il fluſſo nero, e ſimili, le quali tutte contengono una ſoſtanza infiammabile.

LXX. Si può adunque in Mineralogia preſcindere dalla teoria del flogiſto; e quando piaccia di ritenerlo, ciò ſi può fare ſenza introdurre falſe idee, giacchè è del tutto certa l'eſiſtenza di ſoſtanze infiammabili diverſamente modificate. Che ſe talora quel vocabolo fu male applicato, l'errore ſi può facilmente emendare; laddove adottando la nuova Nomenclatura vi s'introdurrebbero idee falſe, nomi inutili ed incomodi, e confuſione nel totale della diſtribuzione dei foſſili.

LXXI. Che ſe la nuova Nomenclatura è da molti uſata, ciò non altro pruova, ſe non che dal Mineralogiſta quella non deve eſſere ignorata, come ad un erudito devono eſſere note molte lingue, non però per uſarle inettamente, ma per intendere quelli, che ne fanno uſo. I nuovi Nomenclatori hanno certamente reſo un cattivo ſervizio agli ſtudioſi delle ſcienze fiſiche, col metterli nella neceſſità di perdere il tempo nello ſtudio de' nomi; ma non deve perciò il Mineralogiſta concorrere a perpetuare queſto non indifferente incomodo.

LXXII. Ogni ſcienza fiſica è come un fiume, il quale ſempre va mutando il ſuo alveo, e le ſue acque, e non oſtante ſi riguarda ancora come lo ſteſſo, e ſi denomina collo ſteſſo nome. Queſto ſi uſa ne' fiumi, in quanto che i loro fonti rimangono gli ſteſſi, e le loro mutazioni ſono lente ed inſenſibili sì che quello, che rimane dopo ciaſcuna variazione, è ſempre aſſai più di quel che vedeſi mutato. Anche la Chimica, non oſtanti le molte correzioni ed aumenti, fu in queſto caſo. Ma la nuova Teoria, avendo mutati i principj e i nomi della Chimica, vuolſi riguardare come un fiume, che mutò il ſuo alveo ed i fonti: onde non può riguardarſi come la ſteſſa di prima; e perciò io fino dal principio la chiamai Metachimica. Se foſſe adottata la nuova Nomenclatura nella Mineralogia, anche queſta ſarebbe nel caſo della nuova Chimica, ed ambedue queſte ſcienze non formerebbero che una parte della Storia dei penſieri degli uomini, anzi che della Natura.

OSSERVAZIONI

ASTRONOMICHE

Del Sig. ANTONIO CAGNOLI.

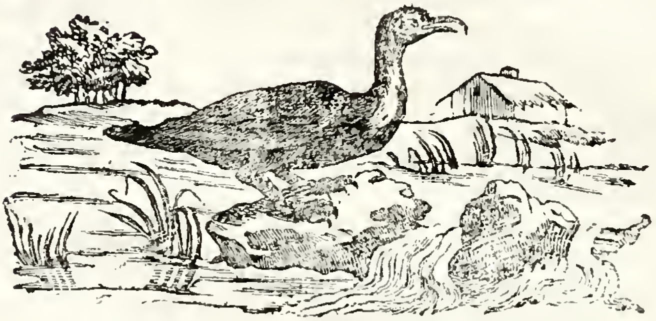
IN ſequela alle oſſervazioni de' Solſtizj, che ho publicate nel Tomo antecedente di queſta Società, riferiſco; ſiccome da altre 56 fatte in Giugno 1790, e comparate con quelle del Dicembre 1789, mi riſultò l'obliquità media dell' eclittica, ridotta a primo Gennajo 1790 = 23° 27′ 55″, 8. Da 37 oſſervazioni fatte in Dicembre 1790, e meſſe a confronto con quelle del Giugno dell'anno ſteſſo, 23° 27′ 54″, 5. Da 65 oſſervazioni fatte in Giugno 1791, e paragonate con quelle del Dicembre 1790, 23° 27′ 54″, 8. Penſo pertanto laſciare intatta la quantità 23° 27′ 55″, 8 determinata e adottata nella ſuddetta Memoria, e per conſeguenza la diminuzion ſecolare di 57″: riſerbandomi render conto più ampiamente di queſte mie oſſervazioni altra volta che l'agio ſia maggiore.

La mia ſpecola eſſendo nel parallelo di 45° 26′ 7″, e nel meridiano 8° 40′ 30″ all' oriente di Parigi, ho inoltre oſſervato:

1790 26 Marzo. Immerſione di κ del Cancro a	7^h	49′	4″ *t. v.*
18 Luglio. Immerſione di α della Vergine a	4	41	31
Emerſione	5	52	56
15 Ottobre. Immerſion della precedente di β del Capricorno	6	32	55
Immerſione di β	6	40	38 $\frac{1}{2}$
Emerſione	7	57	25
1791 3 Aprile. Ecliſſi di Sole.			
Porzione illuminata 19′ 34″, 8 . . .	2	44	
Diſtanza delle corna 8 30	3	53	31

Idem . . . . 7′ 30″ . . . . 3^h 54′ 32″
Fine dell' ecliſſi 3 57 14

Mi aſtengo per ora dal publicare le oſſervazioni de' pianeti, degli equinozj ecc. per eſſermi mancato il tempo di terminare i calcoli incominciati.



SAGGIO DI RIFLESSIONI

SU L' ISTORIA, E LA NATURA DE' GIGANTI

Del Sig. GAETANO D' ANCORA
Officiale proprietario della Segretaria del Re di Napoli.

PRESENTATA
Dal Sig. MICHELE GIRARDI.

LO ſpecioſo nome de' Giganti, e le prove della loro eſiſtenza formano il tratto più famoſo dell' Iſtoria Univerſale, e dell' umana credulità; in maniera, che ſe poteſſe unirſi quanto vi ſi è ſcritto ſinora, ſe ne farebbe ſenza dubbio un volume giganteſco. Di fatti la loro tradizione, nata da una naturale inclinazione dell' uomo, come dappreſſo vedremo, ha avuta la ſorte di radicarſi tra le più culte nazioni, ed in tutte l' età. L' immenſa ſchiera de' creduli diſenſori di cotali moſtri mi avrebbero certamente arreſtato di entrare nel conflitto di tante diverſe opinioni de' Scrittori, che con ragione poſſono meritare il nome di Gigantomachi, ſe un minuto eſame della maggior parte delle opere loro non mi aveſſe ſpinto ad analizzare con libertà ed in breve, com' è mio ſolito, quanto può ammettere il buon ſenſo, e la ſana critica ſu queſto propoſito, concordando la ragione iſtorica colla filoſofica, come per avventura non ſi è fatto ſinora.

§. I. Ma prima di venire agli argomenti ſtorici, ed alla realtà della tradizione di eſſervi ſtati un tempo uomini di ſmiſurata ſtatura, ed a vedere altresì ſe l' ordine della natura comporti di così credere, convien riflettere al natural pendío del cuore umano d' ingrandir ſempre il paſſato, perchè faccia tuono ſullo ſpirito diſpoſto a commuoverſi per ciò, che cade ſotto i ſenſi, e poco, o niente per la percezione d' idee aſtratte, ſe pur queſte non ſieno grandioſe, e piccanti. Di ciò perſuaſi i primi Legislatori, ed i Poeti, che gettarono le fondamenta della Religione, e del dritto nelle ſocietà civili, proccurarono appunto con tal mezzo di richiamare l'attenzione, e 'l riſpetto de' popoli verſo i loro inſegnamenti (1). Eſſi con ingrandir le idee, che avevano della prima età del mondo, e dello ſtato naturale degli uomini, cercarono d'iſpirare ne' popoli, che vollero incivilire, un ſentimento di ammirazione, e di timore verſo i ſelvaggi indomiti, e ſenza legge, come anche un abborrimento pel vizio, e per i traſgreſſori de' doveri di natura. Quindi nacquero, e ſi autorizzarono le idee de' Giganti, per i quali s' inteſero gli uomini empj, e ſregolati, sforniti di ogni umanità e religione, i quali conculcando i doveri naturali diſpoſti ad ogni misfatto, ſi finſero di aver moſſo guerra alla Divinità; proccurando colla loro sfrenatezza di sbandirne affatto l' idea dalla società (2). Ma ben preſto l' uſo della ragione ſull' eſperienze naturali avvertì gli uomini di eſſer la madre comune ſempre coſtante nelle ſue leggi, ed uniforme a ſe medeſima, e di eſſervi alcuni limiti proporzionati negli eſſeri viventi, come negli altri corpi, relativamente al loro aumento, e decreſcenza. In appreſſo i Filoſofi amatori del vero riducendo l'eſperienze a' principj di dottrina, eſcluſero affatto dal genere umano sì fatti moſtri, all'infuori de' Stoici, i quali ſul ſiſtema della preſcritta durata del mondo, e delle ſue varie età, credettero che nella ſua infanzia gli uomini foſſero ſtati di mole grandiſſima, e di più lunga vita, diminuendo ſempre a proporzione che il mondo invecchiaſſe (1). Opinione autorizzata da tempi remotiſſimi preſſo molti grandi uomini, come tra gli altri *Omero*, *Lucrezio*, *Plinio*, *Filon Giudeo*, ed altri molti (2), i quali, tuttochè viveſſero in epoche tra loro notabilmente diſtanti, ſi diedero, o più toſto vollero dare ad intendere, che il mondo, e 'l genere umano erano nelle riſpettive età loro in decadenza. Errore, che appena può ſcuſarſi col naturale iſtinto d' ingrandir ſempre il paſſato, come dianzi ſi è dimoſtrato.

---

(1) L'iſteſſo preſſo a poco dice *Iſidoro*, riportando le parole di *Tranquillo* L. VIII. c. 7. *Cum primum homines exuta feritate rationem vitæ habere cœpiſſent, ſeque ac Deos ſuos noſſe, cultum modicum ac ſermonem neceſſarium commenti ſibi, utriuſque magnificentiam ad Deorum ſuorum Religionem excogitaverunt. Igitur ut templa illis domibus pulchriora, & ſimulacra corporibus ampliora faciebant.* Quindi le ſtatue degli Dei furono per lo più coloſſali, almeno quelle deſtinate per la pubblica venerazione, ſerbando gli antichi nel far le ſtatue anche una decente proporzione: cioè agli uomini virtuoſi eguali al naturale, a' ſommi Imperanti più grandi del naturale, agli Eroi il doppio del naturale, ed agli Dei coloſſali.

(2) Non è da tralaſciarſi il famoſo luogo di *Macrobio Saturn.* L. I. c. 20. *Gigantes quid aliud fuiſſe credendum eſt quam hominum quandam impiam gentem Deos pellere de cœleſti ſede voluiſſe? horum pedes in draconum volumina deſinebant, quod ſignificat nihil eos rectum nihil ſuperum cogitaſſe &c.* Similmente *Ovidio* Metam. L. I. F. 6. v. 14.

. . . . Sed & illa propago
Contemptrix ſuperum, ſævæque avidiſſima cædis,
Et violenta fuit . . . . . .

§. II. Prima però d'inoltrarci nell' iſtoria profana, anche per ſerbare la ragion de' tempi, vediamo ciò, che ci dice la ſacra Scrittura ſull' eſiſtenza de' Giganti, eſſendo queſto il fonte principale, onde ſi è autorizzata la lor credenza. I primi de' quali ſi parla ſono i Giganti antediluviani nati da' congiungimenti de' Figli di Dio (*a*), che ſono i diſcen-

---

(1) Se così foſſe, da gran tempo gli uomini ſi ſarebbero ridotti nani, nè ſarebbero più favoloſi quelli deſcritti dall' ingegnoſo *Lilliput*. *Sidonio Apollinare* in più d' un luogo chiama ſettepedali i Borgognoni, i quali non pertanto oggi ſon di ſtature comunali corti, e lunghi. *Silio Italico* all' incontro afferma, che i Cartagineſi erano di cortiſſima ſtatura, benchè oggi ſe ne veggano in tali luoghi de' molto alti.

(2) *Seneca* per altro ſi eſprime con maggior diſcrezione, abbenchè foſſe un perfetto Stoico Epiſt. IC. *Non tamen negaverim fuiſſe alti ſpiritus viros, & ut ita dicam, a Diis recentes. Neque enim dubium eſt quin meliora mundus nondum effoetus ediderit.* Si avverta, che dice *meliora*, e non già *majora*, ſoggiungendo: *Quemadmodum autem omnibus indoles fortior fuit, & ad labores paratior, ita non erant ingenia omnibus conſummata.*

(*a*) Geneſ. VI. 4.

denti di *Seth* (1), colle belle figlie degli uomini, cioè della ſtirpe di *Caino*; niente più naturale, che da queſti matrimonj di piacere naſceſſero figli validi, e robuſti, anche perchè i padri erano più continenti, e meno diſſipati; ma non già figure irregolari, e ſtraordinarie, ſembrando più toſto tali nel morale, come figli di matrimonj vietati, e creſciuti nello ſtato naturale ſenza principj di Religione, e tanto meno di educazione, onde ſi ſervivano delle proprie forze per depredare, ed opprimere i buoni. E tale è appunto il ſignificato della voce נפלים *Nephilim* colla quale li chiama il ſacro Teſto (*a*), cioè Incurſori, o Empj, che immediatamente appreſſo ſpiega col ſinonimo גברים, *Ghiborim*, dinotante robuſti, potenti, abbenchè cotali voci da' LXX ſi traducono γίγαντες, che vale l'iſteſſo nel Greco idioma (2). *Nembrot*, che fu il più famoſo di queſta preteſa ſtirpe giganteſca, cogl' iſteſſi nomi di *Ghibor*, e Γίγας vien diſtinto, tradotti dalla Vulgata per *Robuſtus Venator* (*b*); ed all' incontro niuno ha aſſerito, che *Balaam* detto anche *Ghibor* (*c*) ſia ſtato un Gigante. *Giuſeppe Ebreo* (*d*) parlando di *Nembrot*, e de' ſuoi predeceſſori li qualifica per uomini audaci, e violenti non co-

---

(1) Ne' libri apocrifi di *Enoc* i diſcendenti di *Seth* ſi dicono Εγρήγοροι *ſacrorum cuſtodes*, i quali s' interpetrano da *Simmaco* Δυναστεύοντες *Præpotentes*. Quindi eſclama *Giorgio Schubart de Diluvio Deuc.* c. 2. contra coloro, che ſtanno alla lettera di queſto luogo del S. Teſto. *Quæ non excogitavere Gentiles, quæ Chriſtiani pariter, meliora edocti! Angelos facere patres, ſalaces feminas genitrices. Adſpectui giganteo effectum tribuunt, qui homini tribui minime poteſt. Gigantum defunctorum animas in dæmonas transformari, qui huc illuc obterrent, conſtans erat ſententia. Enarrare hæc, & ſimilia præſtat, quam argumentis confutare.*

(2) In altri luoghi della Scrittura ſi denominavano רפאים Rephaim, ed אמים Emim dall' effetto di terrore, e di avvilimento, che cagionavano colle loro tirannie al reſto degli uomini.

(*a*) Nel luogo citato.

(*b*) Geneſ. X. 9.

(*c*) Num. XXIV. 4.

(*d*) L. 1. c. 4. §. 9.

noſcendo altra legge, che la forza (1), e ſoggiunge, che a coſtoro ſi attribuivano tutti quegli attentati, che i Greci addoſſavano a' loro Giganti. *Filone* (*a*) li deſcrive preſſo a poco l'isteſſi, ed i più ſenſati tra SS. PP. in tal retto ſenſo hanno inteſi, e ſpiegati cotali Giganti. *Cirillo* Aleſſandrino (*b*) conferma quanto ſi è detto con avvertire a propoſito Ἔθος τῇ θεοπνεύστῳ γραφῇ Γίγαντας ἀποκαλεῖν τοὺς ἀγελοφρόνας, καὶ εὐσθενεστάτους. *Solet Scriptura divinitus inſpirata Gigantes vocare homines feroces, & robuſtiſſimos.* Teodoreto (*c*) finalmente è di ſcudo a queſta difeſa, con farci altresì intendere, che gli antichi ſacri interpreti in tuttaltri ſignificati, fuorchè di uomini ſmiſurati, avevano capito i Giganti della S. Scrittura: taluni avendoli creduti τοὺς ἔτη πολλὰ βεβιωκότας, *eos qui multos vixere annos*; ed altri τοὺς θεομισεῖς καὶ ἀντιθέους, *Dei oſores, & impios*; ma che niuno però l'abbia giammai creduti μέιζονα τῶν ἄλλων ἀνθρώπων σώματα ἐσχηκέναι, *illos majora cæteris hominibus habuiſſe corpora* (2).

---

(1) Di fatti i Greci in tal ſenſo diſſero γιγαντιᾶν *gigantiſare ſeu tyrannidem agere*. *Piſide* ſcrivendo di *Coſroe* Re de' Perſiani, diſſe Γιγαντιᾷ δὲ καὶ τυραννῆσαι θέλει, *gigantem agit tyrannidemque ſuſcipit*. E così anche gli Ebrei, uſando *Salomone* la fraſe *in cœtu gigantum commorari*, per eſprimere di eſſer tra prepotenti ed oppreſſori. Prov. XXI. 16.

(2) L'incertezza della loro origine li fece credere figli della Terra, onde ſi diſſero γηγενεῖς, *Terrigeni*. Quindi ſi chiamarono da' Latini Figli della Terra coloro *quorum genus incertum erat*, come nota *Iſidoro* Orig. L. XI. c 3. *Cicerone* ad *Atticum* L. I. *Et huic terræ filio, neſcio cui, committere epiſtolam tantis de rebus non audebam.* Si usò anche in buon ſenſo tal fraſe per indicare la progenie di coloro, che in altiſſima antichità diſperdevanſi. Così l'isteſſo *Cicerone Fam. Epiſt. ad Trebat.* 7. *Gn. Ottavius tuus familiaris, ſummo genere natus terræ filius*; onde *Giovenale* cantò

Unde fuit, ut malim fraterculus eſſe gigantum.

Fu un punto dell' antica ſuperſtizione, che i demonj, e le anime de' morti foſſero più grandi della forma umana, e così ſempre ſi dipinſero nelle loro apparizioni. Racconta *Plutarco*, che a *Bruto* prima del-

---

(*a*) De Gigan. pag. 292.

(*b*) L, IX. *Adverſus Julianum*.

(*c*) *Quæſt.* 48 *in Geneſin.*

§. III. Ma perchè niente ci ſi opponga di aver traſcurato, che riguardi l' eſiſtenza de' Giganti, de' quali parla l' iſtoria Sacra, dopo quelli che precedettero il diluvio, diremo di loro alcuna coſa tanto più volentieri, quanto ci danno occaſione di eſaminare in paragone la ſtatura degli Eroi, che è un de' caratteri più notabili dell' epoca de' tempi Eroici aſſai famoſi nell' Iſtoria profana. Ci ſi preſentano adunque il Gigante Egiziano ucciſo da *Giojada*, alto cinque cubiti (*a*), e *Golia* ucciſo da *Davide* (*b*), alto ſei cubiti, ed una ſpitama: il primo, eſſendo ſette piedi e mezzo alto, non può dirſi aſſolutamente un gigante, di cui ogni città non ne vanti qualcheduno; ma in paragone del ſecondo, il quale avendo preſſo a poco dieci piedi di altezza, fu veramente prodigioſo, non altrimenti che tutta la ſua Iſtoria. In fatti ſenza il miracolo, o 'l genio nazionale, non potrebbe altrimenti capirſi come un ſaſſo ſcagliato colla poſſibile violenza aveſſe potuto trapaſſare una peſantiſſima celata, ed aprire un cranio compattiſſimo, che forſe non a primo colpo di ben temprata accetta ſi ſarebbe aperto. Ma ſenza eccedere i limiti della critica ſacra, è permeſſo oſſervare, che ſiccome gli Ebrei ebbero due ſorte di cubiti, l' uno ſacro, e l' altro civile, de' quali ancora non è definita con ſicurezza la differenza, e 'l rapporto colle miſure de' Greci, e de' Latini (1); così può con ragione dubitarſi dell' altezza effettiva

---

la battaglia Filippica apparve uno ſpettro di corpo ſmiſurato. Ed a *Druſo*, ſecondo riferiſce *Svetonio* in Claud. c. I. *Species barbaræ mulieris humana amplior apparuit*. Preſſo *L. Floro* L. I. c. I. *Giulio Proclo* affermò di aver veduto *Romolo* dopo morto di corpo più grandioſo. *Seneca Oedip.* V. v. 174.

Vaga per lucos ſimulacra virum
Majora viris.

(1) Non è poſſibile definire con eſattezza le miſure degli antichi, e 'l farne un giuſto rapporto colle moderne. Per intelligenza dell' argomento dirò in breve ſu' calcoli più appurati: che le prime

(*a*) Paralip. II. 23.

(*b*) I. Reg. XVII. 4.

effettiva di queſto Gigante; tanto più, che ne' migliori codici della verſione de' LXX ſi fa montare a quattro cubiti, ed una ſpitama τεττάρων πήχεων καὶ σπιθαμῆς: ed è naturale, che sì fatti Interpetri ſoſſero aſſai meglio, e più informati di noi di cotali rapporti, e differenze di miſure. I Greci a queſta proporzione fiſſarono l' altezza degli Eroi, cioè a poco più de' quattro cubiti, o ſieno ſette piedi, nè l' iſteſſo *Ercole* fu alto di più, come ſcrive *Solino* (*a*), ed altri rapportati dall' immortal *Salmaſio* nelle annotazioni ſul citato luogo (1). *Gellio* ſcrive (*b*) che *Plutarco* in una ſua

---

miſure d' intervallo ſi preſero dalle proporzioni più regolari del corpo umano. Gli Ebrei ſi ſervirono del cubito, o ſia della diſtanza, che paſſa dal gomito all' eſtremità del dito medio, ſul rifleſſo, che ogni uomo di qualunque ſtatura ſia, è quattro cubiti de' ſuoi. I Greci ſi valſero del piede, ſei de' quali formavano l' altezza ordinaria di un uomo, ma vi fu qualche divario ſecondo la varietà delle ſtature. Di fatti il piede Greco, o ſia Erculeo ſuperava di una $\frac{1}{2}$ oncia il Romano, benchè ambedue conteneſſero 4 palmi antichi riſpettivamente, 16 pollici, o 24 dita. Per valutarlo col piede moderno gli Autori ſi ſervono del piede Regio di Francia, o di quello di Leyden chiamato anche Geometrico, che ſi crede preſſo a poco corriſpondente al piede Romano antico. Il primo di queſti ſi divide in 12 pollici, o ſieno oncie, ciaſcuna di queſte in 12 linee, ognuna delle quali in 10 particelle, in modo che fanno in tutto 1440 parti milleſime. Il ſecondo poi contiene 1392 parti di quelle, che compongono il piede di Francia. Or ſecondo i più eſatti computi il piede Romano contiene $1324\frac{1}{2}$ parti delle 1440 del piede di Francia; e 'l Greco ne contiene 1380; ma confrontati col piede di Leyden, il primo ne contiene 952, e 'l ſecondo 992.

(1) Gli Eroi del Teatro antico ci aſſicurano di queſta verità. Eſſi ſi ſtudiavano d' imitare nella voce, e nella figura l' idee grandioſe, che ſi aveano di queſti gran perſonaggi; a qual' effetto comparivano ſulla ſcena con de' maeſtoſi, ed elevati coturni. Quindi ſi ſpiega un bel luogo di Ateneo L. V. c. 7, che conteſta di eſſere appunto quale ſi è deſcritta la ſtatura degli Eroi; Μέσος δε τούτων ἐβάδιζεν Α'νὴρ μεῖζων τετράπηχυς ἐν Τραγικῇ διαθέσει καὶ προσώπω. *Inter hos medius incedebat vir magnus quatricubitalis tragico apparatu, & vultu.* Vegggaſi quanto nota *Pitiſco* nella voce *Cothurnus*, e *Grallatores*.

(*a*) C. I. p. 6.

(*b*) L. I. c. 1.

opera, a noi non pervenuta, lodava *Pittagora*, che aveva fiſſata l'altezza della ſtatura di Ercole dalla proporzione del ſuo piede, con cui aveva miſurato lo ſpazio del corſo ne' giochi Olimpici; conchiudendo, che tanto quegli ſuperava gli altri uomini nell'altezza, quanto con egual proporzione lo ſtadio Olimpico ſuperava quello delle altre nazioni. Or eſſendo lo ſtadio Olimpico lungo 600 piedi Erculei, veniva a ſuperare gli altri in 25 piedi per una mezz' oncia, che era più lungo il piede dell' Eroe relativamente al piede comune; in modo che egli miſurato per ſei de' ſuoi piedi veniva preſſo a poco ad eſſer alto quaſi ſette piedi de' comunali. *E* quindi ſi deduce quanto ſia grande l'errore di molti dotti uomini, e tra gli altri di Uguezio, che han creduto il piede antico eſſer molto più lungo di quello, che in effetto era, onde ſi ſono ſerviti di tal'erroneo argomento per dimoſtrare, che gli uomini un tempo abbiano avuta altezza aſſai maggiore dell' ordinaria. Gli altri due luoghi del ſacro Teſto, ne' quali ſi parla dell' altezza de' Giganti, ſenza che per altro vi ſi noti niente di preciſo circa le loro miſure, come ne' due precedenti, ſono quando taluni degli Eſploratori, mandati da *Mosè* a riconoſcere la Terra promeſſa, per diſtogliere il popolo da tal paſſaggio, vanno ſpargendo (*a*), *Ibi vidimus monſtra filiorum* Enac *de genere giganteo*, *quibus comparati quaſi locuſtæ videbamur:* ma queſta fu una mera eſagerazione come ſi rileva chiaro dalla prevenzione del verſo antecedente, in cui leggeſi: *Detraxeruntque terræ, quam inſpexerant* ecc., che i LXX. traducono: Καὶ ἐξήνεγκαν ἔκστασιν τῆς γῆς ἣν κατεσκέψαντο *& protulerunt admirabilia terræ, quam inſpexerant*. Onde io dubito ancora ſe per malizia, o pure per poco criterio i ſoſtenitori de' Giganti facendo gran pompa di queſto luogo, non abbiano avvertita una cotanto neceſſaria e chiara prevenzione. L' altra è la deſcrizione del letto di *Og* Re di Baſan, che conſervavaſi in Rabath Capitale degli Ammoniti (*b*) *novem cubitus habens longitudinis, & quatuor latitudinis ad menſuram cubiti virilis manus;* le quali ultime parole confermano la varietà delle miſure ac-

---

(*a*) Num. XIII. 39.

(*b*) Deuter. III. 11.

cennata di ſopra, e le diverſe ſpecie de' cubiti Ebraici. Ne ſiegue di neceſſità, che dal vederſi un letto di queſta grandezza, debba conchiuderſi di aver ſervito onninamente per un uomo alto poco meno di nove cubiti. Oltrechè i letti grandi, e ſpazioſi furono un punto di luſſo in Oriente, come anche ſi coſtumano al dì d'oggi, anzichè ne' primi tempi ſervirono anche per troni de' gran perſonaggi (1).

§. IV. Dal detto finora può trarſi un bel paragone tra' Giganti antediluviani con quelli della Favola (2), ſiccome tra que' de' tempi eroici cogli altri, de' quali parla ſucceſſi-

---

(1) Prima che s'inventaſſero le ſedie gli antichi ſedevano ſul letto: finoggi ſi è conſervato queſt' uſo preſſo gli Orientali, con eſſers' in parte ſurrogati a' letti i tappeti, e coſcini. Anche dopo l' introduzion delle ſedie non fu inſolito. *Plinio* V. Epiſt. 5. *Mox imaginatus eſt veniſſe Neronem, in Toro ſediſſe*. *Luciano* nel dialogo degli oſſervatori fa vedere *Creſo* ſeduto in un aureo letto, che favella con *Solone* Atenieſe. Ed ognun ſi ricorda quel di *Virgilio Æneid. II. Toro ſic orſus ab alto*. Le prime ſedie furono a forma di letticciuoli, che noi diremo ſofà, da potervìſi diſtender ſopra. Quindi *κλίνη*, e *κλισμὰ* dinotano i letti, e le ſedie. *Troni*, & *ſolia* ſi diſſero i ſeggi de' Re, che ne' primi tempi altro non furono, che letti magnifici. *Plutarco* nelle Quiſt. Rom. *ἀνάκλιντος θρόνος*. E che ſia così le ſedie di onore ne' Lettiſternj altro non furono che meri letti. Anche perciò i primi Criſtiani oravano ſeduti ſul letto, come indica *Tertull. L. de orat. ex Herma*. Ne' tempi poſteriori per tal rimota coſtumanza i ſommi Imperanti avevano i loro ſogli a fianco del letto. *Spartiano* in Adr. c. 23. *In ſedili regio juxta lectum poſito*. E 'l noto verſo di *Omero Odiſſ: IX.* moſtra lo ſteſſo.

Εξείης ἕζοντο κατὰ κλεσμȣ̀ς τε θρόνȣς τε

E' credibile, che nella primiera ſemplicità i ſogli, e letti regali ſieno ſtati di ferro, che fu il primo metallo meſſo in uſo in Oriente, come furono di ferro i loro ſcettri. *Pſalm.* 11. 9. *Apoc. II.* 27. E dovevano eſſere ſpazioſi ſedendo ſempre a' fianchi de' Re o il ſucceſſor dell' Impero, o i più fedeli miniſtri. Criſto ſiede alla deſtra del Padre *Hebr. I.* 3, di cui è Ενθρόνος. Veggaſi quanto nota ſu tal propoſito *Arnaud de Diis Synedris*.

(2) E' noto il paragone della Gigantomachia colla coſtruzione della Torre di Babel. *Bochart. L. I. c.* 13 trova tra queſta e la battaglia de' giganti deſcritta da *Abideno* anche una certa analogia di fraſi.

vamente la Scrittura. Dappoichè i Giganti compariſcono nelle prim' epoche delle Iſtorie di tutte le antiche nazioni, ed i primi Tiranni ſi deſcrivon ſempre di un corpo, e di una forza corriſpondente alla loro ferocia per farci concepire una idea più orribile della loro violenza, ed audacia. Al che aggiungendoſi l' antichiſſima opinione di eſſere ſtati più grandioſi tutt' i prodotti di natura, e gli uomini ſteſſi nell' infanzia del mondo, ſi ſono vie più accreditate le tradizioni delle forme Giganteſche. E par che gli uomini volendoſi conformare a queſte primitive idee, abbiano ſempre ambito di ſcegliere per loro condottieri coloro, che gli altri ſuperaſſero nel coraggio, e nella procerità del corpo, ſiccome conteſtano l' Iſtorie delle antiche nazioni ſpecialmente dell' Oriente. Or ſiccome inutile ſarebbe, e ripetuto il dire alcuna coſa delle geſta de' Giganti, e de' Titani (1), ricantate ſino alla nauſea da' Poeti, così non credo fuor di propoſito oſſervare un aneddoto, che riſchiara la loro iſtoria, ed ha correlazione colle noſtre patrie antichità. Scrivendo *Filoſtrato* (*a*), che i Napolitani facevan moſtra delle oſſa del Gigante *Alcioneo*, e di altri atterrati ſotto il Veſuvio, dice chiamarſi Pallene il campo adjacente a queſto monte, detto dipoi da' Poeti Greci Flegra, in cui ſi diſotterravano alcune oſſa de' Giganti, che ivi un tempo ſi erano accampati per detronizzare il padre *Giove*: καὶ μὴν ἐν παλλήνῃ, ἣν Φλέγραν οἱ ποιηταὶ ὀνομάζουσι. Il dotto *Oleario* nota ſu queſto luogo, che quivi l' Autore intenda la Flegra di Tracia, detta benanche Pallene, a motivo, che i Mitografi convengono di eſſere in queſta ſucceduta la morte di *Alcioneo*, e non già ne' noſtri campi Flegrei. Ma io con buona pace di un tant' uomo lun-

---

(1) Si diſtinguono i Giganti, benchè tutti foſſero figli della Terra. *Servio ad Æneid. VI. v.* 580. *Titanas contra Saturnum genuit* (Terra) *Gigantes poſtea contra Jovem*. I primi detti ἀπὸ τῆς τίσεως *ab ultione*, ed i ſecondi πάρὰ τό γινεσθὰι ἐκ τῆς γῆς, *quod e terra prognati fuerint*.

(*a*) Heroic. c. 1. §. 3.

gi dal voler rivendicare alla mia patria l' onore di queſte oſſa immaginarie, non veggo perchè ſi abbia a rivocare in dubbio, ed alterare un luogo tanto chiaro per la noſtra Campagna; tanto più, che le due denominazioni di Pallene, e Flegra par che ſi ſieno ſcambievolmente preſe ad impreſtito da conſimili luoghi di Tracia, e della noſtra Campagna Felice. Anzi ſcrivendo *Erodoto* (*a*), che la Flegra di Tracia fu in appreſſo detta Pallene, vi è ragion da credere, che dalla noſtra ſe ne aveſſe impreſtato il nome. Ed avendo il *Martorelli* (*b*) riconoſciuta di origine Fenicia l' etimologia del nome Flegra פלא-גרה *Fle-gra*, *mira contentio*, ſoſtenuta da ciò che ſcrivono *Strabone* (*c*), e *Polibio* (*d*) di eſſerſi queſti campi contraſtati da molte nazioni per la loro fertilità, rieſce molto analogo all'iſteſſa ragione il trarre l'etimologia della voce *Pallene* dall'iſteſſa radicale פלא *Pale mirabilis* (1), *portentoſa*, e crederla denominazione primeva della noſtra Campagna. Il che ſi conferma da quel che avverte *Diodoro* Siciliano (*e*) che nell' iſteſſo tempo accadde la guerra de' Giganti con Giove tanto nella Pallene di Tracia, quanto ne' noſtri campi Flegrei; onde ſi conchiude, che ambedue queſti luoghi rinomati per l' iſteſſo avvenimento deduſſero la loro denominazione dall' iſteſſa radicale Fenicia, che indicava appunto le competenze tra gl' invaſori di tali fertili luoghi.

§. V. Paſſando ora alle prove di fatto, che ſi rapportano da' difenſori de' Giganti per argomenti incontraſtabili

---

(1) Così vien denominato il Meſſia dal Profeta *Iſaia IX 6. Et vocabitur nomen ejus Pale*. *Pauſania* L. VIII. ſcrive, che *Pallene* preſe il nome da *Pallante*, che fu uno de' Titani, benchè gli Argivi lo deducevano da *Pallene* lor nazionale figliuolo di *Forbante*. Or da molti Mitografi i nomi di *Pallade*, e *Pallante* ſi deſumono appunto dalla denotata radice Fenicia, il che conferma l' etimologia della noſtra *Pallene*.

(*a*) L. VII. c. 123.
(*b*) T. I. delle Antiche colonie.
(*c*) L. V. p. 165.
(*d*) L. II. c. 17.
(*e*) L. V. p. 338.

della loro eſiſtenza, cioè le reliquie de' loro corpi, e gli avanzi delle loro armi, convien ricordarſi ſulle prime di quanto ſi è notato nel §. III. circa la ſtatura di *Ercole*, e degli altri Eroi. Poichè ſarebbe una perdita di tempo il confutare diverſi luoghi di antichi ſcrittori, ingannati, o per falſa tradizione, o per poca conoſcenza nel deſcrivere lo ſcoprimento di oſſa, e ſcheltri giganteſchi, ſenza mentovare molti viſionarj, che per un genio di bizzarria ne han dette tante, e così groſſe da non poterſi tracannare nè anche da un gigante, come per eſempio *Kirchero*, ed *Olao Magno*. L'inganno è nato ſempre, come anderemo dimoſtrando, dall' aver credute oſſa umane quelle de' grandi animali, e ſpecialmente degli elefanti, e delle balene, traſportate dalle acque del diluvio, e del mare, non che da altre vicende del pianeta che abitiamo in tutti i ſiti della terra, ed in luoghi dove ſenza queſte premeſſe non ſi capiſce come vi abbiano potuto pervenire. Non è però, che non debbano ſcuſarſi gli antichi ſe ſieno inciampati in ſimili errori: chi ha in mira la ragione de' tempi, e ſa le leggi, e le coſtumanze de' popoli, non è così preſto a condannarli. Eſſi erano poco informati della Oſteologia, e tanto meno avevano un' Anatomia comparativa da far loro diſtinguere le differenze tra le oſſa degli animali e quelle degli uomini. Non iſtudiavano, che il ſolo interno degli animali per uſo della ſcienza augurale, e per informarſi delle funzioni vitali, nè mai ſpolpavano i cadaveri, eſſendo anzi un punto di Religione tra' più antichi popoli di conſervarli intatti con balſami, ed altri preparativi, a qual' effetto ſoltanto li sbarravano per eſtrarne le interiora; abbenchè lo ſcrupolo degli Egiziani aveſſe trovato il modo di farnele uſcir liquefatte dall' ano per mezzo di criſtieri preparati con efficaci diſſolventi. E di gran lunga vanno errati molti dotti, e valenti uomini ſpecialmente della claſſe de' Medici, i quali han voluto rivendicare la ſcienza anatomica a' Medici antichi, con farne rimontar la cognizione ſino a' tempi degli *Aſclepiadi*, ſoſtenendo, che il grande *Ippocrate* in eſſa foſſe verſatiſſimo ſull' autorità di *Galeno*. Dappoichè il celebre Criſtiano *Gruner* nella ſua diſcettazione *Num Hippocrates humana corpora inſecuerit nec ne?* con ſolide ragioni ſmentiſce l' aſſerzione di *Galeno*, e dimoſtra, quanto poco gli antichi Medici foſſero nelle anatomiche cognizioni verſati. Ma non pertanto ſi vedono alcuni barlumi di queſta verità negli antichi ſcrittori, onde reſta confermata la mia aſſerzione. *Pauſania* (*a*) racconta un fatto a propoſito accaduto a' tempi ſuoi, e di cui par ch'egli foſſe anche teſtimonio oculare: cioè che apertoſi per tempeſta un ſuppoſto ſepolcro in una picciola città della Lidia ſuperiore, cacciò fuori delle oſſa così grandi, che fecero dubitare ſe ſi apparteneſſero ad uomini, de' quali ſomigliavano la figura, o più toſto ad animali, a' quali aſſai più ſomigliavano. E poichè que' agricoltori s' imbattevano ſpeſſo ſmovendo la terra in molti, e grandi corni di bue, i quali ſenza dubbio anche a ragion del ſito erano denti di elefante, immaginarono, che quelle oſſa ſi apparteneſſero al cadavere di *Gerione*, il che dall'iſteſſo autore fu creduto una favola; a motivo che *Gerione* fu ſempre tra' Gaditani, ſenza che di lui rimaneſſe alcuna reliquia. *Svetonio* in un bel luogo della vita di *Auguſto* (*b*) ci dà una chiara teſtimonianza di eſſerſi a' tempi ſuoi ricreduti i ſenſati di sì fatto errore. Egli adunque parlando del genio dell'Imperadore nel coſtruir magnifiche ville ornandole di ſtatue, e porticati, ſoggiunge che le avea decorate *rebus vetuſtate ac raritate notabilibus*, *qualia ſunt Capreis immanium belluarum ferarumque membra prægrandia*, *quæ dicuntur Gigantium oſſa*, *& harma heroum*. E finalmente *Palefato* (*c*) ſpiegando la favola de' Giganti nati da' denti del dragone ucciſo da Cadmo, l'interpetra per i denti degli elefanti predati cogli altri teſori di *Dragone* Re di Tebe. Quaſi fino al principio di queſto ſecolo ſi ſono ammirate ne' Muſei, e ne' Gabinetti de' curioſi delle credute oſſa giganteſche, ma oggimai per le oſſervazioni, ed analiſi de' moderni Naturaliſti ſon cadute affatto dall' opinione che ſe ne aveva, e poco luogo ſi dà agl' impoſtori di ritrarne vantaggio. Veggaſi quanto dottamente n'è ſcritto nelle Tranſazioni Filoſofiche ſpecialmente dagli anni 1720 al 1730. E qui giova oſſervare, che non mai s'incontrano teſchj interi, e tanto meno ſcheltri conneſſi di corpi giganteſchi, ma bensì oſſa omerali, tibie, ſpine dorſali, e qualche cranio, le quali

---

(*a*) L. I. c. 35.

(*b*) C. 27.

(*c*) De incredibilitate cap. 6.

tutte ſi poſſono facilmente confondere, e ſenza l'occhio anatomico difficilmente diſtinguere da quelle di certi animali; tanto più, che la calcinazione, o altra alterazione sì naturale, che artificiale può trasformare in parte, ed anche mutare la loro figura regolare, onde più di leggieri può caderſi in equivoco, ſiccome ſcorgeſi dalla deſcrizione, che fa il *Boccaccio* di un preteſo ſcheltro di Gigante diſotterrato vicino Trapani. E ſon ſicuro, che niuno ebbe la ſorte di vedere lo ſcheltro di *Oreſte* deſcritto dagli antichi, e che fece dare da *Gellio* (*a*) l' epiteto di favoleggiatore al grande *Erodoto*. Per l'oppoſto dalle Mummie di Egitto, e de' più antichi ſarcofagi abbiamo una pruova incontraſtabile di eſſer ſtata regolarmente ſempre l'iſteſſa l'umana ſtatura (1), e di non reggere al fatto l'immaginaria deteriorazione delle proporzioni invariabili di natura; di modo che gli uomini di oggi non ſiano da meno di quelli di 3000 anni in dietro, e che il più, e 'l meno nell'altezza ſia ſtato tra certe proporzioni limitato tanto prima che oggidì.

§. VI. In oltre convien riflettere, che le oſſa per addizione di eſtranea materia, e propriamente di terree particelle coll' ajuto del ſucco terreo iſteſſo, che alcuni Fiſici chiamano liquore petrificante, poſſono ricevere un notabile ingrandimento di volume, come di peſo. Imperocchè è indubitato,

---

(1) Gli antichi chiamarono giuſta ſtatura quella che era all' incirca di ſei piedi. *Varrone* citato da *Gellio L. III. c.* 10 così notò: *modum ſummum adoleſcendi humani corporis ſeptem eſſe pedum:* onde *Solino* c. I. così ſcriſſe: *pleroſque definire nullum poſſe excedere longitudinem pedum ſeptem, quod intra menſuram iſtam Hercules fuerit.* Quindi per la ſcelta de' ſoldati ſi atteſe la miſura di cinque in ſei piedi *Veget. L. I.* 5. Non è però, che di tanto in tanto non ne compariſſe alcuno più alto di ſette piedi, come talvolta atteſtano accreditati ſcrittori. Nell' età di *Plinio* venne in Roma un tal *Gabarra* dall' Arabia alto nove piedi, e nove oncie. Son famigerati a' tempi di *Auguſto Puſione*, e *Secondilla* alti circa dieci piedi. *S. Agoſtino* rammenta una donna di ſtraordinaria altezza, che viveva in Roma poco prima di eſſer aſſalita da' Goti. Dal che deduceſi, che la natura, benchè rariſſime volte, ſuol come diceſi ſcherzare anche negli eſſeri viventi, allungandone, o abbreviandone le forme.

(*a*) *L. III. c.* 10.

bitato, che le ſottiliſſime parti terree, e le ſaline penetrando co' loro angoli ne' pori de' ſolidi vi s' immedeſimano coll' ajuto dell' umido, e colla lunghezza del tempo gli ſi rendono omogenee; il che accadendo egualmente nell' eſteriore incroſtatura acquiſtano tali corpi ſenſibile aumento nel volume, e nel peſo. I Gabinetti de' curioſi ſon pieni di ſimiglianti oſſa petrificate, che vengono anche dette oſſa foſſili, e ſono per lo più di animali, le quali ſi diſtinguono a' certi caratteri, come dal colore, dalla forma, e più dalla ſolidità; eſſendo per ordinario gialliccie, ed approſſimanti al color della terra, in cui ſono ſtate ſepolte, maſſiccie, e non ſorate come le oſſa naturali. Gli antichi conobbero anche sì fatte petrificazioni. *Plinio* (*a*) citando *Teofraſto* fa parola dell' avorio foſſile bianco, e nero, ed annovera diverſe da lui credute pietre oſſee, come tra le altre il corno di ammone, la gloſſopetra, l' enoſteo, ed altre, che la Fiſica ſperimentale inſegna di eſſere realmente ſpoglie di animali marini croſtacei, o teſtacei, o pure parte di animali terreſtri, ed acquatili, come denti, corna, coſte, ganaſce, ed altro. Di fatti, calcinati tali corpi, inſenſibilmente ſcoprono la teſſitura dello avorio, il quale vien compoſto di ſottiliſſime foglie ſoprappoſte a ſimiglianza di quelle della cipolla. Alla qual' eſperienza ſe ſi foſſe ſottopoſto il dente maſcellare, che vide *S. Agoſtino* (*b*) nel lido vicino ad Utica, e gli altri, che ſi credono di *S. Criſtoforo* (1), che non mai è ſtato un gigante, non ſi ſarebbero attribuiti a' ſuppoſti Giganti, ma bensì ad animali, de' quali erano effettivamente. In quaſi tutt' i luoghi della terra ſi ſcoprono ſimiglianti oſſa, ed in alcuni più in abbondanza. Senza parlare de' luoghi oltremonti, moltiſſime ne ha date la Sicilia. Vegganſi il *Cluverio* (*c*), il *Fazzello* (*d*), ed al-

---

(1) Dagli Atti della vita di queſto Martire ſi ſcorge chiaramente di non eſſer ſtato di giganteſca ſtatura come dipingeſi. I Bollandiſti T. VII. §. 5. 6 con ſode ragioni ſmentiſcono le ſue preternaturali reliquie conſervate in diverſe parti del mondo; conchiudendo di eſſerſi

---

(*a*) L. XXXVI. c. 18.
(*b*) *Civitat. Dei* L. XV. c. 9.
(*c*) Sicil. Antiq. L. I. c. 2.
(*d*) Dec. I. L. I. C. 6.

tri, che rapporta il Canonico *Mongitore* nella giunta alla Sicilia Inventrice dell' Auria c. II. §. I. Benchè coloro, che ne parlano, ſieno quaſi tutti caduti in equivoci, alcuni caratterizzandole per produzioni minerali, altri per oſſa degli antichi Ciclopi, e Leſtrigoni abitatori di tal iſola, dando credito alla favola; e certi finalmente avendovi riconoſciuti de' denti di elefanti, ſenza riportarſi alle vicende fiſiche del Globo, ſon paſſati a crederle di que' elefanti, che furono in quella iſola portati da' Cartagineſi nelle guerre co' Romani; il che non regge in buona critica ſul rifleſſo, che eſſendo ſtato preſſo tutt' i popoli in gran pregio l' avorio, e molto più per la rarità preſſo le nazioni occidentali, non è giammai credibile, che ſi ſeppelliſſero queſti elefanti, ſenza cavar-

---

ſimboleggiato nella ſua auguſta ſtatura la forza equivalente al peſo del Salvadore bambino, che ſi credeva di aver traſportato ſulle ſpalle, ſiccome ſpiegano alcuni verſi lodati da *Vicellio* nel ſuo Agiologio

. . . . Quæ moles tanta gigantis?
Exigui pueri cum leve portet onus.
Omnibus in ſpeciem parvus puer iſte videtur:
Quo tamen eſt toto majus in orbe nihil.
Hinc opus eſt animis, ut ſint & corpore fortes,
Qui Chriſtum populi ferre per ora volunt.

Ma niente è più bello dell' Epigramma di *Geronimo Vida* Veſcovo di Alba, rapportato dagl' iſteſſi PP. del Bollando, nel quale ſi ſpiegano le allegorie della ſtatura, e degli altri attributi del Santo, come ſiegue

Chriſtophore, infixum quod eum uſque in corde gerebas,
Pictores Chriſtum dant tibi ferre humeris:
Quem geſtans quoniam multa es perpeſſus amara
Te pedibus faciunt ire per alta maris.
Id quia non poteras, niſi vaſti corporis uſu,
Dant membra immanis quanta gigantis erant.
Ut te non capiant, quamvis ingentia, templa,
Cogeris & rigidas ſub Jove ferre hiemes.
Omnia quod victor ſuperaſti dura, virentem
Dant manibus palmam, qua regis altus iter.

La ſua immagine dipingevaſi al di fuori delle Chieſe, non tanto per la ſtatura incapace ad eſſer contenuta al di dentro di eſſa, quanto per avvertire i Fedeli a riflettere all' eroica virtù del Santo nell' indoſſare la dottrina di Criſto: coſtume autorizzato anche preſſo i Gentili, che per ſimili motivi dipingevano Ercole avanti le porte de' Tempj. *Joſeph Laur. Varia ſacra Gentil. c.* 8.

ne i denti, de' quali ſacevano gran conto, ſpecialmente dove era più raro, ed in conſeguenza più ſtimabile.

§. VII. Per quello poi, che riguarda l'altra pruova, che ſi adduce per dimoſtrare l' eſiſtenza de' Giganti, cioè il rinvenirſi alcune armi troppo grandi, e peſantiſſime, le quali ſuppongono di eſſerſi uſate da uomini di corpo proporzionato alle medeſime; brevemente riſpondo, che oltre la maggior robuſtezza degli antichi ſoldati proveniente dall' educazione, e dalla diſciplina militare di allora, comprendendoſi appena come poteſſero ſoſtenere tanto peſo di armi offènſive, e difenſive, potettero tali armi così grandi ſervire all' oſtentazione de' gran perſonaggi, ed alle decorazioni del Teatro, in cui introducendoſi le figure giganteſche, ed eroiche, come ſi è avvertito alla pag. 377 nella nota 10, biſognava che compariſſero con armi, ed abbigliamenti proporzionati. Senza dire, che l' impoſtura, e l' inganno abbiano anche in ciò trionfato qualche volta ſulla buona fede de' Curioſi, ed io potrei aggiungere qualche eſempio de' noſtri tempi di eſſerſi vendute a caro prezzo alcune ſcimitarre, e lancie fittizie, che ſi ſon fatte credere di eſſerſi trovate negli avelli de' gran Campioni, ſe nol reputaſſi coſa inutile, e disdicevole agli amatori di così fatte rarità.

§. VIII. Finalmente conchiudo, che il clima, il cibo, e l' eſercizio poſſono sì bene conferire alla maggior robuſtezza del corpo, rendendo le oſſa più toroſe, e le vertebre più valide, ed agibili, ma non è che perciò la ſtatura poſſi di molto ſorpaſſare l' ordinaria (1). *Ceſare* (*a*), e *Tacito* (*b*) rilevano anche queſte ragioni in perſona degli antichi Germani, che ſi deſcrivono di ſtatura alta, e non già giganteſca: il primo riflette, che tutta la loro vita ſi conſumava nella

---

(1) Non ſi niega, che l' educazione degli antichi, e gli eſercizj ginnaſtici conferivano non poco all' ortopedia, ed a rendere il corpo più robuſto. Eſſi non traſcuravano dall' infanzia di avvezzare il corpo all' intemperie, ed alla fatica. I Spartani per un carattere nazionale ſuperavano in ciò gli altri. Ed i ragazzi ſi ammiſero anche ne' pubblici giuochi.

(*a*) *De Bello Gall.* L. VI. c. 6. (*b*) *De Morib. German.* c. 20.

caccia, e negli eſercizj militari, a' quali ſi avvezzavano da ragazzi, allevandoſi queſti ſenz' alcuna delicatezza: e l'altro ne adduce in ragione la libertà dell'infanzia, laſciandoſi creſcere i ragazzi nudi, e ſenza faſce. I moderni Fiſiologi che raccomandano con ragione una ſimigliante educazione con darſi ſempre alle membra un'aura di libertà, che poſſa influire alla buona vegetazione, e conſolidazione del corpo, non ſoſtengono certamente che ciò poſſa benanche contribuire ad elevar di molto la ſtatura, incontrandoſi la ripugnanza della continua eſperienza. Ed a taluni ſottili oſſervatori Politici, i quali dicono, che non baſtano i più grandi ſforzi della preſente educazione a farci ſperare i vantaggi, che godevano gli antichi in tal particolare per la concorrenza di molte felici circoſtanze oggi affatto incombinabili, io preſento a conſiderare lo ſtato, e l'educazione de' Selvaggi, che conſervano tuttavia, ed in grado maggiore la natia libertà, ed in molto ſi uniformano a' coſtumi delle antiche nazioni prima d'incivilirſi; ne' quali certamente come in tutto il reſto dell'umano genere non s'incontrano de' Giganti, e delle ſproporzioni di ſtature *ceteris paribus* (1). Or dunque mi par tempo di metter fine a queſta fatica, la quale, lungi dall' amor proprio, mi par proporzionata a ſmentire quanto in molte pagine ſi trova ſcritto a favor de' Giganti. E mi luſingo, che il ragionato lettore me ne ſarà grato, vedendo riſtretto in poche carte quanto per avventura non troverà in grandiſſimi volumi.

---

(1) Gl' iſteſſi Patagoni abitatori del Chilì nell' America meridionale, cotanto decantati per la loro ſmiſurata ſtatura, da ſinceri ed accurati Viaggiatori ſono ſtati ritrovati non più alti, che ſei piedi e mezzo. Per eſcuſare l' eſagerate relazioni de' loro ſcopritori ſi è detto, che travidero ſcorgendone di lontano taluni in quelle folte boſcaglie i quali ſtando ritti ſu' cavalli con de' ſtivali di pelle poco, o niente facevano diſcernere le gambe dal corpo del cavallo, ſu cui erano, onde non ben diſtinguendoſi comparivano di giganteſca ſtatura. Dal che deduceſi di eſſer anche iperboliche le prove ſtraordinarie da eſſi praticate ſino ad inghiottire delle bacchette alte cinque, o ſei piedi. Nè il vederſi alcune gran forme de' loro corpi traſportate in Europa pruova, che tutti que' nazionali debbano eſſere così alti, potendovene eſſere alcuni, come in ogni altro luogo ſe ne incontrano, ma non mai più alti degli otto piedi, che indicano le ſteſſe forme.

MEMORIA GEOLOGICA

SULLE RIVOLUZIONI DEL GLOBO TERRESTRE PRODOTTE DALL' AZIONE DELLE ACQUE

Del P. Ermenegildo Pini

PARTE SECONDA

In cui ſi ſtabiliſce una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione del globo terreſtre, come unica cagione delle rivoluzioni, che per l'azione delle acque vi intervennero da che fu abitato.

INTRODUZIONE.

I. PAſſeggia l'uomo ſulla ſuperficie del globo, che abita, e non è tocco, che da certe variazioni parziali, che vi vanno intervenendo con circoſtanze per lui o incomode, o maraviglioſe. Una dirotta pioggia, che toſto raccolta in torrenti va a roveſciare una ſua caſa di delizie poſta ſulla pendice di aprico monte, un'eſcreſcenza di fiume, che ſciolti porta al mare i ſuoi più fertili campi, un'eruzione vulcanica, che enunciata da ſotterranei muggiti lo chiama a volger lo ſguardo verſo quella cima, da cui rapidamente vede slanciarſi nera fiamma, oggetti ſono queſti, che l'uomo volgare fa entrare come grandi nella piccola ſtoria de' ſuoi avvenimenti. Traſportaſi il Geologo in varie e tra loro rimote parti, e nel ritiro de' più ſolitarj monti, dove taciturna ſembra la natura, queſta a lui parla in que' monumenti di grandi ed univerſali rivoluzioni, che intervennero n[illegible] rie de' ſecoli trapaſſati, alcune delle quali rimaſero ancora nella ricordanza de' popoli anche più barbari.

II. Nell' interna ſtruttura delle montagne primarie egli riconoſce, che la terra originariamente fu un pianeta fluido, oſſia una maſſa d'acqua, in cui erano o ſciolte, o ſtemperate le varie ſoſtanze, che formano le ſpecie di corpi inorganizzati, che ora ſi offrono ai noſtri ſenſi. Inveſtigando come queſto globo ſia paſſato alla preſente primaria coſtituzione, cioè com' eſſo ſiaſi diſtinto in mari e terra ferma, ed abbia preſa una figura compreſſa ai poli, ed elevata all' equatore, trova che la cagione di tali cangiamenti dovette eſſere rapida ed univerſale, e che queſta fu la forza di rotazione; non quella, per cui al preſente in 24 ore raggiraſi con moto comune tutta la maſſa terreſtre intorno al proprio aſſe, ma altra animata di maggiore velocità, e quale era richieſta per far ruotare un corpo fluido: onde la rotazione preſente egli riguarda come una derivazione dall' originaria. Siccome per l'originaria rotazione ogni particella della maſſa fluida fu determinata a rivolgerſi con una velocità tale, per cui la ſua forza centrifuga era maggiore della gravità; così facilmente conchiude, che il globo allora non era abitato nè da animali, nè da vegetabili almeno di quella ſpecie, che ora vi ſi riconoſcono: giacchè ſe vi foſſero ſtati, eſſi per la rapidità, e per lo ſconvolgimento dei moti ſarebbero ſtati diſtrutti, e ſeppelliti (*a*).

III. Per quanto grande ſia ſtata queſta prima rivoluzione, eſſa ſi riguarda dal Geologo con animo tranquillo e grato, giacchè in eſſa non vede, che una preparazione della ſuperficie terreſtre all'abitazione de'corpi organizzati, ed alla ſua propria, di cui egli va lieto, e che non volentieri laſcerebbe, quantunque non vi ſi trovi a tutto ſuo agio. Un' altra però a lui ſe ne preſenta non meno univerſale, la quale non può eſſere da lui riguardata, ſe non colla più ſenſibile commozione, ſiccome quella, che riconoſce intervenuta dappoichè il globo fu abitato, e nella quale dovettero eſſere involti anche i ſuoi più rimoti anteceſſori. Un

---

(*a*) V. *Saggio di una nuova Teoria della terra*, e le *Addizioni* alla medeſima, che pubblicai nel 1790. e 1791.

così funeſto avvenimento gli viene enunciato al primo aſpetto delle montagne compoſte di conchiglie, di peſci marini, di ſpoglie d'animali terreſtri, e d'altri corpi organizzati, tra'quali con vacillante occhio gli ſembra pur di travedere oſſa umane. L'Oſſervatore pio ſenteſi toſto portato a riconoſcere in tal rivoluzione gli effetti del ſupremo Nume ſdegnato; ma al Filoſoſo, pel quale la Divinità non è l'oggetto più familiare, e che alla Divinità appena riporta quelle ſteſſe opere, che da cagioni naturali non poſſono in verun modo derivarſi, le ſpoglie foſſili di quegli animali non forniſcono che materia di ulteriori inveſtigazioni. Certamente conſiderando la coſa anche ſenza una certa indocilità filoſofica, può per divina opera ſul globo già abitato eſſere intervenuta una generale inondazione, la quale abbia ſommerſi gli animali; e nello ſteſſo tempo i corpi organizzati, che ora ſi trovano foſſili, ben poſſono non appartenere a queſta ſteſſa inondazione, ma a tutt'altra. Ciò pertanto laſcia luogo ad inveſtigare, d'onde ſia provenuto l'ammaſſo di corpi organizzati, che ora trovanſi ne'monti, e quale ſia la rivoluzione, che li ſeppellì, e produſſe altri effetti a queſti analoghi.

IV. Il trovarſi conchiglie marine con alberi terreſtri ad un'altezza maggiore di 2200 teſe, è una deciſa pruova, che il traſporto dei corpi organizzati ſui monti provenne da una inondazione molto elevata; e poichè a grandi altezze trovanſi anche in ogni altra parte di tutta la ſuperficie terreſtre altri ſimili depoſiti, è manifeſto che tale inondazione fu univerſale almeno ſino all'indicata elevazione. In due modi però le acque potettero deporre a tanta altezza corpi organizzati inſieme ad altre materie, che ora formano i monti ſecondarj, cioè o in quanto che originariamente eſſe erano in queſta elevazione, e vi rimaſero per lunghiſſimo tempo, dopo il quale ſi andarono abbaſſando al preſente livello, oppure in quanto che le acque erano più baſſe, e per una ſtraordinaria inondazione furono elevate, dopo della quale nuovamente ſi ritirarono. Il Problema adunque riduceſi a determinare, ſe tali depoſiti provennero da una permanente e lunghiſſima, oppure da una ſtraordinaria e breve inondazione.

V. Poichè ogni variazione dipende dallo ſtato antecedente della coſa, perciò la ſoluzione del Problema dovrebbe dipendere dal vedere quale foſſe lo ſtato della ſuperficie terreſtre prima dell' inondazione. Nella Teoria della terra io già provai, che il globo, prima che foſſe abitato, era già diſtinto in mari, e terra ferma ſparſa di que' monti originarj, che tutt'ora eſiſtono. Da che ne ſeguirebbe, che prima di tale inondazione il mare era preſs'a poco allo ſteſſo livello, a cui è preſentemente, e che perciò quella dovette ſeguire per una ſtraordinaria e paſſaggera elevazione di acque. Ma io intendo di pruovare la coſa non dipendentemente dalla Teoria già da me ſtabilita, nè da ipoteſi, ma bensì da immediate oſſervazioni: il che ſe mi riuſcirà di ſare, ciò ſervirà a confermare la Teoria ſteſſa; o almeno in queſta avrò uno ſtato del globo, quale doveva eſſere, per potere ſtabilire una ſtraordinaria inondazione.

VI. Quali ſieno i fenomeni geologici, che ad una generale inondazione devonſi aſcrivere, già fu da me eſpoſto nella prima Parte di queſta Memoria, nella quale io pure accennai le particolari circoſtanze, da cui ſono accompagnati, e che ſaranno richiamate a ſuo luogo, quando ſi moſtrerà la loro corriſpondenza con una ſtraordinaria e paſſaggera inondazione.

CAPO I.

Degli argomenti comprovanti, che la Terra, dopo di eſſere abitata, fu inondata ſino oltre le più alte cime de' monti.

VII. Nell' America ſu gli alti monti di Guancavelica, ed anche in quelli della Miniera di Mercurio trovanſi molte e varie conchiglie marine, le quali per lo più ſono di quella ſpecie di oſtriche, che chiamanſi *Pettini*. Eſſe ſono inſerite in pietra non molto dura; e ſe talora ha una certa durezza, poſſono però le conchiglie ſteſſe ſtaccarſi intere col martello. Tra le conchiglie trovanſi anche de' pezzi di legno impietrito, abbenchè in quelle altezze pel freddo non creſcano alberi. Queſte ed altre circoſtanze vengono eſpoſte dal

Sig.

Sig. *de Ulloa* (Memoires .... concernant la decouverte de l'Amerique); e da eſſe noi poſſiamo rilevare, che l'altezza, in cui eſiſtono conchiglie, legni foſſili, ed altri depoſiti di acque ſia maggiore di 2000 teſe ſul livello del mare preſente: giacchè, ſecondo le eſatte oſſervazioni del Sig. *Condamine*, gli alberi in quelle regioni cominciano a mancare all'altezza di circa 2000 teſe. Queſta altezza viene maggiormente preciſata da ciò, che il Sig. *le Gentil* ſcriſſe al Conte *di Buffon*, dicendo, che il Sig. *Antonio de Ulloa* avea egli medeſimo nel 1761 tratte alcune conchiglie dalla montagna del Mercurio ſituata circa a 13 gradi di latitudine meridionale in un ſito elevato 2222 teſe ſul livello del mare, e che quelle erano in uno ſtato molto groſſo, di cui però l'*Ulloa* diceva di non avere riconoſciuta l'eſtenſione (*a*). Atteſe tali circoſtanze, non è da dubitare, che realmente nell'America eſiſtano conchiglie all'altezza di 2222 teſe; a confermazione di che gioverà aggiugnere, che molto tempo prima era già ſtata accennata da *Alfonſo Barba* l'eſiſtenza di conchiglie foſſili ſu di altiſſimi monti del Perou (Metallurgie tom. I. pag. 64. Paris 1751.). Ma non è veriſimile che tale altezza ſia la maſſima, in cui realmente colà eſiſtano depoſiti di acque marine. La ſcoperta di queſte conchiglie, per quanto appare, non fu fatta da Oſſervatori, i quali abbiano molto eſaminati que' contorni; ma bensì da chi di paſſaggio traverſava per quelle alture, e che le raccolſe come oggetti di curioſità. E veramente quelle regioni finora non potettero eſſere viſitate da abili Mineralogiſti, atteſe le difficoltà sì politiche, che fiſiche, che a ſimili viſite ſi oppongono. Vuolſi inoltre riflettere, che le materie depoſitate da acque ſogliono nella ſucceſſione de' tempi abbaſſarſi per più motivi, cioè per la compreſſione, che le riduce in minor volume; per l'azione delle acque piovane, che ne detraggono la parte ſuperiore; e pei diroccamenti, che nelle grandi altezze ſono frequenti. Per lo che è da dire, che colà i depoſiti acquei ſieno intervenuti, e probabilmente eſi-

---

(*a*) V. *Buffon* Supplem. tom. V. pag. 538.

ſtano tuttavia ad un'altezza molto maggiore dell'indicata: e ſe queſta ſi porterà ſino al limite inferiore de' ghiacci, cioè ſino a 2430 teſe ſul livello del mare, non ſi eccederà probabilmente nella eſtimazione. L'altezza di 2222 teſe è la maſſima, in cui finora ſienſi trovati corpi organizzati depoſitati certamente da acque; e quella di 2430 teſe, che poſſiamo aſſumere per altri depoſiti ſubacquei, ſarà pure la maſſima per rapporto a queſti.

VIII. Vediamo ora quale ſia la miſura delle cime più elevate. In vicinanza di queſte eſiſtono appunto gli accennati depoſiti, e trovanſi in poca diſtanza dall'Equatore. La cima più elevata è quella del Chimboraco, che giugne a circa 3220 teſe di altezza; e le altre ſono inferiori a queſta circa 220 teſe. Queſta ſteſſa altezza dovettero preſs'a poco avere anche alloraquando ſi fecero que' depoſiti. Perciocchè è bensì vero, che in quella elevazione è computata anche l'altezza delle nevi perpetue, che vi riſiedono; ma è altresì vero, che molte di quelle più alte cime ſono vulcaniche; ed è del tutto veriſimile, che le eruzioni ſeguenti abbiano diminuita la loro altezza, ſicchè in tal diminuzione ſi ha un veriſimile compenſo all'aumento dell'altezza proveniente dalle nevi perpetue. Quindi la differenza tra la più alta cima ed il ſito dei depoſiti acquei ſarebbe di teſe circa 800. Se ad altri piaceſſe di ritenere a rigore la differenza d'elevazione tra la più alta cima, ed il ſito preciſo, ove ſi trovarono conchiglie, converrebbe aſſumere la differenza tra 2222 teſe, e 3220, cioè teſe 998, ſu di che io non molto mi opporrei, non producendo ciò una ſenſibile variazione a quello, che ſono per eſporre.

IX. Conſiderando la natura di que' depoſiti, noi rileviamo, che eſſi furono già una materia molto fina ſtemperata nelle acque, la quale in ſeguito ſi riduſſe ad una pietra abbaſtanza dura e conſiſtente, involgente corpi organizzati. Ciò ne forniſce un non dubbioſo argomento per aſſerire, che le acque non potettero depoſitare tali materie, ſe non trovandoſi ad una altezza molto maggiore, la quale giugneſſe ſino alle più alte cime. Per dimoſtrare la coſa, immaginiamoci, che le acque colla loro ſuperficie non giugneſſero ſe non all'indicata altezza di 2430 teſe, o anche ſolo di 2222.

In tale ipoteſi tutta la terra, a motivo dell' equilibrio, in cui i fluidi ſi diſpongono, ſarebbe ſtata inondata ſino a quella altezza, e ſi ſarebbero diſpoſte in una ſuperficie molto più vaſta di quella dei preſenti mari, dalla quale non potevano ſpuntare ſe non le cime più elevate, che vi avrebbero formate altrettante iſole, le cui pendenze ſarebbero ſtate le ſpiagge e le coſte di quel vaſto oceano: e poichè dalle oſſervazioni ſi ſa che poche ſono le cime elevate di 2222 teſe, e pochiſſime quelle di 2430, perciò la terra ferma allora ſarebbe ſtata ridotta a pochiſſime cime elevate ſulla ſuperficie acquea 800 teſe, o al più 998.

X. Eſſendo queſte cime riconoſciute dagli Oſſervatori come granitoſe, oſſia compoſte di pietra di natura ſelcioſa, non potevano ſomminiſtrare quelle terre di altra natura, delle quali trovanſi compoſti i ſopraccennati depoſiti. Queſti adunque non potettero formarſi, ſe non da ſoſtanze provenienti dai fondi di quel vaſtiſſimo mare, o da corpi organizzati allora viventi. Ma atteſa la profondità e vaſtità di quelle acque, le materie, che potevano rimanere ſoſpeſe verſo la loro ſuperficie, dovevano eſſere aſſai rare, e ſicuramente minori in quantità di quel che ſieno nei mari preſenti, in cui eſiſte la materia calcarea ed animale aumentataſi nei ſecoli ſeguenti, concorrono materie calcaree, ed argilloſe da vaſti continenti, e contienſi una mole di acqua minore sì in quantità, che in profondità. Quindi il mare preſente è più atto a formare ſulle ſue ſpiagge e coſte conſiderabili depoſiti riducibili in pietre, di quel che foſſe l'oceano ſuppoſto all' accennata altezza. In ogni modo noi troviamo, che tali depoſizioni non v' intervengono. In fatti dagli ſcandagli, che ne fecero molti viaggiatori, noi rileviamo, che le ſpiagge ſono compoſte di materie arenoſe, e groſſiere, pervenutevi da terra ferma, o alzateſi dal fondo del mare. Le coſte parimenti ſono formate in ſimil modo, ovvero trovanſi di materia ſimile a quella, di cui ſono compoſte le ſopraſtanti montagne, la quale perciò non può riguardarſi come provenuta da depoſiti poſteriori alla formazione delle montagne medeſime; o finalmente ſono occupate da ſcogli o formati, o coperti da corpi organizzati tra loro aderenti, come madrepore, coralli, oſtriche, ed altri vermi marini, che vivono ſtando aderenti ad altri corpi : il che, ſecondo le oſſervazioni del Capitano *Byron*, oſſervaſi maſſimamente in vicinanza delle iſole, alle quali erano ſimili le più alte cime de' preſenti monti, quando le acque erano alla ſuppoſta elevazione. Tutto ciò ſi trova a quelle profondità, in cui ſi può giugnere collo ſcandaglio, le quali ſogliono eſſere maggiori di 800 teſe; nè mai ſino a tale profondità ſi trovò, che ſulle pendenze delle coſte e ſpiagge ſi ſieno formati ſini e copioſi depoſiti calcarei atti a divenire pietre di uniforme teſſuto, come ſogliono eſſere quelle, in cui trovanſi corpi marini. Che ſe ſi conſidera la natura dei movimenti del mare, ſi vedrà, che neppure vi ſi poſſono formare tali depoſiti. Perciocchè ſul pendio delle coſte e ſpiagge i movimenti del mare ſono quaſi continui, e più irregolari che in alto mare, e vi ſmovono le materie ſino a grande profondità: onde le materie più fine vengono continuamente ſmoſſe e ſtemprate nell'acque, che altrove le traſportano. Per lo che ſe nei preſenti mari ſi vanno formando da fini depoſiti montagne ſubacquee, ciò non può intervenire, ſe non nelle maggiori profondità, ove i moti ſono meno ſenſibili. A più forte ragione pertanto dobbiamo dire, che i depoſiti fattiſi all'altezza di 2430 teſe ſul livello preſente non potettero provenire, ſe non da acque, la cui ſuperficie foſſe elevata almeno 800 teſe al diſopra de' depoſiti medeſimi, la quale cioè giugneſſe a coprire le più alte cime.

XI. Se alcuno a ciò, che io diſſi, opponeſſe qualche eſempio di ſottili e ſini depoſiti intervenienti a non molta profondità dei mari, egli dovrà avvertire, che queſti non ſi troveranno, ſe non in ſiti, in cui vengano impediti i generali movimenti delle acque marine, come ſono quelli formati a vaſca, o catino. Tali circoſtanze però non potevano aver luogo ſulle ripide pendenze di que' monti, che allora formavano le ſpiagge e le coſte di quel grande oceano.

XII. Raccogliendo in breve le coſe eſpoſte, conſta per immediata oſſervazione l'eſiſtenza dei corpi marini all'altezza almeno di 2222 teſe ſul livello preſente del mare: onde le acque certamente giunſero almeno a tale elevazione ſu tutto il globo terreſtre, nella quale inondazione non potettero rimanere ſcoperte, ſe non poche cime montuoſe. Per congetture dedotte dalle oſſervazioni raccoglieſi, che altri depoſiti ſubacquei anche al preſente eſiſtono all'altezza di circa 2430 teſe, e per deduzioni dalla preſente coſtituzione del mare conchiudeſi, che le acque, quando depoſitarono all'indicata altezza le conchiglie, giugnevano ſino oltre le più alte cime. Trovandoſi tra que'depoſiti anche legni impietriti, non può dubitarſi che allora la terra foſſe già abitata da corpi organizzati sì marini che terreſtri.

XIII. Potrebbe forſe ad altri naſcer dubbio, che le conchiglie trovate nell'America a 2222 teſe di altezza vi ſieno ſtate portate da qualche eruzione vulcanica. Queſto dubbio però ſvaniſce conſiderando la pietra, dentro cui ſi trovano, la quale non è di natura vulcanica. Aggiugneſi che anche nell'Europa trovaronſi conchiglie ad altezze poco minori di 2222 teſe, ed in pietre ſicuramente calcaree, e di origine acquea. Tali ſono le oſtriche trovate dal Sig. *Sauſſure* nel monte Veron all'altezza di 1772 teſe, i corni d'ammone veduti dal Sig. *de Luc* all'elevazione di 1333 teſe, ed i frammenti di conchiglie che io pure trovai nella montagna calcarea chiamata Grigna nella Lombardia Auſtriaca ad un' elevazione non molto minore di quella indicata dal Sig. *de Luc*. L' eſiſtenza di tali depoſiti acquei in ſiti d' Europa tra loro ſenſibilmente rimoti, e tanto elevati potrebbbero baſtare per ſe ſoli a provare che le acque furono ſino alle più alte cime, e combinandola coll'eſiſtenza di ſimili depoſiti nell'America mette la coſa fuori di ogni dubbio. Potrebbe altri opporre, che ſe foſſevi ſtata una generale inondazione dovrebberſi trovare depoſiti ſubacquei ſu tutta la ſuperficie terreſtre. Queſta difficoltà ha certamente molta forza contro una generale inondazione ſupponendola permanente; ma è toſto ſciolta, quando ſi aſſuma come paſſaggiera. (V. il §. 51.)

CAPO II.

Argomenti, ed oſſervazioni che direttamente eſcludono una permanente e lunga inondazione di tutta la ſuperficie terreſtre da che fu abitata.

XIV. Chiunque immaginò, che la terra dopo di eſſere abitata da corpi organizzati ſia ſtata coperta di acque ad un' altezza molto maggiore di quella, in cui ora è il livello del mare, dovette appoggiarſi ad arbitrarie ipoteſi, e formare un ſiſtema per ogni parte rovinoſo. Io qui non richiamerò tutti gli argomenti, che a tali ſiſtemi ſi oppongono, ma ſolo moſtrerò, che una permanente, e lunga inondazione di tutta la ſuperficie terreſtre da che fu abitata non corriſponde, anzi è oppoſta ai principali fenomeni geologici ſinora oſſervati. In due modi può intenderſi una permanente, e lunga inondazione, la quale ſiaſi poi ridotta a quello ſtato di acque che ora oſſerviamo. Il primo è di ſupporre, che la ſuperficie terreſtre aveſſe cavità, o valli profonde preſs' a poco come ſono quelle che ora vi eſiſtono, e che queſte ſino alle più alte cime foſſero ripiene d'acqua, la quale poi per ſucceſſive rotture ſiaſi ritirata in caverne eſiſtenti ſotto il fondo de' preſenti mari. Tale ipoteſi ſembra eſſere quella del Sig. *de Buffon*, ſebbene egli non abbia abbaſtanza preciſato lo ſtato, che aſſume nella terra per iſpiegare le variazioni geologiche in eſſa intervenute. Quanto queſta diſcordi dalle oſſervazioni è facile a dimoſtrarſi. Se il globo dopo d'eſſere abitato foſſe ſtato così inondato, la ſua ſuperficie ſarebbe generalmente compoſta di corpi organizzati marini, la maggior parte delle montagne ſarebbero a ſtrati orizzontali, ed i loro angoli ſinuoſi corriſponderebbero ai rilevati. Che queſte tre circoſtanze ſi verificaſſero fu già opinione del Sig. *Buffon*, e di altri, i quali perciò alle ſteſſe appoggiarono l'ipoteſi. Ma l'opinione era una deduzione da alcuni pochi caſi particolari; e le oſſervazioni poſteriori, e più diligenti dimoſtrarono, che quelle tre circoſtanze in neſſun modo eſiſtevano (V. la parte 1.ª di queſta Memoria). L'errore per riguardo ad alcuni degli indicati oggetti fu riconoſciuto dallo ſteſſo *Buffon*, il quale perciò nel tomo 5. pag. 537 de' ſuoi Supplementi ſi correſſe di ciò, che nella Teoria della terra pag. 77 avea aſſerito ſulla lunga permanenza delle acque ſino alle più alte cime: onde ſcriſſe, che le acque al diſopra di 2000 teſe o non giunſero, o non vi fecero lunga permanenza. Con queſto però non tolſe la difficoltà, giacchè anche al diſotto di 2000 teſe di altezza la ſuperficie terreſtre non preſenta le tre accennate circoſtanze.

XV. Il motivo, per cui ſi aſſume una lunga permanenza di acque ſino all'altezza indicata, ſi è maſſimamente per iſpiegare come ſianſi formati i monti calcarei, e ſecondarj. Ma tale ipoteſi o è inutile, o è inſufficiente a tal fine. Perciocchè o tutta la materia calcarea, che ora riconoſceſi in tali monti, eſiſteva contemporaneamente nelle acque, ovvero vi ſi andò ſucceſſivamente formando. Se tutta vi eſiſteva, eſſa doveva eſſervi o ſciolta o ſoltanto ſtemperata. Se vi eſiſteva ſciolta, la ſua quantità, come or ora ſarà provato, ſarebbe ſtata aſſai inferiore alla maſſa preſente dei monti calcarei, ed altronde non appare una ragione, per cui doveſſe precipitarſi. Che ſe vi era ſtemperata, baſtava un aſſai breve tempo per ſepararſi da acque ſuppoſte tranquille, come da obvie eſperienze è manifeſto, onde inutilmente ſi aſſume un lungo tempo per ottenere un effetto, che ne richiede aſſai meno. Eſaminando ora l'altro caſo, in cui ſupponeſi che la materia calcarea ſi andaſſe ſucceſſivamente formando e deponendo nelle acque, cercaſi d' onde quella derivava. Riſpondono eſſi francamente, che queſta derivò da' corpi organizzati. Ma primamente non avvi alcuna pruova per aſſerire, che la terra calcarea venga ſomminiſtrata ſoltanto da' corpi organizzati, o che queſti abbiano la facoltà di traſmutare in terra calcarea le ſoſtanze di altra natura, che ſervono al loro nutrimento, ed aumento. Inoltre quand' anco i corpi organizzati la poſſano formare o per traſmutazione di altra ſoſtanza, o in altro modo; pure è certo, che troppo poca quantità eſſi ne potevano fornire ai depoſiti ſubacquei. Tali corpi ſono maſſimamente le conchiglie marine, ed i litoſiti, e zoofiti. In mare certamente ne naſce, e ne eſiſte una incredibile quantità, la quale ſi va ſucceſſivamente aumentando, computati i morti ed i viventi. Ma piccola è la quantità di quelli, che poſſono ſomminiſtrare alle acque materie per depoſiti calcarei. Perciocchè i litoſiti, e zoofiti, e molti teſtacei, come le oſtriche, creſcono gli uni ſopra gli altri, coſicchè quelli, che naſcono, ſeppelliſcono i già nati; epperò aumentaſi bensì di molto la loro maſſa, formando anche ſcogli interi, ma la loro ſuperficie, che è la ſola parte, che toccando l' acqua può in queſta ſcioglierſi o ſtemperarſi, rimane la ſteſſa, o di poco ſi aumenta. Eſſendo pertanto la ſuperficie ſolubile aſſai piccola in confronto della maſſa ſempre creſcente dei nominati corpi marini, poca materia poſſono fornire alle acque anche in una lunga ſerie di ſecoli. Aggiugneſi, che i corpi ſteſſi poco o nulla ſono ſolubili dall' acqua marina, come appare anche dalla loro ſuperficie, che generalmente vedeſi intatta anche nei foſſili.

XVI. L' analiſi delle acque marine ſomminiſtra una deciſa confermazione di tali coſe, ed inſieme un invincibile argomento contro gli effetti attribuiti ad una permanente inondazione. L'illuſtre *Bergmann* (*a*) eſaminò le acque dell' oceano tratte dalla profondità di circa 60 teſe; ed in 41600 parti di eſſe ne trovò 1490 di ſale marino, 380 di magneſia ſalina, e ſolo 45 di calce in forma di geſſo. Così dunque vi eſiſte al più un novecenteſimo di terra calcarea; e poichè queſte acque furono tratte alla latitudine di circa 30 gradi, ed altronde ſi ſa, che a latitudini maggiori a motivo del minor calore le acque ſono meno atte a tenere in ſoluzione sì i ſali che altre materie, ben ſi può l' accennata quantità riguardare anche come ſuperiore alla media; e sì per queſto, come per altri motivi può ridurſi ad un milleſimo. Se dunque le acque marine contengono sì piccola quantità di terra calcarea, e ſpontaneamenre non la depongono; come ſi potranno aſcrivere a ſpontanei, e lenti depoſiti di un mare permanente le montagne calcaree, che ora ſorgono ſui continenti? Se le materie ſciolte nell' acqua marina aveſſero formati quei monti ſecondarj, che ora ſono in aſciutto, queſti dovrebbero anzi eſſere compoſti o di ſale, o di magneſia, giacchè sì l'una ſoſtanza, che l'altra vi è ſciolta in una quantità molto maggiore della terra calcarea; o almeno i monti compoſti di magneſia o pura, o miſta, dovrebbero eſſere aſſai più copioſi di quelli formati di ſoſtanza o tutta, o quaſi tutta calcarea: le quali coſe certamente non ſi veggono intervenute ſulla ſuperficie terreſtre ſuppoſta già fondo di mare. Queſta difficoltà derivata da nozioni ignorate dal Sig. *Buffon*, e da altri ſuoi ſeguaci è ſenza riſpoſta; ed acquiſta una maggior forza conſiderando, che le acque, quando erano alla ſuppoſta elevazione delle più alte cime, doveano

---

(*a*) *Opuſcula t. I. de Aqua Pelagica.*

veano contenere un' aſſai minore quantità di terra o magneſiaca o calcarea; e ciò per due motivi, cioè primamente perchè i corpi organizzati, da cui ſuppongonſi fornite quelle ſoſtanze, erano aſſai minori di quantità di quel, che ſieno al preſente, di poi perchè l' acqua ſopraſtante ai continenti era di mole aſſai maggiore.

XVII. Che le terre ſciolte nell' acqua marina ſieno inſufficienti alla formazione di monti per lenti depoſiti è pure conſermato dal fatto. Perciocchè, come già nel Capo I. oſſervai, non mai ſulle ſpiagge e coſte nè in altri ſiti del preſente mare ſi riconobbe verun monte nè piccolo nè grande formato di materie ſine, che vi ſieno ſtate in ſoluzione.

XVIII. Piccoliſſima è adunque nelle acque marine la quantità di ſoſtanza calcarea; e queſta eſſendovi in uno ſtato di ſoluzione non può ſpontaneamente depoſitarſi ſe non al più in una quantità ſenſibile. Che ſe alcuno per ſupplire alla piccolezza dei depoſiti aſſumeſſe una ſerie indefinita di ſecoli, egli ſi getterebbe in un' altra inſuperabile difficoltà; e queſta è, che ſiccome in mare l'aumento dei corpi organizzati ſu certi fondi è in proporzione aſſai maggiore di quel che ſia l'aumento della ſoſtanza calcarea che può eſſere ſciolta, e ſucceſſivamente depoſitata in altri determinati ſiti (§. XV.); così ſarebbe in tal tempo riſultata una copia di monti compoſti di corpi organizzati, la quale ſarebbe aſſai maggiore dei monti calcarei formati da lente depoſizioni. Ora queſta proporzione non ſi oſſerva nei monti ſecondarj, che ora ſono in aſciutto, giacchè quelli compoſti di ſpoglie di animali marini ſono aſſai minori dei calcarei.

XIX. Ma quand'anco ſi ammetteſſe, che le ſoſtanze calcaree marine foſſero atte a formare monti, e ſi preſcindeſſe dalle altre difficoltà, pure la ſola uniformità che ora ſi oſſerva in tali monti baſterebbe ad eſcludere la loro origine da lenti depoſiti. Tali monti ſecondarj in diverſe regioni ſono bensì tra loro diverſi l' uno dall' altro in molte circoſtanze. Ma ognuno di eſſi preſo ſeparatamente ſuol eſſere del tutto uniforme ed eguale nelle ſue parti. Preſcindendo da' corpi organizzati, che talora vi ſono ſepolti, in ogni ſua parte trovaſi nel generale la ſteſſa qualità di materia, lo ſteſſo teſſuto nelle minute parti, e per ſino lo ſteſſo colore;

e tale uniformità appare non ſolo in ſuperficie, ma anche a quelle profondità che ſi poſſono riconoſcere o nei naturali diroccamenti, o nelle eſcavazioni. Tale uniformità è del tutto ſingolare nella pietra calcarea bianchiccia che domina negli Appenini, e nella peniſola dell'Iſtria, e maſſime in alcuni marmi ſtatuarj, quale è quello che dall'egregio ſig. ab. *Fortis* fu oſſervato in Dalmazia nell' iſola d' Arbe, che è bianchiſſimo ed impaſtato con ortoceratiti e nummali di molta grandezza (*a*). Ora chi mai ſtimerà poſſibile, che nella ſerie di molte centinaja di ſecoli ſiaſi ſempre ſciolta nelle acque una ſteſſa qualità di materie, e ſempre ſiaſi depoſitata la ſteſſa nello ſteſſo tratto di mare, ſenza che mai ſieno intervenute cagioni, che ſenſibilmente turbaſſero tale coſtanza d'azioni? I lenti depoſiti provenienti da altre inondazioni benchè parziali non hanno certamente ſu una grande eſtenſione queſto carattere di uniformità, nè la poſſono avere, atteſe le continue variazioni, che intervengono nelle cauſe fiſiche, e che nella maggior lunghezza di tempo maggiormente ſi aumentano.

XX. Una permanente, e tranquilla inondazione non è dunque atta neppure a ſpiegare quei fenomeni che ſi aſſumono per iſtabilirla. Ma e come queſta ſpiegherà le colline formate dai diroccamenti di montagne originarie ſituate in molta diſtanza, i maſſi granitoſi ſparſi ſu monti ſecondarj ſeparati con profonde valli dalle montagne originarie, l'eſiſtenza di molte ſpoglie foſſili di animali in climi aſſai lontani da quelli in cui viſſero? Queſti ed altri fenomeni, che oſſervanſi in diverſe, e rimotiſſime parti della ſuperficie terreſtre, ſono accompagnati da tali circoſtanze, che ogni intelligente e non prevenuto oſſervatore le riguarda come effetti di ſtraordinarie irruzioni di acque, e come tali non poſſono eſſere provenuti da una permanente e tranquilla inondazione.

XXI. L'ipoteſi dunque di una lunga permanenza di acque ſulla ſuperficie terreſtre conſiderata preſs'a poco con quelle cavità, che ora vi eſiſtono, non corriſponde alle oſſervazioni.

(*a*) *Fortis* Viaggi in Dalmazia t. 2. pag. 203.

XXII. Il ſecondo modo di permanente inondazione conſiſte nel ſupporre, che le cavità preſenti foſſero originariamente formate a varj ripiani diviſi da croſte pietrigne come da altrettanti volti o pavimenti, e che non eſſendo tra loro comunicanti tali ripiani, le acque ſul principio occupaſſero ſoltanto il primo ripiano ſuperiore; quindi per rottura del primo pavimento ſuperiore ſieno diſceſe nel ſecondo, e da queſto dopo un certo tempo ſieno per altra rottura paſſate nel terzo, e così di ſeguito ſino all'ultimo, il quale ſarebbe il preſente ricettacolo de' mari. Queſta ipoteſi non è che la precedente applicata a diverſe altezze, epperò è ſoggetta alle ſteſſe difficoltà; cioè a dire in ogni altezza o ripiano, in cui ſi ſuppoſe permanente l'acqua, dovrebbeſi nei monti trovare una diſpoſizione corriſpondente a tal permanenza; ed eſſa certamente non ſi oſſerva. Di più, non mai ſi potrà intendere come l'immenſa vaſtità delle cavità, in cui riſiedono i preſenti mari, e che a queſti ſopraſtano, ſi poſſa eſſere architettata a varj piani tra loro non comunicanti; e quand' anco ſi concedeſſe che il caſo abbia potuto eſſere così valente architetto, pure la caduta del primo pavimento ſuperiore avrebbe dovuto col ſuo peſo rompere l'inferiore, e le rovine di ambedue queſti pavimenti avrebbero diroccato anche il terzo, e così di ſeguito ſino all'ultimo: onde tutta l'immaginata ſtruttura non ſervirebbe al fine diviſato di ritenere l'acqua per lungo tempo a diverſi ripiani; giacchè la rottura del primo pavimento avrebbe aperta la comunicazione, e proccurata la diſceſa dell'acqua ſuperiore ſino all'infimo fondo.

XXIII. Il fine, per cui taluno potrebbe introdurre l'ipoteſi delle caverne a varj ripiani tra loro non comunicanti, ſarebbe per eludere o diminuire una difficoltà, che altri fanno alla prima ipoteſi già altronde riſutata. La difficoltà conſiſte in queſto, che al preſente le cavità eſiſtenti tra la ſuperficie del mare e la ſommità del Chimboraco conſiderate in una sfera equivalgono a 38480665 leghe cubiche come già provai alla pag. 30 delle mie *Addizioni al Saggio ſulla Teoria della Terra;* e poichè queſto ſpazio dovette già eſſere occupato da acque, non trovaſi il modo da ſpiegare come, e dove ſi ſieno ritirate. I ſoſtenitori della prima ipoteſi non eſitano a dire, che ſi ritirarono in ſotterranee caverne per rotture intervenute nell' antico fondo. Ma rieſce duro ad intendere il ritiro di così vaſta mole di acque; e col ſupporre che l' acqua foſſe aſſai minore, cioè equivalente preſs' a poco a quella che ora eſiſte nei mari conſiderati di mediocre profondità, e che quella al principio foſſe contenuta in un piano ſuperiore, e ſiaſi ſucceſſivamente abbaſſata, la coſa divien più intelligibile. Avendo però io provato che la rottura del primo pavimento ſuperiore dovea ſpezzare anche gli inferiori, ed aprire all' acqua la via per un abbaſſamento ſino all' infimo fondo, il ripiego immaginato non ſerve neppure a diminuire l' accennata difficoltà.

CAPO III.

Delle circoſtanze, che devonſi aſſumere per moſtrare una eſatta corriſpondenza tra le rivoluzioni ſecondarie della ſuperficie terreſtre ed una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione della medeſima

XXIV. Avendo io provato, che ſul globo terreſtre intervenne una generale inondazione, e che queſta non fu permanente a lungo tempo, ognuno per ſe ſteſſo conchiuderà che eſſa dovette eſſere ſtraordinaria e di breve durata. Mio intendimento però ſi è di moſtrare inoltre partitamente come a queſta corriſpondano i fenomeni geologici provenuti da acque inondatrici: e poichè diverſe ſono le circoſtanze, dalle quali una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione può intenderſi accompagnata, ed altronde dalla diverſità delle circoſtanze dipende la ſpiegazione dei fenomeni; perciò la preciſione del ragionare richiede, che io preventivamente ſtabiliſca quelle che io aſſumo, come dati per la ſoluzione dei problemi geologici, che prendo a dichiarare.

XXV. I dati, che io aſſumo, ſono i ſeguenti, cioè 1.° che antecedentemente all' inondazione foſſe la ſuperficie del globo diſtinta in mari, e terra ferma ſparſa di montagne non meno elevate delle preſenti; 2.° che il livello del mare allora foſſe preſs' a poco alla ſteſſa elevazione che ora ſi oſſerva; 3.° che dai tempi vicini all' inondazione ſino ai noſtri, non ſia intervenuta una ſenſibile variazione nella poſizione dell' aſſe terreſtre nè nel clima geografico; 4.° che il globo allora foſſe abitato da animali, e vegetabili terreſtri ſimili ai preſenti; 5.° che ſottoterra eſiſteſſero tante acque quante baſtaſſero per inondare il globo ſino alle ſommità de' più alti monti; 6.° che queſte acque ſieno ſtate portate alla ſuperficie terreſtre parte per dirotte pioggie, e parte per eruzioni di ſottoterra; 7.° che le acque inondatrici abbiano potuto in breve tempo, che potè eſſere non maggiore di 40 giorni, elevarſi dal mare preſente ſino ſopra le più alte montagne, e che per ritirarſi al precedente livello non foſſe neceſſario un tempo maggiore di un anno.

XXVI. Tutti queſti dati ſono poſſibili; alcuni inoltre ſono apertamente coerenti al fatto. Quindi ſe io li aſſumeſſi ſoltanto come ipoteſi, e moſtraſſi come un' inondazione intervenuta con tali circoſtanze ſpiega felicemente tutte le rivoluzioni ſecondarie che ſi oſſervano ſul globo terreſtre, ſarebbe anche provato, che realmente ebbe luogo una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione. Io però mi luſingo inoltre di provare, che tali circoſtanze realmente intervennero; ed in tal modo ſarà provata e l' inondazione accennata, e la realtà delle circoſtanze aſſunte: onde quella ſarà così ſtabilita ſenza che dipenda da veruna ipoteſi.

XXVII. Prima di paſſare a tali pruove gioverà adombrare al leggitore queſto univerſale ſconvolgimento di natura. Egli però non ſia ora curioſo di ſapere la cagione, che portò ſopra terra una così grande mole di acque, nè d' inveſtigare come in quella inondazione ſiaſi conſervato l' uomo cogli animali che ora eſiſtono. L' oggetto noſtro al preſente è di pruovare colle oſſervazioni geologiche, che realmente eſiſtette tal inondazione. La cagione, da cui la natura fu sì ſtranamente turbata, ſarà facilmente inteſa da chi conoſce la cagione, che la natura ſteſſa mantiene tranquilla. Quanto alla conſervazione dell' uomo, ſi troverà o qualche Prometeo, che con fuoco animatore riſtora il genere umano, o qualche fortunato naviglio, che tra mezzo al comune naufragio è portato a ſalvamento ſulla punta di uno ſcoglio.

XXVIII. Cuopraſi dunque di denſe nubi il cielo, non già in una ſola regione, come ora interviene, ma in tutta la sfera aerea, che circonda il globo. Ecclíſſato è toſto il ſole, che l'imminente diſaſtro prenunziava col ſanguigno colore, di cui tinta avea ed offuſcata la ſua luce. Roveſcianſi toſto per ogni dove dirotte piogge. I venti radendo la ſuperficie de' mari alzano inverſo il cielo ſempre nuove, e copioſe acque. Vorticoſe nubi ſimili a quelle, che ora formano le trombe marine, terrore dei naviganti, uniſcono il cielo ſteſſo coi mari, e bevono a torrenti le acque da verſarſi poi ſulla terra ferma. Viderſi allora correr i fiumi per l'aria, e ſcaricarſi a piombo ſui continenti.

XXIX. Alle prime piogge fermaronſi ſulle ripide pendenze copioſi torrenti, che ſeco rapirono immenſi cumuli di ſaſſi. Sradicati perciò ne vengono gli abeti, i pini, i faggi; e sì del loro decoro toſto ſono ſpogliate le alte cime; ed alle pendici la loro fermezza è tolta. Le umili capanne aſili della ſemplicità, e ritiri de' ſtanchi indagatori della ſolitaria natura, vi vengono roveſciate le prime, e queſte innocenti rovine vanno inſieme con altre macerie a demolire i trofei de' conquiſtatori, ed a ſeppellire i ſepolcri de' Re ſuperbi.

XXX. A quelle prime minacce del procelloſo cielo ſtorditi gli uomini cercano ſcampo; ed altri ſi ritirano alle navi, altri ai ſiti più elevati delle loro abitazioni. Alle alture parimenti, a miſura che dalle acque vengono ſorpreſi, attruppanſi elefanti, rinoceronti, leoni, pecore, ed ogni altra ſpecie di animali, i quali tutti con querule voci, e con dolenti ſguardi moſtrano di preſentire la loro fine. Queſta in fatti non tarda. Le acque ſdegnano di ſoſtener più a lungo il peſo di quelle navi, che ſentono cariche di vittime deſtinate al naufragio. Quelle inoltre giungono già ad inondare le alture, e naufraghi vi cadono gli animali, molti de' quali da diverſe correnti vengono ſeppelliti in comuni ſepolcri, in quelli cioè che ora formano monti di oſſa, in cui l'oſſervatore legge un frammento di queſta funeſta iſtoria.

XXXI. Nel mentre che la regione inferiore viene ſpogliata di abitatori, nella ſuperiore rotolano i monti ſui monti, e contro a' monti urtando ſi fracaſſano, e ſulle pendenze ſi ſpargono, ed alle acque ſi miſchiano. Scendono allora torrenti di rovine, a cui niente più reſiſte; le città inſieme ad ogn' altra opera dell' uomo vengono diſtrutte, e le rovine vanno a fabbricare in ſiti più baſſi altri monti.

XXXII. Le materie meno peſanti portate dalle acque proſeguono il loro corſo verſo il mare, il quale ſembra ricuſare di ricevere nel ſuo ſeno le ree ſpoglie di quella terra, al cui diſertamento già avea fornite le acque. Agli inſoliti moti, con cui il mare ſi oppone ai torrenti di terra ferma, uniſconſi le eruzioni di acque ſotterranee, e sì aumentanſi oltre modo i ſconvolgimenti del globo. Urtano le acque de' continenti contro le marine, il pelago vomita l'oceano, e le onde ſpingonſi ſino alle nubi: ſconvolgonſi i fondi dei mari, e le materie ſtaccate, e ſmoſſe vengono diffuſe per entro all'acque, e portate in alto. In queſto univerſale ſconcerto d'equilibrio i vulcani non iſtanno ozioſi, i tremuoti infieriſcono, ed i venti infuriando aumentano le onde. Formanſi in diverſe direzioni rapide correnti, che via traſportano i corpi in eſſe nuotanti; naſcono frequenti vortici che trivellano a grande profondità i continenti; e nelle correnti, e ne' vortici ſi accumulano peſci, balene, conchiglie, ed ogn' altro genere di corpi sì marini, che terreſtri. I climi allora ſi mutarono le loro produzioni. Dall' America paſſano nell' Italia i peſci volanti; l'ardente Africa, e la calda Aſia mandano alla gelata Siberia gli eſtinti elefanti, e rinoceronti; dalle Indie galleggiano le piante ſino nella Francia.

XXXIII. Tra queſti moti già le acque ſono tanto elevate, che non formano ſe non un ſolo mare, o anzi un compleſſo di fiumi a ſponde mobili, da cui ſpuntano ancora le più alte cime quaſi altrettanti ſcogli. Ma a miſura che le acque vanno creſcendo, quelle, che già ſono elevate, ritardano il corſo delle altre che da nuovi impulſi vengono ſpinte; le correnti, che s' incontrano in contrarie o oblique direzioni, ſi fanno vicendevole oſtacolo; e per tal modo a miſura che le acque vanno elevandoſi ſi diminuiſcono i loro furori. Così dunque per elevazioni di acque più tranquille vanno poc' a poco ſvanendo anche le più alte cime delle Cordilliere, e tra i ſupremi ondeggiamenti, che ora le naſcondono ora le laſciano ſcoperte, reſta finalmente tutto il globo annegato in un oceano.

XXXIV. L'imperioſa gravità, alle cui leggi i corpi per eſtranee, ma temporanee forze furono ſottratti, ripiglia allora per la coſtanza di ſua azione il dominio, e tra mezzo alle debilitate forze della quaſi ſtanca natura riconduce i corpi verſo quel centro, da cui furono diſcoſtati. Il diſcoſtamento fu tra numeroſe rovine operato, e l' avvicinamento ſi compie tra moti più tranquilli; ed intanto in un ſilenzio ſubacqueo la natura va con depoſiti architettando una nuova abitazione che dovea parlare ne' ſecoli ſeguenti all' intelligente Oſſervatore.

CAPO IV.

Sui diverſi ſtati, ed effetti generali delle acque inondatrici nel breve tempo della loro permanenza ſulla ſuperficie terreſtre.

XXXV. L' immenſa mole di acque introdotta ſulla ſuperficie terreſtre, e la brevità del tempo, in cui ſupponeſi avervi agito, ſembrano togliere ogni ſperanza di poter in così grande, e rapida rivoluzione riconoſcere verun effetto con una certa diſtinzione. La coſa però vedraſſi eſſere altrimenti, ſe conſidereremo le leggi, con cui le acque ſogliono agire, e ſe ci richiameremo alla mente alcuni dei più ſtrani, ma non così univerſali ſconvolgimenti di forze, che di quando in quando intervengono. A tal fine conviene nella deſcritta inondazione diſtinguere quattro diverſi ſtati, che durarono ciaſcuno un diverſo ma breve tempo; cioè 1.° l' irruzione delle acque dei continenti verſo il mare, 2.° l' eruzione delle acque marine, e ſotterranee, 3.° la circolazione della maſſa acquea che dal livello del mare ſi andò elevando fino alle più alte cime, 4.° il ſuo ritiro al preſente livello.

XXXVI. Le prime irruzioni d' acque derivarono maſſimamente da dirotte piogge, ed a quelle ſi poſſono intender unite le acque de' ghiacci alpini, e polari, che ſi liquefecero, ed anche quelle che probabilmente da alcuni volcani furono eruttate. Quante rovine doveſſero formare ſul pendio dei monti le accennate acque toſto comprendeſi da chi vi abbia una volta veduta la ſcarica d' un turbinoſo temporale. In meno che non ſi dice precipitanſi per ogni parte copioſi torrenti, che ſeco rapiſcono immenſa copia di terre, e ſaſſi, ſradicano boſchi intieri, ſcavano nuove valli, e tutto il materiale

teriale ſmoſſo ravvolgono al baſſo con ſempre maggiore velocità, finchè incontrando qualche oſtacolo, o un terreno piano vengono a ritardarſi, e a depoſitare le materie traſportate formandone altiſſimi cumuli; e per tale roveſcio i contorni prendono talora un aſpetto tanto diverſo, che non ſono più riconoſcibili agli ſteſſi abitatori. Se quello, che in diverſi tempi, e luoghi vedeſi tutt' ora intervenire, intendeſi accaduto univerſalmente ſu tutto il globo in un breve ſpazio di tempo, facilmente comprenderemo, come le prime acque di piogge furono le più rovinatrici, e come poſſano eſſere riconoſciuti gli effetti da eſſe prodotti. Nè ci deve far difficoltà la fermezza, che noi ne' monti apprendiamo. Eſſi ben eſaminati trovanſi per lo più compoſti di maſſe più o meno ſcrepolate, le quali eſſendo ſu pendenze ripide facilmente vengono determinate a diſcendere, e quando una volta ſieno moſſe, acquiſtano ſul pendio una ſempre maggiore velocità, la quale ſi accreſce di molto per l'azione delle acque.

XXXVII. Se io ho aſſunto, che alle prime irruzioni concorreſſero anche le acque de' ghiacci permanenti, ciò è perchè in altro luogo io pruovo che queſti al tempo dell' inondazione già eſiſtevano. Allora parimenti dovevano eſiſtere diverſi volcani, ed anche in cime ghiacciate, come ora ſono quelli del Cotopaxi, e del Pitchincha in America, e le loro eruzioni dovettero accelerare la liquefazione de' vicini ghiacci, e sì aumentare l'irruzione delle acque de' continenti.

XXXVIII. Per rendere ſenſibile la grandezza, e rapidità delle rovine che dovettero eſſere prodotte dalle prime irruzioni io qui accennerò alcuni recenti, e ben accertati fatti, che vi hanno qualche analogia. Nell' anno 1751 un monte della Savoja vicino a Servox, in cui ſi andavano infiltrando copioſe acque, ſi diroccò in pochi giorni con terribile fracaſſo, formando una mole di macerie di tre millioni di teſe cubiche, accompagnata da copioſa polvere, che alzavaſi in guiſa di fumo (V. Lettera di *Vitaliano Donato* preſſo *Sauſſure* t. I. voyages aux Alpes). Negli ſteſſi viaggi il Sig. *de Sauſſure* racconta di aver veduto un maſſo granitoſo di 40 piedi cubici, il quale ſtaccatoſi precipitò facendo una lega in pochi minuti, e ſmoſſe ſul cammino un'immenſa quantità di materiali che tutti inſieme andarono a rovinare una ſelva. Il Sig. *Bouguer* (Acad. R. des Scien. an. 1744) ſcrive che nel 1742, mentre trovavaſi nell' America, il volcano di Cotopaxi fece un' eruzione, per cui ſi ſquagliarono le nevi permanenti, che ne occupano la cima, e produſſe al baſſo una ſtrana inondazione, eſſendoviſi l' acqua in alcuni ſiti elevata ſino a 120 piedi, ed avendo percorſo circa 18 leghe in tre ore. Il *Condamine*, che parimenti colà ſi trovava, aggiugne, che nelle eruzioni dei due anni ſeguenti ſi precipitarono nelle pianure nevi ſemiliquefatte, ed un mare di acque bollenti, che inondò in pochi minuti il terreno nel circuito di più leghe, rotolando nei ſuoi flutti maſſe infiammate, pezzi di ghiaccio, e frammenti di ſcogli. Soggiugne, che il villaggio di Nazoo dopo 6 ore dal cominciamento dell'eruzione ſi trovò diſtrutto, benchè ne foſſe lontano in linea retta 30 leghe, ed in linea tortuoſa più di 60; come pure che l'acqua correva a cavalloni tanto elevati, che ſotto di eſſi potettero ſalvarſi più perſone.

XXXIX. Eſaminiamo ora le irruzioni delle acque marine, e ſotterranee. Queſte ebbero origine maſſimamente da forze impellenti, che elevarono le acque, e vi dovettero pure concorrere terribili tremuoti, e furioſi venti. Il loro effetto principale fu di ſconvolgere il fondo dei mari e di ſtaccarne, ed elevarne in grande copia i corpi marini, e di diffonderli per le acque che andavano ſtendendoſi anche verſo i continenti, al quale ſconvolgimento dei fondi marini contribuirono pure le correnti, che da terra ferma ſi ſcaricavano verſo il mare. Gli effetti di sì fatto ſconvolgimento poſſono in qualche parte riconoſcerſi anche da que' movimenti di mare, che ora veggonſi parzialmente intervenire. Alle iſole Orcadi l' incontro di due maree oppoſte getta i flutti ſino alle nubi, e ſembra voler convertire in ſchiuma lo ſtretto che le ſepara (*Beeverel* Delices de l' Eſcoſſe t. I. p. 1405). Il canale di Bahama, che corre rapidamente tra il continente d' America e le iſole Lucaje, incontrando la corrente generale del mare Atlantico produce intorno a queſte iſole le maree più tumultuoſe ſimili a quelle delle Orcadi. Sulle coſte dell' iſola Barbada nell' anno 1780 avvenne un terribile oragano, che diviſe un ſeno di mare colle pietre, e ſabbie che vi accumulò, ſpinſe il mare con tanta violenza, che roveſciò il baſtione del forte Carlo, che era groſſo 30 piedi; alzò dal fondo della baja un' immenſa quantità di grandi ſcogli di coralli, e madrepore, e formò con queſti come un argine al lungo delle coſte ſull'eſtenſione di più miglia a qualche piede di diſtanza dalla riva. Inoltre ſi trovarono mutate tutte le materie dei vicini fondi di mare, ed in quello giaceva un numero infinito di groſſi frammenti di quella ſpecie di madrepore, che chiamanſi *cerebrite* (*Everard Home* Tranſ. Phil. an. 1785 tom. 85). Da queſti pochi fatti raccoglieſi quanto ſi alzino le acque marine per cagioni anche non molto ſtraordinarie; come ſi ſtacchino, e ſi alzino dai fondi peſanti materie, e ſi uniſcano tra loro le ſimili. Altronde è noto, che in tutte le tempeſte di mare ſi ſtaccano, e ſi alzano materie dal fondo, e dalle coſte, e le acque molto s'intorbidano. V. *Buffon*. Theorie de la terre pag. 436 e 584.

XL. Strani effetti ſi riconoſcono pure nei mari, abbenchè non v'intervengano i venti, o le correnti. Nel tremuoto di Lisbona del 1. Novembre 1755 avvenne una ſtrana, ed improviſa elevazione del mare ſulle coſte delle Fiandre, che ſpezzò le corde, a cui erano legate le navi (Mann. t. 2. Accad. R. de Bruxelles). Nello ſteſſo tremuoto l'oceano occidentale ſi riſentì, avendo data una ſcoſſa sì forte ad un vaſcello, che trovavaſi 50 leghe al largo, che il ponte ne fu molto danneggiato (*Wolfall* Abr. phil. Tranſ. pag. 92). In una nota a queſta Relazione aggiugneſi, che anche in diverſi ſiti dell' Inghilterra ſi oſſervò una ſtraordinaria agitazione del mare, e che a Lisbona al tempo della ſcoſſa ſi elevò il mare, ed in un iſtante l' onda montò 40 piedi più in alto di quel che ſi era giammai veduto, e toſto ſi ritirò. Nel tremuoto, che nel 1785 diſertò la Calabria, il mare ſi agitò in modo da intimidire i peſcatori benchè non vi foſſe vento atto a produr tal effetto (*Conte Catanzaro* Abr. Tranſ. phil. pag. 288); ed a Scilla ſi portò con impeto ſino a 3 miglia dentro terra, riportando in mare 2473 abitanti (*Hamilton* Abr. Tranſ. Phil. p. 277); il che indica una ſomma velocità di corſo, non avendo laſciato tempo agli abitanti di ritirarſi, ed in quella circoſtanza ſi roveſciarono ed aprirono molte montagne. Il Sig. *Haus Slodne* ci racconta, che nel tremuoto dell' anno 1692 alla Jamaica l'acqua del mare giunſe all'ultimo piano delle caſe, e molte navi nel ponte furono ſommerſe, ed avvennero roveſci, ed aprimenti di montagne.

XLI. Sono ora da vedere le circoſtanze che accompagnarono la circolazione delle acque, nel mentre che ſi andavano alzando, e rimaſero per un certo tempo ſino alle più alte cime. E' noto, che quando l'acqua è elevata in un dato ſito, eſſa come fluida tende a diffonderſi equabilmente in ogni parte; la qual diffuſione però non ſi compie ſe non dentro un certo tempo. Ma l'equabilità di quelle acque dovette eſſere turbata dalla moltiplicità, ed irregolarità dei moti, e perciò nel mentre che andavano creſcendo, e diffondendoſi ſui continenti dovettero prendere innumerevoli direzioni. Nell'alzarſi erano miſte con terre, e ſaſſi, e corpi organizzati marini, e terreſtri che circolavano in ogni parte, ed anche ſui continenti. All' elevazione di tali corpi ſe alcuno opponeſſe la loro maggiore gravità ſpecifica, ſi moſtrerebbe troppo novello Fiſico. Sono eſſi certamente più peſanti dell' acqua quando è pura. Ma in quello ſconvolgimento l' acqua in molti luoghi era miſta con terre, ed altre fine ſoſtanze, che formavano con eſſa un fluido aſſai più peſante dell'acqua pura. A quanta denſità giunga l' acqua per le materie fine che tiene ſtemperate ſi può conoſcere da ciò che il Sig. *Sauſſure* ſcrive di aver veduto, e che in parte io pure altrove oſſervai. Vide egli un torrente di fanghiglia liquida, la cui forza impulſiva chiama incomprenſibile. ,, Elle entraine des
,, rochers, renverſe les édifices qui ſe trouvent ſur ſon paſ-
,, ſage, déracine les plus grands arbres et déſole les campa-
,, gnes en creuſant deſ profondes rovines, et en couvrant les
,, terres d' une epaiſſeur conſiderable de limon, de gravier,
,, et de fragments de rochers. Je fus tres-ſatisfait d' avoir
,, été temoin de cette eſpece de debacle: elle m' a aidé a
,, comprendre comment la grande débacle des eaux de la mer
,, a pu entrainer des rochers des Alpes à de très grandes diſtan-
,, ces ,, (Voyag. t. 1. pag. 409). Avvi pure una ragione, per cui l'acqua al tempo dell'inondazione poteſſe tener ſciolta una maggior quantità di materia, ed è il calore che eſſa

prende per i ſtraordinarj movimenti; il che ci viene aſſicurato anche dall' oſſervazione del Capitano *Phips*, il quale in tempo di furioſo vento ai gradi 80 di latitudine boreale trovò l'acqua più calda dell' atmosfera. Acqua molto calda fu pure quella, con cui nell' eruzione ſopraccennata del Cotopaxi furono inondate le vicinanze; ed è bensì vero, che a quel calore concorſe il fuoco vulcanico, ma anche al tempo della generale inondazione alcuni vulcani dovettero agire.

XLII. Potettero inoltre eſſere elevati a grande altezza anche corpi più peſanti dell' acqua ſteſſa divenuta più denſa per le accennate cagioni: e ciò in virtù delle forze impellenti, con cui erano ſpinte le acque, ed i corpi con eſſe miſchiati. Negli eſempj poc' anzi accennati abbiamo veduto come i pezzi di ſcogli ſieno ſtati elevati da tempeſtoſo mare, e come le acque urtandoſi andaſſero ſin quaſi alle nuvole. Che ſe ciò non baſta per intendere un grande, e molto elevato traſporto di peſanti e groſſe moli, richiamerò le ſabbie, ed i groſſi ſaſſi che vengono slanciati per l' aria a grandi diſtanze da naturali forze impellenti. Sono certamente i ſaſſi più peſanti dell' aria non che dell' acqua, eppure dai volcani vengono ſpinti a grandi diſtanze. I Sigg. *Bouguer*, e *Condamine* parlando del Cotopaxi ci aſſicurano, che queſto volcano slanciò groſſi ſaſſi alla diſtanza di più di tre leghe, e che uno di eſſi era di 15 teſe cubiche. Simili effetti produce pure talora il Veſuvio, e l' Etna, le cui ceneri talora giungono ſino a Coſtantinopoli, come quelle del Cotopaxi ſi videro traſportate ſino alla diſtanza di 80 leghe.

XLIII. Avvi un altro modo, con cui poſſiamo intendere che dalle acque circolanti ſieno ſtati elevati peſantiſſimi corpi. Le acque, di cui ora parliamo, andavano in gran parte dal mare verſo i continenti, e però incontravano molte, e grandi pendenze che formavano quaſi altrettante ſpiagge o coſte al nuovo oceano, che ſi andava impoſſeſſando di tutta la ſuperficie terreſtre. Potettero pertanto elevarſi dalle acque corpi molto peſanti non per un urto ſolo, ma a replicati colpi. Un' onda per eſempio elevava di 30 teſe un maſſo, e queſto andava a ricadere ſu una pendenza alta 30 teſe, o anche meno, ove ſi fermava: ſuccedevano altre onde, e nello ſteſſo modo lo portavano ſucceſſivamente ad altre maggiori altezze. Queſto è il modo più comune, con cui i fondi dei mari vengono portati alla loro ſuperficie, ed anche ad altezza maggiore del ſuo ordinario livello; ed un ſimile effetto dovette allora aver luogo in molti ſiti.

XLIV. Nel portarſi le acque di mare con diverſe materie verſo terra ferma ſi formarono certamente innumerevoli correnti, ma variatiſſime sì nella velocità che nella direzione a motivo delle moltiplici forze che agivano, e della varia diſpoſizione, che incontravano nelle diverſe parti dei continenti. Nei mari preſenti anche quando ſono tranquilli eſiſtono molte correnti con diverſe direzioni, e velocità. Alcune ſono tra loro oppoſte nella direzione, e queſte controcorrenti ora ſono ſuperiori l'una all'altra, ora l'una a fianco dell'altra. Le correnti ſteſſe ſono molto variabili o per l'azione de' venti, o per la varia influenza delle acque dei continenti, e de' ghiacci, o per altre cagioni. La velocità di ordinarie correnti al preſente ſuol eſſere di 10 miglia all'ora; ma tra la Guiana e le Antille ſono così rapide, che coi venti appena ſi poſſono ſuperare, quando che in cinque o ſei giorni ſi perviene dalla Guiana alle Antille andando a ſeconda del loro corſo. Tutte queſte circoſtanze dovettero con maggiore efficacia intervenire nella circolazione delle acque inondatrici, e dai varj moti, e dai venti dovettero naſcere nelle acque rabbioſi vortici, che avranno trivellati i continenti a grandi profondità.

XLV. Per quanto grandi e varj foſſero tali moti, la vaſtità però della mole acquea, e della ſuperficie del globo terreſtre permetteva, che in molti ſiti le acque ſi alzaſſero con una certa tranquillità. Le forze convulſive delle eruzioni ſotterranee, e delle acque rapidamente decorrenti agivano ſparſamente in diverſi ſiti, ed il loro moto tumultuoſo non poteva comunicarſi alle acque diſtanti ſe non dopo un certo tempo; altronde nel comunicarſi il moto alle acque intermedie la ſua forza doveva o diminuirſi, o anche annullarſi prima di giugnere ad una certa diſtanza: quindi dovettero molte acque elevarſi, e diffonderſi tranquillamente. Ciò non farà maraviglia a chi conſidera che lo ſteſſo avviene anche nei preſenti mari. Infieriſcono in diverſe parti dell'oceano furioſe tempeſte nel mentre che il mediterraneo è in calma; altre volte tra mezzo alla turbazione del mediterraneo il golfo Veneto ſtaſſi tranquillo. Che anzi in uno ſteſſo tratto benchè piccolo di mare ſono talora ſommerſe le navi dalle onde, nel mentre che in una baja o in un ſeno del medeſimo galleggiano quaſi immobili altre navi. Così dunque tra movimenti dove convulſi, e dove tranquilli vennero inondate anche le più alte cime; e ſe le acque di poi non ſi foſſero ritirate, eſſe dopo un certo tempo ſi ſarebbero meſſe ad un certo livello, formando una figura sferoidale ſimile a quella dei mari preſenti. A queſta figura dovettero preſs'a poco comporſi in quel tempo, in cui le indicate cime rimaſero inondate; e durante tal tempo ſi fecero i depoſiti più copioſi delle materie che erano nell'acqua ſoſpeſe, come ſono molti dei monti calcarei conchigliari. Aſſumendo 150 giorni per la permanenza di tali acque ſino ſopra le più alte cime, eſſi, come altrove proverò, ſaranno ſufficienti per intendere la formazione della maggior parte dei depoſiti ſubacquei.

XLVI. Al momento che le acque cominciarono a ritirarſi ricominciarono nuovi moti in quel temporaneo mare, i quali formano il quarto ſtato dell'inondazione. Il ritiro ſi fece rientrando le acque in quelle caverne d' onde uſcirono. Quindi nuovamente ſi formarono in diverſe parti rapide correnti, e terribili vortici, ed altri ſimili moti accompagnati da quelle circoſtanze che poc' anzi eſpoſi (§. XLI. e ſegg.). Anche la preſente tranquillità di mari è in diverſi luoghi continuamente turbata non ſolo da correnti, ma anche da vortici, come ſono quelli tra Scilla e Cariddi nell' Italia, e di Maleſtrom nella Norvegia, i quali però da correnti hanno origine (*a*). Ma sì le une che gli altri non eſercitano la loro azione che a poca profondità: laddove la diſceſa delle acque in abiſſi ſotterranei produſſe correnti e vortici, che ſi ſtendevano ſu tutta l' altezza di quelle acque, e che perciò eſercitavano una forza ſuperiore ad ogni immaginazione. Quindi ſui continenti, ed anche ſui recenti depoſiti montuoſi intervennero nuove e grandiſſime eſcavazioni, e nuovi

---

(*a*) V. *Bergmann* Phyſicaliſche Beſcreibung des Erdkugel t. I. pag. 278. e *Aldo la Grane* Giorn. d' Italia vol. X. pag. 105.

traſporti; e da rinnovati depoſiti ſi fecero nuove ricoſtruzioni ſecondo le diverſe circoſtanze locali. In queſti moti facilmente ſi troverà l' origine di molte valli, dei recipienti di molti laghi, della ſeparazione di molte iſole, e di altri ſimili fenomeni, che altri mal a propoſito deriva da piogge, dai movimenti ordinarj del mare, o da altre lente cagioni.

XLVII. Chiunque abbia ben compreſe le diverſe circoſtanze, che accompagnarono queſti quattro diverſi ſtati delle acque, ed i diverſi tempi della loro durazione ſaprà diſimbrogliare ciò che deve ſembrar indiſcernibile a chi ſenza diſtinzione apprende la ſtraordinaria inondazione ſotto una ſola idea rappreſentante un generale ſconvolgimento del globo terracqueo. La difficoltà di ſpiegare i fenomeni geologici prodotti da una generale inondazione proviene maſſimamente da tre caſi, cioè 1.° perchè alcuni ſi preſentano come effetti di acque ſconvolte, altri come effetti di acque tranquille, 2.° perchè alcuni ſembrano prodotti in un lungo tempo, altri in breve. 3.° finalmente perchè molti non ſembrano preſentare caratteri abbaſtanza diſtinti per riportarli anzi ad una cagione, che ad altra. Ma noi abbiamo veduto, come in diverſi tempi, ed in diverſi luoghi dell' aſſunta inondazione le acque furono o turbate, o tranquille: onde anche tra mezzo alla turbazione poſſiamo trovare effetti derivanti da tranquillità: il che dà luogo ad intendere, come ſienſi conſervati molti animali maſſime acquatici, e molte piante anche terreſtri, rimanendo anche radicate, e vive. Che ſe alcuni effetti ſembrano eſſere ſtati prodotti in lungo tempo, noi nella efficacia della cagione, che operò, troveremo che potettero, e dovettero eſſere prodotti in pochiſſimo tempo: giacchè è noto che un effetto, per quanto grande ſia, può eſſere prodotto o da una piccola forza in molto tempo, o da una grande forza in breve tempo. Finalmente l' eſame delle circoſtanze, che accompagnano i fenomeni geologici, preſentano ad un avveduto oſſervatore i dati per riportarli alla loro vera cagione. Queſti principj ſpiegherò con alcuni eſempj. Trovanſi grandi catene di colline compoſte di rottami di ſaſſi originarj, come graniti, e porfidi, che ſono del tutto ſimili a quelli che compongono le Alpi ſituate in un' elevazione, e diſtanza aſſai grande. Ciò oſſervai nelle colline

dello

dello Stato Veneto ſui confini del Tirolo, le quali ſono compoſte di graniti, e porfidi del tutto ſimili a quelli che compongono le montagne in vicinanza di Bolzano (*a*), come pure in diverſi ſiti della Lombardia Auſtriaca, e maſſime andando da Milano in Val Cuvia, e nella Val Gana per la via di Vareſe, ove s' incontrano le colline e le pendenze con graniti roſſi ſimili a quelli, che formano molte montagne di quelle due valli. Queſta ſomiglianza non laſcia luogo a dubitare, che tali ſaſſi ſieno realmente provenuti da diroccamenti di quelle Alpi, e da traſporti fatti da copioſe acque. Cerco le circoſtanze, e l' epoca, in cui queſti traſporti avvennero. Eſamino pertanto con più diligenza quelle colline, e vedo, che tra que' ſaſſi niſſuno ſe ne trova di natura calcarea; altronde mi ſovviene che andando dalle colline a quelle Alpi vi ſono tra mezzo molte montagne calcaree miſte talora con corpi marini foſſili. Queſto mi annunzia, che que' traſporti avvennero prima che eſiſteſſero quelle montagne di natura calcarea. Perciocchè l' acqua per fare tali traſporti dovette paſſare al piede di eſſe, e però, ſe queſte foſſero ſtate allora eſiſtenti, l' acqua avrebbe ſeco traſportate anche pietre calcaree. Sono dunque queſte colline anteriori di tempo alla formazione di tali montagne. Ma que' traſporti non potettero provenire ſe non da acque, che ſcendevano precipitoſe pel pendio montuoſo; e però allora non potevano eſſervi acque, che giugneſſero come un mare ad inondare le Alpi. Perciocchè ſe foſſevi allora ſtata una tale inondazione, le pendenze delle Alpi ſarebbero ſtate come le ſpiagge, o le coſte di quel mare; e noi ſappiamo che ſulle ſpiagge, e coſte marittime i mari non formano, nè poſſono formare correnti tanto rapide da poter fare così grandi traſporti a tanta diſtanza. Conviene pertanto aſcrivere quelle colline a torrenti di acque, che ſcendevano per que' monti non ancora inondati: e tali torrenti non potevano derivare ſe non da dirotte pioggie: giacchè in que' monti non trovanſi nè volcani, nè altre ca-

---

(*a*) Il Sig. *Strange* oſſervò inoltre che molti ſaſſi originarj di queſte colline ſono ſimili a quelli che compongono l' altiſſimo monte Brenner, che ne è diſtante più di 60 miglia.

gioni che poteſſero fornire sì copioſe acque. Tali pioggie dunque ſono anteriori alla formazione di que' monti calcarei, oſſia all'inondazione, dalle cui depoſizioni queſti ebbero origine. Quindi appare, che la formazione di quelle colline deve riportarſi alla prima epoca dell' inondazione, cioè all'irruzione delle acque terreſtri, la qual epoca deve eſſere molto breve, giacchè i torrenti agiſcono con ſomma rapidità. Appare inoltre, che que' monti calcarei appartengono alla terza epoca, cioè alla permanenza delle acque ſui continenti ſino al loro ritiro.

XLVIII. Eſaminiamo un altro fenomeno dei più difficili da ſpiegarſi con una ſtraordinaria, e breve inondazione. Queſto è il trovarſi ſui continenti grandi ammaſſi di corpi organizzati quaſi tutti della ſteſſa ſpecie. Io veramente non ſaprei aſſicurare ſe tale oſſervazione ſia abbaſtanza verificata. In ogni modo ſi ammetta per ora che realmente eſiſtano per eſempio grandi cumuli di ſimili conchiglie foſſili. Chi non ammette una ſtraordinaria inondazione ſpiega il fenomeno, dicendo, che tali conchiglie intanto eſiſtono ora ſui continenti, in quanto che queſti erano fondi di mare, ſui quali eſſe vivono unite in famiglie, moltiplicandoſi cioè nello ſteſſo ſito una data ſpecie. Se dunque queſti vermi vivono in famiglie nei fondi dei mari, una grande quantità di eſſi avranno eſiſtito anche al tempo, in cui intervenne la rivoluzione, per cui ora ſi trovano ſui continenti. Nella ſtraordinaria inondazione furono ſconvolti anche i fondi dei mari; e però furono contemporaneamente alzate anche queſte conchiglie da tutta l' eſtenſione, che eſſe occupavano. Eſſe entrarono nella corrente formata dalla forza che le alzò, e perciò proſeguirono a navigare tutte inſieme, finchè, ritardatoſi il corſo, vennero ad eſſere unitamente depoſitate. Potettero dunque depoſitarſi ſui continenti in famiglie, in quanto che già eſiſtevano così unite; e furono traſportate nella ſteſſa corrente ſinchè furono depoſitate. Ma inoltre queſti omogenei depoſiti potettero avvenire, abbenchè foſſero entrati in una ſteſſa corrente corpi di diverſiſſime ſpecie. Suppongaſi, che in queſta ſieno entrate peſanti oſtriche miſte con minute telline. E' noto che i corpi mentre vengono traſportati dall' acqua tendono a diſcendere, e pervengono più preſtamente al baſſo i più peſanti. Le oſtriche pertanto in breve ſi ſaranno ſeparate dalle telline; e quelle avranno occupato un piano inferiore della corrente, queſte un altro ſuperiore. Quindi ſecondo le varie circoſtanze avranno potuto depoſitarſi in luogo diſtinto, e tempo diverſo sì le une che le altre. Queſte quaſi ſpontanee ſeparazioni e depoſizioni di materie omogenee in diverſi ſiti vedonſi intervenire in ogni inondazione anche di mediocri fiumi, i quali traſportano da lontane parti, e depoſitano ſeparatamente legni, ſaſſi, ghiaje, ſabbie, e terre vegetali. Queſta ſeconda maniera ſpiega aſſai meglio i depoſiti omogenei di conchiglie, e di altri animali ſimili di quel che ſi faccia col dire, che tali animali vivono naturalmente in famiglie: il che per altro di molti non è ancora verificato; ed ognuno facilmente intende che queſti depoſiti devonſi riportare alla terza epoca dell' inondazione.

XLIX. Un terzo fenomeno riputato generalmente ineſplicabile anche nell'ipoteſi di una permanente inondazione è l' eſiſtenza di groſſi maſſi originarj, ed iſolati ſu montagne calcarie formate da depoſiti ſubacquei. Que' maſſi ordinariamente ſono di granito, e ſi raſſomigliano ſpeſſe volte al ſaſſo componente le Alpi eſiſtenti a molta diſtanza: l' eſſere quelli di materia originaria e di una mole ſpeſſe volte grandiſſima è una pruova, che non vi pervennero al tempo in cui ſi formarono que' monti ſecondarj, ma dappoi. Cercaſi come vi pervennero? Se queſti monti ſecondarj foſſero uniti alle Alpi originarie con pendenze ſempre aſcendenti, l' azione dei torrenti ſpiegherebbe facilmente la coſa. Ma quelli da queſte ſono ſeparati da profonde valli. Ricorrono alcuni all'eruzione de' volcani; e queſti veramente poſſono ſervire di ſpiegazione della coſa in que' pochi ſiti ove ſono indizj vulcanici, non però negli altri molto maggiori di numero, dove mancano sì fatti indizj. Vediamo dunque ſe la terza epoca della noſtra inondazione combinata colla quarta ſomminiſtri qualche coſa di ſoddisfacente. Nella terza epoca ſi formarono i depoſiti calcarei tra mezzo ad acque quaſi tranquille. Tali depoſiti pertanto non potettero, generalmente parlando, eſſere formati in guiſa di montagne o coniche, o piramidali diſtinte da valli; ma dovettero diſporſi in diverſo modo, ſecondo la coſtituzione del ſottopoſto terreno. Se queſto era ſenza elevazioni montuoſe, i depoſiti ſi diſponevano in vaſte, ed alte pianure più o meno ondeggianti. Se era occupato da montagne, i depoſiti ad eſſe ſi ſoprapponevano adattandoſi alla figura delle medeſime, ed aumentandone l'altezza; e nelle valli già eſiſtenti, e che non avevano libera uſcita, i depoſiti dovettero eſſere più copioſi a motivo del riſtagno delle acque, così che quelle potettero anche eſſere ricolmate. Così dunque le depoſizioni ſi fecero in modo, che queſte in molti ſiti giugnevano quaſi in un piano ſino ad una certa altezza delle montagne originarie, così che ſe dalle cime di queſte foſſe caduto qualche maſſo, durante la tranquillità delle acque, eſſo rotolando pel pendio ſarebbe andato a cadere ſui ſottopoſti ſedimenti ad una certa diſtanza. Abbiamo pertanto nella ſeconda epoca una diſpoſizione atta a far trovare ſui depoſiti calcarei i maſſi granitoſi. Ma ci manca ancora la forza, che foſſe ſufficiente a traſportarli a quella diſtanza dalle Alpi, nella quale ora li troviamo, e la cagione che riduſſe quei depoſiti piani alla forma di montagne. L'una, e l'altra noi troveremo nella quarta epoca. Al ritirarſi delle acque ſi rinnuovarono correnti, e vortici, che andarono creſcendo ſino ad un certo ſegno a miſura che le acque maggiormente ſi abbaſſavano (§. XLVI.). Quindi ricominciarono i diroccamenti alle alte cime, ed a varie altezze dei monti originarj, che ſi andavano ſcoprendo. Le rovine entravano nelle correnti, e da queſte venivano ſui depoſiti traſportate come da torrenti a grandi diſtanze, cioè a quelle, in cui ora ſi trovano i ſopraccennati maſſi originarj. In ſeguito al traſporto ſopraggiunſero correnti, e vortici laterali, che ſcavarono irregolarmente i depoſiti ſteſſi tra le montagne originarie, e le maſſe calcarie, ſu cui trovanſi i ſaſſi originarj, e così formaronſi quelle valli, per cui tali maſſe calcarie hanno ora la forma di monti ſeparati dagli originarj. Come le depoſizioni ſul principio doveſſero riuſcire con una ſuperficie quaſi uniforme, ed in maſſe molto ampie, ſi può confermare anche colle oſſervazioni. Le colline della Toſcana ſono certamente di materie depoſitate da una inondazione di acque marine, e quelle nella loro ſommità ſono terminate non da creſte acute, ma generalmente da pianure ſpeſſe volte molto eſteſe, le quali in diverſi tratti ſono inoltre preſs'a poco allo ſteſſo livello (*a*). Una ſimile diſpoſizione io oſſervai anche nelle colline del Piemonte, ed altrove. Ora tale conformazione è appunto quella, che riſulterebbe in una grande maſſa di materie molli, ſulla quale le acque prendeſſero diverſe correnti. Queſte non produrrebbero altro effetto che quello di ſcavarvi diverſe valli in varie direzioni, laſciando preſs' a poco la ſuperficie delle materie reſidue a quel livello, in cui erano per innanzi; e poichè queſto al preſente nelle indicate colline è quaſi allo ſteſſo orizzonte, conviene che tale foſſe anche prima delle incavature intervenute nel totale della maſſa.

L. Io non voglio più diſſimulare una difficoltà, che mi ſi preſentò nella ſopraccennata ſpiegazione; ed è che eſſendo allora recenti quei depoſiti, non ſembra che poteſſero ſervire di fondo a rapide correnti, ed al traſporto di sì peſanti maſſe come ſono i graniti ora ſoprappoſti a tali ſedimenti: sì che l'effetto di quelle avrebbe anzi dovuto eſſere di ſcavare profonde valli, che di far avanzare que' macigni. La difficoltà però ſvaniſce conſiderando il modo, con cui agiſce l' acqua ſecondo le diverſe circoſtanze del ſuo moto. L'acqua corrente ſcava, e demoliſce facilmente le materie molli, allorachè le urta di fronte, o con una certa obliquità; ma allorachè la direzione del ſuo corſo è o parallela, o poco obliqua al piano compoſto di materia molle o poco conſiſtente, allora per quanto ſia grande la ſua velocità produce un aſſai piccolo effetto. Queſto è coerente ai principj meccanici, e vedeſi verificato nei fiumi di fondo molle, e fangoſo, i quali vi decorrono con una certa velocità ſenza ſmovere ſenſibilmente il fondo medeſimo. Tra le correnti, che ſi formarono nel ritiro delle acque, molte, abbenchè aſſai veloci, dovettero avere una direzione quaſi orizzontale. Perciocchè tali correnti, le quali aveano origine maſſime dall'ingreſſo delle acque in ſotterranei abiſſi, dovettero formarſi principalmente verſo quei ſiti più baſſi, in cui le acque avevano un più libero sfogo: i quali ſiti nella vaſtità di quella inondazione

---

(*a*) *Targioni Tozzetti* Relazioni di alcuni viaggi fatti in diverſe parti della Toſcana t. I. e tomo X. pag. 195.

potettero eſſere molto diſtanti da quelli, ove intervenivano i traſporti di que' maſſi; e però a motivo della diſtanza la pendenza, che prendevaſi dalla corrente, dovette eſſere aſſai piccola. Non oſtante però poteva la velocità della corrente medeſima eſſere aſſai grande nella elevazione, in cui eſiſtevano que' maſſi; giacchè la velocità ſpeſſe volte proviene dalla ſola preſſione dell' acqua ſopraſtante; e queſta potè eſſere a grande altezza, e perciò produrre una molto grande velocità. Nella direzione adunque di tali correnti quaſi parallele al fondo abbiamo la ragione, per cui queſto non dovette eſſere ſenſibilmente ſcavato; e nella molta altezza dell' acqua è ripoſta la cagione, per cui potettero quelle eſſere molto veloci. Che ſe conſidereremo la maniera, con cui le acque ſogliono comunicare il loro moto ai corpi peſanti in eſſa immerſi, vedremo che la mollezza del fondo, ſu cui erano que' maſſi granitoſi, non ſolo non impediva, ma anzi facilitava il rapido corrente de' medeſimi. Allorachè un corpo comunque grande, e peſante, per eſempio un cubo di granito, è ſoſtentato ſu un piano orizzontale, ed è ſpinto dall' acqua, quello, preſcindendo dallo sfregamento contro del ſottopoſto piano, in breviſſimo tempo acquiſta una velocità quaſi eguale a quella dell'acqua, e con eſſa proſegue a muoverſi come ſe foſſe ſenza peſo reſiſtendo ſolo in ragione della ſua maſſa. Tale reſiſtenza però è quaſi inſenſibile: onde il ſolo sfregamento è quello, per cui il corpo in tale circoſtanza viene impedito dal muoverſi; ed intanto vien impedito in quanto che, ſupponendoſi fiſſo il piano, le ſue ſcabrezze incontrandoſi con quelle del corpo ſovrappoſto lo ritengono con una certa forza. Ma eſſendo molli, e perciò cedevoli le parti dei depoſiti, ſu cui appoggiavanſi i maſſi granitoſi, quelle facilmente venivano ſmoſſe, e traſportate avanti dall' acqua, e perciò non potevano produrre un ſenſibile sfregamento, che riteneſſe tali maſſi; sì che queſti ſu di eſſe ſi movevano quaſi come ſe foſſero ſoſtentate da infiniti globetti mobili. Queſta ſpiegazione corriſponde a ciò che ſi vede avvenire nei corpi di mediocre grandezza, che dai fiumi di mediocre velocità ſi vanno rotolando ſu un fondo o arenoſo, o fangoſo; e ſerve ad intendere altri effetti più grandioſi, che intervengono in acque più rapide, ed i quali altronde ſembrano ineſplicabili.

Per altro è da oſſervare, che i depoſiti, benchè foſſero recenti, pure a motivo delle varie ſoſtanze ſaline, che vi erano miſchiate, potettero anche ſott'acqua prendere una certa conſiſtenza nel tempo di più meſi, in cui ſi andarono formando. Le affinità in molte circoſtanze agiſcono aſſai rapidamente, ed anche producono ſoſtanze ſolide tra mezzo ai fluidi, come vedeſi nella conſolidazione del geſſo cotto miſto con acqua, nell' indurimento della calcina, ed in varie criſtallizzazioni di ſali.

LI. Io ho voluto dare in queſto luogo la ſpiegazione di alcuni dei più ſingolari fenomeni geologici per moſtrare la loro corriſpondenza coi principj generali da me ſtabiliti. Gli altri ſaranno a ſuo luogo eſpoſti o per confermare le circoſtanze, che io aſcrivo alla ſtraordinaria, e breve inondazione, o per moſtrare più diſtintamente la loro corriſpondenza colla medeſima. Qui però gioverà aſſegnare la ragione, per cui da una inondazione generale in molti ſiti, e maſſime dei più elevati non ſia rimaſto verun depoſito ſubacqueo. Eſſendo quella ſtata accompagnata da rapide correnti, ognuno facilmente intende, che dentro a queſte maſſimamente ſi raccolſero, e furono traſportate le materie più copioſe, le quali dovettero quindi depoſitarſi col ritardarſi della loro velocità; e poichè tali correnti non occupavano che certi determinati ſpazj della ſuperficie terreſtre, così i depoſiti non potettero eſſere univerſali ſu ogni punto della medeſima. Le materie ſteſſe nelle parti più elevate delle acque inondatrici dovettero in genere eſſere più rare che nelle parti più baſſe, giacchè eſſendo quelle più peſanti dell' acqua dovevano continuamente tendere ad abbaſſarſi nello ſteſſo tempo che dalle ſtraordinarie forze venivano portate in alto; e quindi ſi ha la ragione, per cui i depoſiti nelle parti alte ſieno minori che nelle baſſe; ed in alcune alture non ne eſiſta verun indizio. Di che per altro avvi un altro motivo; e queſto è che molti dei depoſiti formatiſi nelle alte parti furono nuovamente detratti o dalle correnti nel ritiro delle acque, o dalle piogge, che ne' tempi ſeguenti all' inondazione intervennero: la qual detrazione potè tanto più facilmente intervenire in quanto che quei depoſiti come recenti non eranſi ancora conſolidati.

CAPO V.

Pruove dirette dei dati aſſunti per determinare l' idea di una generale inondazione del globo terreſtre.

LII. Quali ſieno i dati da me aſſunti appare nel §. XXV del capo III; e queſti intendo ora di provare appoggiato maſſimamente alle oſſervazioni geologiche: il che quando mi rieſca di fare, i dati, che aſſunſi come ipoteſi, diverranno altrettanti fatti reali. Uno di queſti, cioè l' eſiſtenza dei monti originarj all' altezza preſente, fu già incidentemente da me provata nel capo primo. Per riguardo agli altri io per maggiore preciſione e chiarezza dividerò queſto capo in propoſizioni.

PROPOSIZIONE I.

Allorachè intervenne la generale, e ſtraordinaria inondazione del globo, il mare era preſs' a poco al preſente livello.

LIII. Gli argomenti, coi quali io ho provato che il mare dopo l' abitazion del globo non mai fu di permanenza all' altezza di 2200 teſe ſopra il preſente livello, provano parimenti che antecedentemente alla ſtraordinaria inondazione non fu neppure ad un' elevazione ſenſibilmente maggiore della preſente. Per poterſi dire ſenſibilmente più elevato conviene intendere un' altezza di qualche centinajo di piedi. Ora ſe il mare aveſſe fatta per lungo tempo permanenza a tale altezza, i continenti al diſotto della medeſima ſarebbero formati con una corriſpondenza negli angoli ſinuoſi, e rilevati, ſarebbero quaſi dappertutto coperti di corpi marini, e di materie calcaree diſpoſte a ſtrati orizzontali: le quali coſe certamente non ſi verificano.

LIV. Avvi un' altra oſſervazione, che direttamente eſclude una lunga permanenza di acque all' indicata altezza. Queſta riduceſi alle colline compoſte di materie originarie, le quali, come già provai al §. XLVII, furono formate da traſporti di acque copioſe che agirono nella prima epoca della inondazione da noi aſſunta. Tali traſporti non potevano farſi, ſe allora un mare aveſſe inondata la terra ſino all'altezza di quelle colline, ovvero ſino al piede dei monti originarj, d'onde diſceſero quelle materie. Perciocchè le acque precipitanti da que' monti avrebbero trovato l' oſtacolo delle acque inondanti, e però ſarebbe ſtata ritardata, e diminuita la loro forza in modo, che non avrebbero potuto traſportare i groſſi materiali alla diſtanza di più leghe, in cui ora ſi trovano: il che è conforme non ſolo alle leggi meccaniche, ma anche a ciò che avviene ai fiumi ſulle ſpiagge de' preſenti mari, ove non vengono traſportate che minute materie. Aggiugneſi che ſe aveſſe allora eſiſtito il mare in quella altezza, i materiali di quelle colline ſarebbero miſti con ſoſtanze marine, le quali altronde non vi ſi trovano.

LV. A queſti due argomenti può aggiugnerſene un terzo; e queſto è che il mare immediatamente dopo terminata l' inondazione era preſs' a poco al livello preſente, ſiccome per oſſervazioni ſarà provato al §. CII. Capo VIII. Da che ſembra doverſi dedurre, che nella ſteſſa coſtituzione foſſe anche prima della ſtraordinaria inondazione. Perciocchè è noto, che le acque al ceſſare delle ſtraordinarie forze, per cui formano qualche inondazione, ritornano al primiero equilibrio. E veramente niſſuna ragione ſi preſenta, per cui prima dell'inondazione abbia dovuto eſſere ad una altezza conſiderabilmente maggiore della preſente; altronde noi ſappiamo che il mare, da che ſuſſiſtono le memorie dei cangiamenti fiſici, non mai vi fece un conſiderabile, e permanente cangiamento.

PROPOSIZIONE II.

Prima che il globo foſſe univerſalmente inondato, l'aſſe terreſtre avea per rapporto all' equatore quaſi la ſteſſa ſituazione, che al preſente vi ſi oſſerva, nè ſi mutò durante l' inondazione ſteſſa.

LVI. L' aſſe originario della sferoide terreſtre è quella retta che paſſa o pel centro della terra, o in vicinanza di eſſo, ed è perpendicolare al piano condotto per la maſſima elevazione della sferoide medeſima. Queſta definizione è conforme alla teoria, ed alle oſſervazioni. Se dunque al preſente ſi troverà, che l'aſſe di rotazione è ancora perpendicolare al piano condotto per la maſſima elevazione della terra, ſarà provato, che l'aſſe preſente è lo ſteſſo coll' originario. Ora così è realmente. La maſſima elevazione è quella del monte Chimboraco, che è elevato circa 3220 teſe ſul livello del mare. Eſſo è diſtante dall'equatore preſente ſoltanto un grado, e mezzo: onde eſſendo piccola tal diſtanza potrebbeſi riguardare come eſiſtente preſs'a poco nell' equatore. Ma ſonovi alcune rifleſſioni da farſi; per le quali troveremo ancora una più eſatta verificazione della propoſizione. Alla diſtanza di ſoli 20 minuti dall' equatore ſorge un altro monte chiamato Cotopaxi, la cui altezza al preſente è di teſe 2950. Ma queſto monte è deciſamente vulcanico, e fu ſoggetto a più eruzioni poſteriori alla generale inondazione come appare dal §. XXXVIII. E' noto altronde, che i volcani maſſime nelle prime eruzioni, ſanno ſaltare una porzione delle loro cime, e ne gettano a grande diſtanza i frammenti. E' dunque da dire, che l'altezza originaria del Cotopaxi foſſe ſenſibilmente maggiore. Per determinare veriſimilmente di quanto ſia ſtata maggiore è da notare che i volcani ardenti, come è il Cotopaxi, ſogliono eſſere monti che hanno la figura di un Cono troncato, sì che la loro ſommità, o l'apertura del loro cratere forma un circolo irregolare più o meno largo ſecondo l'attività del volcano. Il diametro del cratere del Cotopaxi non fu miſurato, ma invece fu miſurato dal *Condamine* quello del Pitchinca, altro volcano a quello vicino, ma meno furioſo; ed in queſto trovò un diametro di circa 900 teſe: onde poſſiamo per lo meno aſſumere queſta larghezza anche nel cratere del Cotopaxi. Quindi potremo dedurre quale veriſimilmente foſſe l'altezza originaria di queſto monte. Aſſumiamo ciò che è comune ad altri monti, cioè che la loro pendenza vada a terminare in una cima conica, e per una maggiore larghezza di calcolo poniamo, che le 900 teſe di diametro comprendano anche la groſſezza delle pareti del cratere, e che la ſezione del cono ſuppoſto retto formi alla baſe gli angoli ſemiretti. In tal modo l'altezza del cono, la cui baſe è l'indicato cratere, ſarebbe di 450 teſe. Così dunque originariamente il Cotopaxi era elevato 450 teſe più di quel che ſia al preſente: ed aggiugnendo tale altezza alla preſente riſulterebbero 3400 teſe per la ſua altezza originaria, che ſarebbe maggiore di quella del Chimboraco. Ma nell'altezza di 3220 teſe in queſto ritrovata è compreſa anche l'altezza delle ſue nevi perpetue; e queſta non appartiene alla ſua altezza originaria. Per lo che, non eſſendo eſſo riconoſciuto per vulcanico, deve dalla ſua altezza detrarſi quella delle nevi, che è molto conſiderabile; e perciò a molto maggior ragione l' altezza originaria del Cotopaxi deveſi riguardare come maggiore di quella del Chimboraco. Trovandoſi pertanto la maſſima altezza originaria, quale è quella determinata nel Cotopaxi, aſſai vicina all'equatore preſente, è chiaro, che queſto è lo ſteſſo coll'originario.

LVII. Prendo ora a provare, che anche nel tempo dell' inondazione l' aſſe di rotazione ritenne la ſua poſizione originaria, oſſia la preſente. Nell' inondazione l' acqua, ed i corpi in eſſa ſoſpeſi ſi dovettero elevare, e depoſitare a maggiore altezza nel piano, che paſſando pel centro della terra era perpendicolare all'aſſe di rotazione; e ciò a motivo, che le acque abbenchè sbilanciate tendevano a diſporſi in una sferoide elevata all' equatore d' allora. Ora noi troviamo, che i depoſiti più elevati ſono appunto ſituati in vicinanza dell'equatore preſente, che è ancora l'originario. L'equatore pertanto al tempo dell' inondazione era lo ſteſſo col preſente oſſia coll' originario, e però neppur nell' aſſe terreſtre intervenne allora una ſenſibile mutazione.

LVIII. Ad una maggiore confermazione gioverà parimenti provare, che neppure ſi mutò in altri tempi intermedj tra l' inondazione e l'epoca preſente. I ghiacci polari ne ſomminiſtrano un valido argomento. Al tempo della inondazione, di cui ora ſi tratta, ſe eſiſtevano ghiacci, dovettero certamente liquefarſi sì pei continui e rapidi moti dell'acqua miſta con altri corpi, e sì anche pel ſuo naturale calore, il quale venne parimenti aumentato dai moti medeſimi (§. XLI.). I ghiacci preſenti pertanto ſi formarono poc' a poco dopo eſſere ceſſata l' inondazione medeſima, e la loro formazione nelle diverſe latitudini dovette corriſpondere al freddo riſpettivo dei diverſi climi: cioè a dire ai poli i ghiacci dovettero formarſi in una ſituazione più baſſa ed in una quantità maggiore. Ora ai poli preſenti ſi trovano appunto ghiacciati i mari ſteſſi, ed i ghiacci per ſucceſſivi accreſcimenti vi hanno realmente occupata una eſtenſione immenſa. Convien dunque dire che i poli preſenti ſieno gli ſteſſi cogli antichi, e che perciò l'aſſe di rotazione, il quale paſſa per eſſi non ſiaſi mutato dopo l'inondazione.

LIX. Abbiamo inoltre nelle antichiſſime piramidi d'Egitto un altro termine fiſſo, che ci fa conoſcere come l' aſſe terreſtre non ſi mutò dal tempo in cui eſſe furono erette, e che perciò conferma quello che poc'anzi ho provato. Nella loro erezione ſi ſa che furono orientate con tutta l'eſattezza di cui erano capaci gli Aſtronomi, o Architetti Egiziani (*a*): ed ora ſi trova, che la loro direzione tra il Sud ed il Nord è ſulla ſteſſa linea, ſulla quale eſſi fiſſarono la meridiana.

LX. A tutto ciò piacemi aggiugnere, che l' aſſe terreſtre non ſolo non ſi mutò, ma neppure potè mutarſi, o almeno non appare una cagione atta a produrre tale mutazione. Tal cagione deve eſſere o nella terra ſteſſa o nell'azione de'corpi celeſti. Nella terra certamente non può eſſere. Perciocchè la mutazione non potrebbe provenire ſe non da una mutazione ſenſibile del centro di gravità della terra medeſima: il qual cangiamento dipende dalla mutazione di luogo della materia terreſtre, e maſſime della ſuperficie, ove realmente vediamo diminuzioni di monti, e conſiderabili traslocazioni di materie. Ma tali mutazioni intervengono in moltiſſime parti della ſuperficie; ed affinchè poſſano produrre un ſenſibile effetto relativo al cangiamento del centro di gravità della maſſa totale conviene, che il momento riſultante dei diverſi peſi traſportati a diverſi luoghi della ſuperficie paſſi fuori dell'antecedente centro di gravità della terra, oſſia formi da una ſola parte una conſiderabile preponderanza. Queſto però nella coſtituzione ordinaria della terra non può intervenire. Perciocchè i traſporti ſi fanno quaſi ſimilmente in molte, ed oppoſte parti della ſuperficie terreſtre, sì che gli

---

(*a*) *Pauw*, Recherches ſur les Egyptiens tom. 2. pag. 44.

aumenti e le diminuzioni di materia nelle diverſe parti vengono preſs'a poco contrabbilanciate. In fatti i principali traſporti conſiſtono nelle materie dei continenti, che dai fiumi vengono in gran parte condotte in mare; e poichè queſto in ſuperficie è quaſi triplo della ſuperficie dei continenti, e li circonda in ogni parte, perciò la materia ſteſſa viene diſtribuita quaſi uniformemente ſu diverſe ed oppoſte parti della ſuperficie terreſtre; e però contrabbilanciandoſi non può produrre una ſenſibile mutazione nel centro di gravità della terra, quand' anco ſi ſupponga che tutta la materia, di cui ſono compoſti i preſenti monti, venga così traſportata verſo i mari. La coſa ſarà chiara a chi oſſerverà, e calcolerà.

LXI. Un' altra delle principali cagioni, che potrebbe contribuire alla mutazione del centro di gravità della terra, è l'aumento ſucceſſivo dei ghiacci perpetui sì alpini che polari. Ma anche queſti aumenti intervengono in diverſe ed oppoſte parti di tutta la ſuperficie del globo: il che appare chiaramente maſſime nei ghiacci polari che ſono i più copioſi, e ſono ſituati all' eſtremità tra loro oppoſte dell' aſſe di rotazione: onde ſi contrabbilanciano. Altronde l'aumento dei ghiacci ha certi limiti, come altrove ho ſpiegato (*a*), sì che non poſſono avere una conſiderabile influenza ſulla mutazione del centro di gravità neppure nei ſecoli futuri.

LXII. Quanto all'azione dei corpi celeſti ſulla terra gli Aſtronomi ci dicono, che il loro ſiſtema celeſte è tale da non poter produrre una ſenſibile e ſempre creſcente variazione nella poſizione del ſuo aſſe.

(*a*) Cap. IV. della prima Parte.

PROPOSIZIONE III.

Il clima geografico della ſuperficie terreſtre antecedentemente all' inondazione generale era preſs' a poco eguale al preſente; nel clima fiſico però per l' inondazione intervennero ſenſibili variazioni maſſime per rapporto alla vita, e ſuſſiſtenza de' corpi organizzati.

LXIII. Il clima di un luogo terreſtre dipende in genere dal calore, che vi domina in un dato tempo che ſuole aſſumerſi di un anno. Tal calore da tre fonti maſſimamente deriva, cioè dal ſole, dalla maſſa terreſtre, e da' diverſi agenti fiſici. Il calor ſolare è abbaſtanza noto; quello che deriva dalla maſſa terreſtre, ſi riconoſce maſſimamente dall' effetto, che produce ſulla ſuperficie inferiore dei ghiacci perpetui, la quale eſſendo in contatto col terreno viene liquefatta anche in tempo che nell' atmosfera, oſſia nella ſuperficie eſterna la temperatura è alla congelazione; e queſto calore chiamerò *interraneo*. Il terzo viene prodotto da accenſioni, da moti perturbati, da fermentazioni, da condenſazioni di vapori, da venti provenienti da caldi terreni, e da altre ſimili cagioni; e queſto calore chiameremo *avventizio*. Dal compleſſo di queſte tre qualità di calori riſulta il clima di un dato luogo terreſtre. Ma ognuno viene modificato dalla diverſa ſituazione del luogo medeſimo: onde il calor riſultante dipende da una mutua reciprocazione, che rende difficile, e direi quaſi impoſſibile il determinare con una certa preciſione il clima generale di un dato luogo. Per valutarlo però almeno per approſſimazione conviene diſtinguere in ogni luogo due climi, l' uno geografico, e l' altro fiſico. Per clima geografico intendo quello, che vi produrrebbe il calor ſolare, ſe i luoghi foſſero ſituati o allo ſteſſo livello del mare, o ad una ſteſſa elevazione ſul livello medeſimo, ed altronde non vi agiſſe verun calore avventizio; ed in tale ipoteſi il calore di due diverſi luoghi dipenderà dalla loro latitudine geografica. Per clima fiſico intenderemo quello, che riſulta dalle altre qualità di calori indipendentemente da quello del ſole; e per non moltiplicare le diviſioni includerò nel clima fiſico anche la diverſità di clima proveniente dalla diverſa elevazione di due luoghi ſul livello del mare: giacchè è noto che alla ſteſſa latitudine un luogo per l' azione del ſole è più caldo di un altro, quando è ſituato a minore elevazione: il che dipende da diverſe cagioni ed anche dalla diverſa denſità, e coſtituzione dell' aria atmosferica.

LXIV. Da tali diſtinzioni viene meſſo in chiaro il ſenſo dell' enunciata propoſizione. Prima però di darne le pruove è neceſſario dichiarare alquanto più l' idea del calore interraneo. Il Conte di *Buffon* s' immaginò già che la terra ſia ſtata un globo in fuſione, cioè con un calore rovente, e che queſto ſiaſi poc' a poco diminuito, e ſi vada ſucceſſivamente raffreddando, sì, che ci minaccia un giorno, in cui la terra pel freddo ſarà inabitabile, come già divenne abitabile allorachè fu ridotta ad una moderata temperie. Eſſendo la terra compreſſa ai poli, elevata all'equatore, ſtimò che il raffreddamento maggiore ſia cominciato verſo i poli, e che perciò colà abbia cominciato ad eſſervi un grado di calore così mite, che poteſſe eſſere abitato. Sul qual principio vuole che la Siberia, ed altre parti circompolari ſieno ſtate la prima abitazione degli elefanti, e di altri animali proprj di climi caldi; e ciò in tempo che altre parti più lontane dai poli, oſſia più vicine all' equatore erano ancora inabitabili pel ſoverchio calore. Così dunque ſecondo lui la terra ha un calore ſuo proprio, che ſi va diminuendo, e le varie parti della terra mutarono di clima a motivo della variazione del calore medeſimo.

LXV. Che la terra abbia un calore ſuo proprio lo conoſciamo per l'oſſervazione poc'anzi accennata (§. LXIII.). Ma che eſſo derivi dalla cagione e dalle modificazioni immaginate dal lodato Naturaliſta non ſarà ammeſſo da niſſun Geologo. Nella prima parte di queſta Memoria pruovai già dalla natura delle montagne originarie, che la terra non mai fu in fuſione; pruovai parimenti eſſere falſo, che il calore interraneo ai poli al preſente ſia minore di quello che ſi oſſerva in altre latitudini, e ciò ſull' oſſervazione dalla quale conſta che le acque provenienti nell' inverno dalla liqueſazione della ſuperficie dei ghiacci perpetui circumpolari hanno un grado di calore non minore di quello, che trovaſi in ſimili acque provenienti dai ghiacci alpini di altre latitudini medie. Feci finalmente vedere, che le ſpoglie d' elefanti, e d'altri animali trovati in Siberia ſono anzi contrarie al ſiſtema Buffoniano, come più chiaramente apparirà anche al Capo III §. XCIX di queſta ſeconda Parte. In queſto luogo però ſtimo opportuno di moſtrare come tutto queſto ſiſtema del calore abitabile è ſimile al più ſcucito ſogno. Eſpone egli nelle ſue Epoche di natura, che dopo trentacinque mille anni da che il globo fu in iſtato di liquefazione ſi raffreddò in modo da potere ricever le acque *ſenza rigettarle in vapori:* onde ſecondo lui vi ſi formò un mare, la cui ſuperficie giugneva fino all' altezza almeno di 2200 teſe ſopra il ſuo livello preſente: e queſto mare dice che era bollente, quaſi che poteſſe bollire ſenza rigettare l' acqua in vapori. A queſta incongruenza toſto ne aggiunge un'altra, dicendo, che queſto mare nello ſpazio di ventimila anni ſi abbaſsò poc'a poco al preſente livello, e che mentre ſoggiornava ſulla ſuperficie terreſtre nell' altezza indicata di 2200 teſe e nelle altre ſucceſſivamente minori, eſſo era abitato da animali; e così non ha difficoltà di ammettere che gli animali viveſſero in acqua, ſecondo lui, bollente. Ed è bensì vero, che per togliere ad altri tal difficoltà ſoggiugne, che gli animali allora viventi erano di altre ſpecie ora perdute. Ma le oſſervazioni troppo ſi oppongono a queſta aſſerzione. Molti degli animali che allora vivevano in quel mare ſono quelli ſteſſi che ſecondo lui furono in quell' epoca depoſitati, e che ora ſi trovano foſſili in diverſe montagne, ed anche molto elevate. Ora una gran parte di queſti ſi riconoſcono della ſteſſiſſima ſpecie con quelli che ora vivono in mare, e che certamente non poſſono vivere in acqua bollente nè in acqua molto calda, benchè molto inferiore al grado dell'acqua bollente che è l'ottanteſimo del termometro Reaumuriano. Quando dunque vivevano queſti animali marini, l' acqua doveva eſſere ad una temperatura molto inferiore a quella di gradi 80; e ciò ſu tutta la ſuperficie terreſtre: giacchè quand'anco il raffreddamento verſo l' equatore foſſe ſtato più lento per eſſere più elevato, nulladimeno diffondendoſi il diverſo calore per la maſſa acquea, doveva il totale metterſi ad una quaſi comune temperatura nel lungo ſpazio ſuppoſto di ven-

timila

timila anni. Dunque anche i continenti, dappoichè le acque ſi abbaſſarono, dovettero per rapporto al calore interraneo avere una temperatura mite, e dappertutto quaſi uniforme; e però non avvi una ragione, per cui i continenti circompolari ſieno ſtati abitabili prima degli equatoriali.

LXVI. Ma avvi inoltre un' altra oſſervazione, la quale direttamente conferma che, alloraquando il mare era alla ſuppoſta elevazione di 2200 teſe, i continenti equatoriali aveano già un calore aſſai mite, ed erano abitati almeno da piante. A queſta altezza trovanſi miſti colle conchiglie marine anche legni impietriti (§. VII.). Ora quando le acque erano a quella elevazione tutte le montagne circompolari erano ſott' acqua, giacchè tra eſſe niſſuna ſe ne trova tanto elevata quanto dovea eſſere l' acqua, allorachè depoſitò gli indicati corpi organizzati. Quindi gli alberi, da cui derivarono que' legni impietriti, dovettero eſſere creſciuti ſulle più alte cime delle montagne equatoriali; e però prima che le acque ſi abbaſſaſſero al preſente livello cioè, ſecondo le epoche Buffoniane, ventimila anni prima le cime equatoriali avevano un calore così temperato da permettere l' aumento degli alberi. Dunque per rapporto al calor interraneo i continenti equatoriali potettero dopo l' abbaſſamento delle acque eſſere abitabili dagli elefanti, e da altri animali nello ſteſſo modo com' era abitabile la Siberia.

LXVII. Io niente dico degli eſperimenti, ſu cui egli appoggiò il calcolo delle ſue Epoche, i quali ſono più puerili, che filoſofici, ſiccome quelli che conſiſtevano nel fare arroventare alcuni globi di ferro, facendo ſervire di termometro la ſua mano per eſtimare il calore del raffreddamento.

LXVIII. Eſſendo provato, che il calore interraneo, o come altri lo chiama, centrale, non proviene dalla cagione ſuppoſta dal Sig. *de Buffon*, e che altronde non è ſoggetto alla diminuzione da lui aſſegnata, è chiaro che da eſſo non può derivarſi veruna mutazione di clima. Le nozioni eſperimentali che ora abbiamo ſu queſto calore ſi riducono a due, cioè, 1.° che eſſo è minore a maggiore profondità al diſotto della ſuperficie terreſtre, ma però la diminuzione non mai oltrepaſſa il grado 16 di *Reaumur*; 2.° che ad una ſteſſa diſtanza ſotto la ſuperficie terreſtre il calore interraneo è bensì coſtante alla ſteſſa latitudine, ma che in diverſe latitudini la ſua variazione corriſponde ſempre alla variazione del calore ſolare, che provaſi ſulla ſuperficie: onde deduceſi che il calore ſolare è quello, che conſerva il calore proprio della terra medeſima, riſtorandone le perdite, che in certi tempi in eſſa intervengono (V. *Kirvan* Eſtimation de la temperature ecc. pag. 5). Così alla profondità delle cantine dell' Oſſervatorio di Parigi il calore è coſtantemente di 10 gradi, ma in altre latitudini è maggiore o minore ſecondo la varia attività del calor ſolare. Quindi il calore interraneo può riguardarſi come una quantità quaſi coſtante, la quale non molto influiſce nella mutazione nè del clima geografico, nè del fiſico.

LXIX. Eſaminiamo ora ſe il clima geografico poſſa eſſerſi mutato per qualche altra cagione. Ciò, che coſtituiſce il clima geografico di ciaſcun luogo terreſtre, è la poſizione dell' ecclittica per rapporto all' equatore o all' aſſe terreſtre; onde non può intervenire una mutazione nel rapporto dei climi, ſe non quando ſi muti l' indicata poſizione; e queſta ſi può mutare in più modi, cioè 1.° ſe ſi muti l' aſſe di rotazione rimanendo coſtante il piano dell' ecclittica; 2.° ſe rimanendo coſtante l' aſſe ſi muta la poſizione dell' ecclittica per rapporto al medeſimo; 3.° in ambi i modi inſieme. Noi abbiamo provato, che l' aſſe terreſtre al preſente è lo ſteſſo con quello, che era al tempo dell' inondazione. Dunque non può eſſer intervenuta variazione nei climi ſe non per la ſeconda cagione, la quale dipende del tutto dal ſiſtema de' corpi celeſti. Ora gli Aſtronomi ci aſſicurano che l' obbliquità dell' ecclittica non ha che due piccoliſſime variazioni, l'una quaſi uniforme, per cui ſi diminuiſce di circa 20″ per ogni ſecolo, l' altra periodica ed ineguale, per cui ogni 9 anni alternativamente ſi aumenta, e ſi diminuiſce di 9″ (V. *Caille Aſtronomie* pag. 382.). Per lo che da tali variazioni non può eſſere derivata veruna ſenſibile mutazione di climi nel tempo traſcorſo dall' inondazione ſino a noi, il quale, come ſarà altrove provato, non oltrepaſſa i 30 ſecoli.

LXX. Rimane a determinare ſe intervenne mutazione nel clima fiſico. Queſto riguarda maſſimamente i continenti, e dipende principalmente dalla loro elevazione ſul livello del mare. Avendo noi provato, che il mare prima dell' inondazione era preſs' a poco al livello preſente, è chiaro, che da queſta cagione non potè intervenire verun cangiamento nel clima ſiſico. Un' altra cagione, che v' influiſce, è lo ſtabilimento dei ghiacci perpetui. Prima dell' inondazione ne dovea eſiſtere una certa quantità preſs' a poco negli ſteſſi ſiti, ove ora ſi trovano, perciocchè la loro formazione dipende dal clima geografico, e dall' elevazione dei ſiti ſteſſi ſul livello del mare: le quali due circoſtanze, ſiccome provai nelle propoſizioni precedenti, prima dell' inondazione erano le ſteſſe come ora ſono. Altronde il tempo traſcorſo tra l' origine della primaria coſtituzione del globo terreſtre e l' inondazione, come altrove moſtrerò, è poco diverſo da quello, che traſcorſe dall' inondazione ſino a noi. Per lo che i ghiacci, che eſiſtevano prima di queſta, dovettero eſſere preſs' a poco eguali in quantità a quelli che ora eſiſtono, i quali certamente cominciarono dopo l' inondazione, dovendoſi in queſta eſſere liquefatti gli antecedenti. Quindi i ghiacci permanenti non poſſono aver prodotta una ſenſibile diverſità tra il clima preſente e l' antico. Siccome però i ghiacci preſenti ſi formarono per ſucceſſivi aumenti, così è da dire, che nei tempi più vicini al termine dell' inondazione la quantità di ghiacci ſarà ſtata minore, e perciò il clima per tal motivo ſarà ſtato alquanto diverſo dal preſente, e da quello che immediatamente precedette l' inondazione medeſima.

LXXI. Ma la principal mutazione di clima dovette eſſer prodotta dai cangiamenti, che nella ſuperficie dei continenti intervennero per l' azione delle acque inondatrici. Queſte coi loro moti aprirono nuove valli, diminuirono le altezze di alcuni monti, e coi diroccamenti fabbricarono nuove colline, coi lenti depoſiti formarono nuove montagne, e di altre aumentarono l' altezza, e per la nuova forma dei continenti molte ſituazioni mutarono di clima quanto al calore avventizio proveniente dalla diverſa influenza dei venti, delle piogge, e di altri ſimili agenti di natura, la cui azione è variabile ſecondo la diverſa forma della ſuperficie terreſtre. Queſto cangiamento però non potè aver luogo ſe non in certi ſiti parziali, e ſolo ſino ad una certa elevazione, cioè ſino a quella, ove giungono i più grandi depoſiti: giacchè al diſopra di tal elevazione i continenti nel totale rimaſero quaſi gli ſteſſi.

LXXII. Finora abbiamo conſiderato il clima ſoltanto per rapporto al calore, ed abbiamo trovato che nel totale l'inondazione non vi produſſe una molto ſenſibile mutazione. Ma ſe noi lo conſidereremo per rapporto alla vita e ſuſſiſtenza dei corpi organizzati, e maſſime degli animali, troveremo che fu conſiderabilmente mutato nell' univerſale. Alla vita, e ſuſſiſtenza de' corpi organizzati, e maſſime terreſtri richiedeſi non ſolo un clima di un dato calore, ma inoltre un' atmosfera dotata di certe qualità; e ſecondo la diverſità di queſte vivono più o meno vigoroſi, e per un tempo più, o meno lungo. L'inondazione, di cui parliamo, dovette alterare di molto la generale coſtituzione dell' aria. Perciocchè allora ſi putrefece nelle acque un' immenſa quantità non ſolo di animali terreſtri, ma anche di quelli che vivevano nei mari, ed in altre acque; ed inoltre ſi ſcompoſero altri molti corpi contenenti ſoſtanze infiammabili, e ſaline, e le loro eſalazioni, e ſottili materie, che ſi ſviluppavano, ſi unirono coll'aria, e la reſero meno pura, e meno reſpirabile. Quindi il clima per gli animali poſteriori a tal inondazione dovette eſſere meno favorevole alla loro ſuſſiſtenza: ed in ciò ſi potrà avere una ragione, per cui al preſente negli animali l' aumento in grandezza ſia minore, e la vita meno lunga di quel che foſſe prima dell' enunciato avvenimento; e fors' anco ſi potrà avere uno dei motivi, per cui alcune ſpecie perirono. Una tal conſiderazione, che facilmente ſi preſenta ad ognuno, che riguarda le coſe ne' rapporti di conneſſione, viene confermata dalle più eſatte oſſervazioni de' moderni Chimici. Trovano eſſi, che l' aria atmosferica al preſente è compoſta maſſimamente di due ſoſtanze, cioè d' aria vitale atta alla reſpirazione, e vita degli animali, e di un'altra aria inetta a tal fine, nella quale, quando è ſola, gli animali reſtano preſtamente ſoffocati; e queſta chiamaſi moſetta atmosferica, o aria flogiſticata. Oſſervarono di più che queſta ſteſſa ſi ſviluppa appunto dalla putrefazione de' corpi organizzati, e dalla ſcompoſizione di ſoſtanze infiammabili; che inoltre eſſa forma circa i tre quarti dell' aria atmosferica; e che finalmente eſſa vi è ſemplicemente miſchiata con un quarto d'aria vitale. Da che ognuno facilmente deve conchiudere, che realmente l'aria atmosferica ſia divenuta meno vitale per la cagione da me aſſegnata. Avendo ſempre eſiſtito, e tuttavia eſiſtendo in qualche parte le cagioni producenti mofetta atmosferica, una certa porzione di queſta era miſchiata nell'aria anche prima dell'inondazione, ed una certa quantità vi ſi va continuamente miſchiando. Queſti aumenti però di tal ſoſtanza ſoffocante, che intervenivano, e vanno intervenendo nel corſo ordinario delle cagioni fiſiche, hanno un certo compenſo, in quanto che formaſi anche nuova aria vitale, ed altronde una porzione di mofetta atmosferica o ſi ſcompone, o ſi ſepara dall' aria, sì che nel corſo ordinario di natura ſi conſerva preſs' a poco la ſteſſa coſtituzione dell' atmosfera. Ma la ſtraordinaria quantità della ſoſtanza ſteſſa, che ſi dovette miſchiare coll' atmosfera per la cagione da me aſſegnata, non potè eſſere ſenſibilmente diminuita nel corſo ordinario della natura, che dopo quello ſconvolgimento ſi riſtabilì, e però l'aria dovette rimanere meno vitale di quel che foſſe per innanzi.

PROPOSIZIONE IV.

Alloracbè cominciò la generale inondazione eſiſtevano le ſpecie di corpi organizzati ora viventi.

LXXIII. A pruovare eſattamente l'enunciata propoſizione converrebbe enumerare ad una ad una le ſpecie di animali ora eſiſtenti, e moſtrare di ciaſcuna un ſimile reſiduo foſſile, il quale foſſe un depoſito formatoſi nell' inondazione. Io però non iſtimo, che poſſa eſſervi un così rigido eſattore di pruove; e quando pur vi foſſe, egli non avrebbe la pazienza di ſeguirmi nella minuta, che io dovrei fare: giacchè le ſole ſpecie di animali, e di piante finora conoſciute giungono a molte migliaja. Convien dunque riportarſi ad un altro genere di pruove. E' certo, e niſſuno ne dubita, che moltiſſimi corpi organizzati, che ora ſi trovano foſſili, furono depoſitati da acque inondatrici di tutto il globo, e che quelli ſono della ſteſſa ſpecie con altri che ora vivono. Se queſto ad altri non baſtaſſe per concludere, che eſiſtevano anche le altre ſpecie ora viventi, io ſeco lui così ragionerei. L'origine degli animali non può derivarſi ſe non o da creazione, o dal caſo, cioè da un fortuito concorſo di materia, e di forze indipendente da qualunque intelligenza, o cauſa finale. Queſta ſeconda opinione, per laſciare altri argomenti, viene apertamente eſcluſa da un'obvia oſſervazione, che io già produſſi come deciſiva anche contro la catena degli eſſeri fiſici (V. l' Introduzione agli Elementi di ſtoria naturale del *Leſke* da me tradotti). L'oſſervazione è, che tra i moltiſſimi animali maſſimamente terreſtri forniti di piedi, niſſuna ſpecie ſe ne trova, che ne abbia un numero diſpari, cioè 3, 5, 7, 9 ecc. Ora il caſo è indifferente a qualunque numero; altronde in una data ſerie di numeri naturali, la quale per eſempio dall' unità giunga al 9, i diſpari ſono tanti, quanti ſono i pari, non eſſendo l'unità nè pari nè diſpari. Per lo che nelle fortuite combinazioni è tanto facile il riſultato di piedi pari, quanto quello dei diſpari. Che coſa è dunque che impediſce le fortuite forze dal produrre negli indicati animali anche le ſpecie a numero diſpari di piedi, cioè di parti ſimili naturalmente inſervienti al ſoſtegno del corpo moventeſi? Ciò non può aſcriverſi ſe non ad una non fortuita determinazione inerente alle forze originarie; e ſe la determinazione non è fortuita deveſi neceſſariamente derivare da un agente intelligente, che limitò le forze a certi effetti. E veramente ſe nella ſucceſſione delle varie ſpecie conſervaſi il numero pari di piedi, cioè 2, 4, 6, 8 ecc. conviene, che almeno nei primi originarj individui, da cui vanno propagandoſi le ſpecie ſteſſe, le forze ſieno ſtate moderate da una intelligenza, la quale le abbia dirette a produrre certe parti convenientemente a certi fini; ed il fine nella parità dei piedi è manifeſto. Perciocchè gli animali, che ne ſono forniti, hanno da natura la facoltà di muoverſi per traslocazione; ed all' eſercizio di tale facoltà il numero pari di piedi o è neceſſario, o certamente è il più conveniente (*a*). Poſto che negli ori-

---

(*a*) Un ſimile argomento ſomminiſtrano altre parti degli animali, come per eſempio le ali dei volatili, e le alette o pinne remiganti dei nuotanti, le quali ſono ſempre di numero pari, ſiccome quello, che è il più atto agli uſi, a cui quelle naturalmente ſervono.

ginarj individui della ſpecie ſieno così moderate le forze, queſti devonſi pure riguardare come formati dallo ſteſſo eſſere intelligente, che poi è il ſupremo; e poichè le ſue opere, quando hanno rapporto all' origine degli eſſeri fiſici, ſi ſogliono riportare a creazione, perciò gli individui originarj delle ſpecie devonſi ammettere come creati. Ma queſti poſſono eſſere ſtati creati o ſimultaneamente, o in diverſe e tra loro lontane epoche; per eſempio una porzione avanti della generale inondazione, ed altra dappoi. Ognuno però, che ammetta i principj antecedentemente eſpoſti, i quali non poſſono eſſere ragionevolmente contraddetti, facilmente conſentirà, che tutti quegli individuj originarj abbiano avuta l'eſiſtenza in un' epoca anteriore all' inondazione ſteſſa: maſſime che dal tempo, in cui ſi hanno memorie ſtoriche, non appare verun eſempio di ſpecie d' animali nuovamente prodotta. Cogli argomenti eſpoſti viene pure eſcluſa la opinione del Conte di *Buffon* ſiccome quella che in ſoſtanza deriva l'origine degli animali dal caſo. Avendola però egli appoggiata a certe particolari ipoteſi, ſarà pregio dell' opera il rifutarne brevemente almeno i principali. Vuole egli, che ſparſe ſieno in natura certe molecole organiche, le quali in certe circoſtanze favorevoli ſi ſviluppino in diverſi tempi, e ſucceſſivamente divengano compiuti animali. A queſta ipoteſi opponeſi primieramente l' oſſervazione. Perciocchè in tutti i corpi organnizzati di una certa ſpecie, nei quali ſi poſſono fare non dubbioſe oſſervazioni, noi vediamo che eſſi non ſi moltiplicano ſe non da altri individui di ſimile ſpecie, nè alcuno mai potè moſtrare una ſpecie nuova, la quale ſia ſtata riconoſciuta come prodotta da elementi non provenienti da individui di ſimile ſpecie. Niſſuno per eſempio vide mai nè un cane, nè un cavallo naſcere ſpontaneamente quaſi fungo dalla terra, o eſſere provenuto da gatto, o da bue, o da altro animale di altra ſpecie. Si riſponderà forſe, che al preſente la natura ha perduta tal facoltà? Ma prima di aſſerire che l'abbia perduta, convien provare che l'abbia avuta, e realmente non ſi pruova nè l'una coſa, nè l'altra. Il fondamento del Sig. *de Buffon* per aſſerire, che dalle molecole organiche ſi andarono ſucceſſivamente ſviluppando i diverſi animali, era l'immaginato calore interraneo, o centrale, il quale a miſura che diveniva di una certa temperie ſulle diverſe parti del globo favoriva lo ſviluppamento or di queſte, or di quelle molecole. Ma noi abbiamo moſtrato, che tal calore è del tutto ipotetico, ed altronde quand' anco foſſe reale, in eſſo non è una ſufficiente ragione per far naſcere animali da molecole di natura non animale. Abbiamo inoltre provato, che il rapporto de' diverſi climi ſul globo terreſtre prima dell' inondazione era preſs' a poco eguale al preſente. Per lo che ſe lo ſviluppamento degli immaginati elementi dipendeva dal favore dei climi, dovettero prima dell' inondazione ſvilupparſi tutti quei corpi organizzati, che comparvero in ſeguito, e che ora riconoſciamo. In ogni modo è certo, che l' uomo dovette eſiſtere tra' primi animali; perciocchè eſſo può vivere, e ſuſſiſtere in qualunque dei climi, in cui vivono altri animali; e ſe l' ipoteſi richiede, che ſieno comparſi per primi gli animali atti a ſoſtener i caldi climi, la conſeguenza porta, che tra queſti ſi enumeri anche l' uomo, cioè quella ſpecie d' animali, che l' enunciata mia propoſizione ha maſſimamente in viſta.

LXXIV. A comprovare l' eſiſtenza dell' uomo prima della generale inondazione concorrono anche le oſſervazioni geologiche. Oſſa umane foſſili furono già trovate dal Sig. Ab. *Fortis* nell' iſola di Cherſo, dal Sig. Profeſſore *Spallanzani* nell' iſola di Citera, o Cerigo nell' Arcipelago (V. tomo 3. Società Italiana), da' Sigg. *Boddington* e *Hunter* nella rocca di Gibilterra (Phil. Tranſ. t. 60.), e da altri altrove. Che tali oſſa ſienſi ammaſſate per traſporti, o depoſiti di una inondazione, appare dalle circoſtanze, da cui ſono accompagnate. Nell' iſola di Citera trovanſi in gran copia con altre oſſa in un monte, la cui baſe ha il circuito di un miglio: la qual eſtenſione, e miſchianza toglie ogni idea che quel ſito foſſe un cemeterio, ma moſtra un accumulamento prodotto da traſporti fatti da acqua inondatrice. Nella rocca di Gibilterra trovanſi con conchiglie: il che pure indica una rivoluzione acquea.

LXXV. Io qui non diſſimulerò una difficoltà, che altri potrebbe fare: dicendo non eſſere forſe abbaſtanza verificato, che tali oſſa ſieno umane. La difficoltà può naſcere da ciò, che ſcriſſe il Sig. *Camper*, il quale per eſaminare sì fatte

produzioni

produzioni foſſili avea un oſſario per Muſeo. Scrive egli, che tra le molte oſſa non mai gli riuſcì di trovarne uno umano, il quale foſſe impietrito. (*N. Acta Acad. Petropolit. an.* 1788). Per valutare tale difficoltà converrebbe ſapere, che coſa il Sig. *Camper* intendeſſe per oſſo impietrito: giacchè tra' Naturaliſti non ſi è ancora ben preciſata l'idea di pietrificazione. Alcuni più rigidi richiedono, che un corpo organizzato abbiaſi a dire pietrificato ſoltanto allora che è mutato in pietra ſelcioſa; altri ſi accontentano di riguardarlo come pietrificato, quando è penetrato da un ſugo pietrigno di natura qualunque, abbenchè ſilicea, sì che la ſua durezza, ed il ſuo peſo ſia divenuto aſſai maggiore dell' originario. Sembra che il Sig. *Camper* abbia voluto parlare di pietrificazione rigoroſa; ma quand'anco la coſa foſſe altrimenti, non perciò ſarebbe da conchiudere, che fin'ora non ſienſi trovate oſſa umane impietrite nel ſecondo ſenſo. Queſto illuſtre Anatomico non poteva atteſtare ſe non ciò che era relativo ai pezzi foſſili, che avea raccolti, ed eſaminati; ma egli non ne ebbe da tutti i luoghi, ove altri illuſtri Oſſervatori ci dicono di averne trovati. Può dunque verificarſi la di lui aſſerzione, ed inſieme quella dell'eſimio Naturaliſta il Sig. *Spallanzani*, dell' *Ab. Fortis*, e di altri ancora. Per altro non è da ommettere la ſomma difficoltà, che trovaſi nell'omologare le oſſa foſſili, oſſia nel riconoſcere deciſamente a quali ſpecie di animali appartengano: onde è che lo ſteſſo Sig. *Camper* verſatiſſimo più che altri mai in tal genere ſpeſſo rimane dubbioſo, e talor ſi riconobbe di qualche omologazione da lui fatta (N. Act. Petropol. t. 2. p. 257.). La difficoltà naſce dall' eſſere generalmente le oſſa foſſili più o meno mancanti, ed alterate nella loro figura, e dalla ſomiglianza, che ſpeſſo hanno tra loro le oſſa anche naturali di diverſe ſpecie di animali. Tra le oſſa umane il teſchio ſarebbe il più deciſivo quando aveſſe denti, ma queſti ordinariamente nei foſſili mancano.

LXXVI. Saravvi forſe altri, il quale dirà, che ſe gli uomini aveſſero eſiſtito prima dell'inondazione dovrebberſi trovare ammaſſi delle loro oſſa in quantità molto maggiore dell' accennata, o almeno in quantità maggiore di quella che ſi trova in altra ſpecie di animali terreſtri. Queſta difficoltà, ſe pure così ſi può chiamare dopo le poſitive prove poc'anzi arrecate per la mia propoſizione, ha più riſpoſte. Affinchè ſi trovino oſſa umane o in genere ſpoglie di animali e di vegetabili foſſili, richiedeſi che queſti ſieno ſtati ſeppelliti in luogo, dove ſi poteſſero conſervare, e dove ſi poſſano ora facilmente ſcoprire. Acciocchè ſi conſervino è neceſſario maſſimamente che ſieno ſottratti all' azione dell' acqua, e dell' aria, e che ſieno circondati da materie, le quali o tendano alla loro conſervazione, o almeno non ne promovano la putrefazione o ſcompoſizione. Ora chi ha compreſo l' andamento dell' inondazione da me aſſunta (Capo IV.), toſto intende, che gli uomini furono i primi ad eſſere ſeppelliti ſotto le più groſſe macerie, che furono traſportate dai torrenti terreſtri prima che le acque marine giugneſſero a quella grande altezza, a cui poco dopo ſi elevarono. Per entro a tali macerie penetrava l' acqua inondatrice, e ceſſata l' inondazione potè avervi acceſſo anche l' aria. Quindi dovette preſtamente non ſolo putrefarſi la ſoſtanza carnoſa, ma anche riſolverſi in terra la maſſima parte delle oſſa reſidue. Abbiamo dunque la cagione, per cui non ſi potettero conſervare le oſſa umane ſe non al più in piccola quantità. Di più eſſendo ſeppellite ſotto groſſe, e copioſe macerie è chiaro, che non così facilmente può intervenire circoſtanza favorevole alla loro ſcoperta, quand' anco ve ne eſiſteſſe molta quantità: il che tanto più è da valutarſi, in quanto che pochiſſimi ſono i ſiti finora eſaminati dai Geologhi in confronto della vaſtiſſima ſuperficie del globo terreſtre.

LXXVII. Nell' inondazione ſteſſa, e nella diverſa natura degli animali abbiamo anche la cagione, per cui ſi trovi una minore quantità di oſſa umane foſſili in confronto di quelle di altre ſpecie di animali terreſtri. Gli uomini ſogliono abitare in vaſte pianure, e ſebbene eſſi alle prime dirotte piogge abbiano cercato di ſottrarſi col fuggire verſo le alture, nulladimeno impediti maſſimamente dalle decorrenti acque che incontravano, pochi potettero pervenire in ſituazione tale da poterſi per un certo tempo ſottrarre al naufragio. Laddove altri animali abitatori di ſiti montuoſi come elefanti, pecore, capre ecc. potettero più facilmente portarſi in ſiti più eminenti, ed iſolati, ove i torrenti prodotti da piogge ſono meno copioſi che nelle ſituazioni meno elevate, e le acque inondatrici ſempre più creſcenti giunſero più tardi: eſſi inoltre per loro natura potevano reſiſtere di più alle piogge, a cui ſogliono ſtare eſpoſti in ogni tempo. Quindi, mentre per altri animali eravi ancora ſperanza di ſcampo, gli uomini, come già accennai, vennero ſeppelliti in maſſima parte tra le più groſſe macerie, che per le prime vennero traſportate dai torrenti, ed inſieme con eſſe depoſitati, e perciò non potettero galleggiare per entro alle acque della inondazione in ſeguito creſciuta. Per contrario gli altri accennati animali eſſendo ſtati annegati dappoichè le acque già erano molto creſciute o per le ſole piogge, o anche per altre eruttate da ſotterranei luoghi, potettero galleggiare nelle acque, ed eſſere almeno in parte traſportati, e depoſitati inſieme con ſoſtanze terree in diverſi ſiti della nuova ſuperficie terreſtre, che ſi andava formando da materie traſportate e depoſitate dalle acque. Le oſſa foſſili più copioſe ſono appunto in gran parte o di elefanti, o di altri animali più grandi dell' uomo, e maſſime di ruminanti, i quali ſogliono abitare alle montagne: il che conferma com' eſſi potettero ſottrarſi per più lungo tempo al naufragio, ed inoltre ſomminiſtra la ragione intrinſeca, per cui le loro oſſa ſi ſieno potute conſervare più delle umane, la quale è ripoſta nella loro maggiore groſſezza, e conſiſtenza, e nell' eſſere ſtate ſeppellite inſieme con copioſe, e ſottili terre, dalle quali furono ſottratte all' azione dell' acqua, e dell' aria.

LXXVIII. Dal principio accennato nel §. LXXVI. appare ancora il motivo, per cui le conchiglie foſſili ſieno in aſſai maggior copia delle oſſa umane, o anche di altri animali terreſtri: giacchè è noto che eſſe, o anzi i loro guſci, eſſendo di natura calcarea, ſono ſoggetti alla ſcompoſizione molto meno di quel che ſieno altre ſoſtanze animali: altronde la loro quantità, mentre vivono, ſupera d' aſſai la copia degli animali maſſime terreſtri forniti di vere oſſa.

LXXIX. Le riflessioni finora eſpoſte non ſolo preſentano il motivo della minore quantità di oſſa umane foſſili in confronto di quelle di altri animali, ma poſſono anche baſtare per dar ragione di una totale mancanza delle medeſime, quando ſi verificaſſe, che realmente non ſi trovi verun oſſo umano nè pietrificato, nè foſſile.

PROPOSIZIONE V.

Sotto terra eſiſtevano, e tuttavia eſiſtono acque ſufficienti ad una generale inondazione della ſuperficie terreſtre.

LXXX. Avendo io provato, che una generale inondazione certamente intervenne, e che antecedentemente alla medeſima il mare era preſs' a poco al preſente livello, e le montagne aveano circa la ſteſſa elevazione che ora hanno al diſopra del medeſimo, è manifeſto che doveano ſottoterra eſiſtere acque ſufficienti per tale effetto, a meno che non ſi voglia, che queſte ſieno ſtate eſpreſſamente create per tal fine; o che vi ſieno pervenute da qualche altro pianeta, come per eſempio da una cometa. Ma ognuna di queſte due ipoteſi non è da ammetterſi, eſſendo eſſe non ſolo arbitrarie, ma anche inutili; e tali appariranno, quando io altronde provi, che ſottoterra eſiſte la copia ſopraccennata di acque. Colla teoria della terra già da me prodotta la coſa è facilmente provata. Il globo terreſtre almeno ſino ad una certa profondità originariamente ebbe una fluidità acquea: il che da ogni buon Geologo è ora ammeſſo. La parte acquea dovette eſſere aſſai maggiore della terrea, affinchè queſta poteſſe in quella rimanere o ſciolta, o ſtemperata. Al preſente la ſuperficie terreſtre, oſſia la regione ſuperiore del globo è diſtinta in valli, e monti, e nelle valli più profonde ſtanno raccolte le acque, le quali, come portava la prevalenza originaria della parte fluida, ſuperano in quantità la terra ferma, computando il tutto dai fondi noti del mare. Queſta ſeparazione in mari, e continenti, ſecondo la mia teoria, provenne dalla forza centrifuga; ed una ſimile ſeparazione con certe modificazioni dovette intervenire in altre regioni inferiori, in cui può intenderſi diſtinto il globo medeſimo: onde anche al diſotto della regione ſuperiore da noi abitata devono eſſerſi formate valli piene di acqua colla ſola differenza, che eſſe ſono chiuſe ſuperiormente dalla regione ſopraſtante, e per tal motivo voglionſi chiamare caverne. Così dunque in diverſe regioni inferiori del globo dovettero eſiſtere caverne, e molte tra loro comunicanti, le cui acque ſecondo il principio ſopraeſpoſto dovettero in proporzione eſſere maggiori della parte ſolida. Da che appare che ſino dalla primaria coſtituzione del globo eſiſtevano ſottoterra, e tuttavia eſiſtono acque più che ſufficienti per inondare tutta la ſuperficie terreſtre.

LXXXI. Ma ſi preſcinda, ſe così piace, dalla teoria, e ſi ragioni ſecondo gli ſteſſi principj di chi ſoſtiene quella inondazione permanente, che noi eſcludiamo. I ſoſtenitori di eſſa vogliono, che le acque dopo di eſſere ſtate ſino alle più alte cime ſi ſieno poc'a poco ritirate in ſotterranee caverne. Se così foſſe, vi eſiſteranno dunque anche al preſente; e ſe vi ſono, non ci potranno fare difficoltà, ſe noi aſſumeremo, che anche prima dell'inondazione vi foſſero caverne ed acque colà raccolte in quantità ſufficiente ad una generale inondazione.

PROPOSIZIONE VI.

L' inondazione generale provenne parte da dirotte piogge, e parte da acque elevateſi da ſotterranee caverne.

LXXXII. Troppo ardita ſembrerà forſe a taluno queſta propoſizione ſiccome quella, che non ſembra poterſi provare con oſſervazioni. Luſingomi però, che anche per tale oggetto eſſe non mancheranno. Avendo provato, che ſottoterra eſiſtevano acque ſufficienti ad una generale inondazione, e che perciò ſarebbe inutile il volere, che d'altronde ſieno pervenute ſulla tetra quelle acque, che certamente la inondarono, è chiaro che l'inondazione ſteſſa deve aſcriverſi alle acque ſotterranee. Ora dopo le propoſizioni precedentemente ſtabilite noi troviamo, che in tre modi quelle potettero eſſere portate alla ſuperficie, cioè o per piogge, o per eruzioni ſotterranee, o per le une, e le altre inſieme. Chi conoſce la natura dei fluidi, e la mutua relazione tra le acque e l'atmoſfera toſto vedrà, che queſto terzo modo fu quello che realmente ebbe luogo. Certamente le ſole piogge non potevano produrre un'elevazione di acque ſino alle più alte cime. Perciocchè ſiccome le acque per la gravità tendono ad abbaſſarſi, così quelle già uſcite dalle caverne, ed elevate dalle piogge, e decorrenti ſulla ſuperficie terreſtre ſarebbero ricadute nelle caverne ſteſſe a miſura che ſu quella aſcendevano ad una certa altezza. Affinchè pertanto le acque cadute per piogge poteſſero ſucceſſivamente elevarſi era neceſſario, che qualche cagione impediſſe la loro ricaduta nelle caverne, le quali certamente doveano eſſere aperte nel tempo che andavano ſomminiſtrando acque all' atmosfera. Tal cagione non può eſſere ripoſta ſe non in forze impellenti, le quali dal fondo de' ſotterranei abiſſi agiſſero contro la gravità delle acque, cioè a dire tendeſſero continuamente a ſpingere in ſu le acque medeſime: il che è l'effetto di eruzioni ſotterranee. Da queſte dunque neceſſariamente dovettero eſſere accompagnate le piogge, affinchè poteſſero produrre l'inondazione.

LXXXIII. Vicendevolmente ſe intervennero eruzioni ſotterranee, conviene ammettere che quelle produceſſero dirotte piogge. Perciocchè le forze impellenti agitando, dividendo, ed alzando le acque dovettero renderle più atte ad eſſere ſciolte o elevate nell' atmosfera, ed a formare denſe nuvole.

LXXXIV. Ciò, che ragionando abbiamo ſtabilito, confermaſi colle oſſervazioni. Gli effetti parziali di dirotte piogge, ed univerſali già furono da noi riconoſciuti nelle colline di traſporto formate di ſaſſi originarj ſenza miſchianza di calcarj (§. XLVII), e ſi vedranno confermati da altro fenomeno, che ſarà ſpiegato al §. CIII. Che ſe alcuno non ſtimaſſe provata la enunciata propoſizione ſe non quando gli ſi moſtrino anche gli effetti contemporanei di dirotte piogge, e di elevazioni violente delle acque marine, egli potrà eſſere ſoddisfatto, girando lungo le coſte de' mari. Paſſeggi egli ſulle carte Geografiche più eſatte, accompagni i viaggiatori nelle loro deſcrizioni, e vedrà che per lo più i fiumi anche più grandi hanno il loro sbocco in ſeni più o meno internati nella terra ferma. Tali ſono nell' America l'Orinoco, il Maragnone, la Plata, l'Araguaja, ed il Rio S. Lorenzo; nell'Aſia l'Eufrate, il Gange, il Kung, l'Achtuba, la Chatanga, l'Hoan-ho, l'Jeniſei, l'Obi, la Lena, ed i fiumi di Ava, e di Siam; nell'Africa il Rio Grande, il Senegal, la Gambia, il Rio S. Spirito, la Majomba; nell' Europa la Guadiana, il Guadalquivir, il Tago, la Senna, la Garonna, la Loira, il Tamigi, il Mezen, il Dneper, il Volga, la Moſa, l'Elba, ed altri molti.

LXXXV. Queſta circoſtanza dello sbocco de' fiumi indica, che eſſo è ſituato altrimenti di quel che la loro natura richieda, e deve certamente eſſere derivata da qualche atta cagione. Per riconoſcerla cominci egli a riflettere, che i fiumi anche nel loro ſtato ordinario ſempre traſportano materie in mare, sì che per eſſe vengono al loro sbocco aumentati i continenti; dai quali aumenti riſultano non ſeni, ma punte o capi, che ſporgono in ſuori dai fianchi delle vicine ſponde marine. Queſto effetto doveva molto più eſſere prodotto dai fiumi nel caſo aſſunto, cioè ſe ingroſſarono aſſai per dirotte piogge, o per altre acque terreſtri; giacchè per tal motivo avrebbero dovuto traſportare ai loro sbocchi un' immenſa quantità di materie. Se dunque queſte non vi eſiſtono, conviene che qualche grande cagione abbia impedito tali depoſiti; e queſta cagione non può derivarſi ſe non da forze contrarie alle correnti de' fiumi medeſimi, cioè da ſtraordinarie eruzioni di acque, che dai mari erano dirette verſo i continenti. In fatti nell' incontro di torrenti terreſtri coi primi sforzi delle correnti marine dovettero naſcere ſtrani movimenti, e rapidiſſimi vortici, i quali in breve tempo avranno ſconvolti e traſportati i vicini ſondi dei fiumi divenuti allora ſondi di mare, laſciando quei ſeni che allo sbocco dei fiumi ora generalmente ſi oſſervano. Queſti dunque poſſiamo dire, che atteſtano una contemporanea azione di acque provenute da dirotte piogge, e da elevazioni dei mari, le quali tutte inſieme produſſero la generale inondazione.

LXXXVI. Le dirotte piogge, da cui ho detto eſſere ſtata accompagnata l' elevazione delle acque marine, furono da me provate per tre capi, cioè 1.° per le colline di traſporto, 2.° per eſſere le piogge una naturale conſeguenza di un grande ſconcerto d' equilibrio nelle acque, 3.° per la ſituazione ſinuoſa degli sbocchi della maggior parte de' grandi fiumi. Sul primo genere di pruove io devo avvertire che quello è appoggiato ad oſſervazioni, che finora mi ſi preſentarono in pochi ſiti, tra quali ſono quelli da me indicati nel §. XLVII. In ogni modo io ne feci uſo come ſe generalmente ſi trovaſſero ſimili colline in molte altre parti del globo, in quanto che queſte oſſervazioni, ſebbene ſieno parziali pel locale, pure nella cagione equivalgono ad oſſervazioni generali. Perciocchè ſembra, che acque tanto dirotte, quali dovettero eſſere quelle che fecero gli indicati traſporti, non poſſano avere agito ſe non in occaſione di un generale ſconcerto di forze; e tanto più, quanto che eſaminando il locale trovaſi, che tra quelle materie di traſporto originarie ed i monti, d'onde eſſe derivarono, ſono frappoſte profonde valli, che dovettero eſſere ſcavate da grandi ſconvolgimenti di acque: e che inoltre quelle colline formano lungo le valli ſteſſe altrettante frontiere, le quali non eſſendo dirette verſo i monti originarj indicano di non eſſere provenute da ſemplici torrenti, che ſieno derivati dai monti medeſimi.

LXXXVII. L'avere io confermata con due altri validi argomenti l'azione delle piogge nell'inondazione generale dà alle accennate mie oſſervazioni ſulle colline di traſporto un diritto maggiore per eſſere valutate; ed io non dubito che ſia per trovarſi una ſimile ſtruttura di colline in molti altri ſiti, quando diligenti oſſervatori ſi occupino ſu tale oggetto. Forſe di tal natura ſono le pendenze, che ſalendo dall'Ingria all'alto della Ruſſia incontranſi formate di terre depoſitate miſte con maſſi di granito, tra' quali ſe foſſervi ſtati anche maſſi calcarei, non ſarebbero ſtati ommeſſi dall' oculatiſſimo *Pallas* nella deſcrizione che ce ne dette. Della ſteſſa natura poſſono pure eſſere alcune di quelle montagne di traſporto ſituate ne' Pirenei compoſte di terre, e di maſſi di granito; tra i quali il Sig. *Barone de la Peirouſe* aſſicura, che quaſi mai non ſi trova pietra calcaria (Sur les mines de fer Notes pag. 332.)

PROPOSIZIONE VII.

Le acque inondatrici dovettero in breve tempo, che potette eſſere non maggiore di 40 giorni, elevarſi dal mare preſente ſino ſopra le più alte montagne, e per ritirarſi al preſente livello non era neceſſario un tempo maggiore di un anno.

LXXXVIII. Nell'antecedente propoſizione abbiamo provato, che le acque inondatrici non potettero dal livello preſente del mare giugnere ſino alle più alte cime, ſe non intervenendo anche l'azione di forze impellenti, che dalle caverne

verne ſotterranee le elevaſſero: delle quali forze abbiamo grandioſi eſempj nelle eruzioni vulcaniche, le quali talora portano anche acqua a grandiſſime altezze. Eſaminiamo pertanto le circoſtanze meccaniche, con cui tali forze agiſcono. Per facilità aſſumiamo, che le eruzioni aveſſero la loro origine ad una profondità di 1000 teſe al diſotto del livello preſente del mare. Eſſendo la maſſima altezza dei monti 3220 teſe, l' elevazione, a cui la forza avrà dovuto ſpingere le acque, ſarà di 4220 teſe, oſſia di piedi 25320. Per render la coſa più intelligibile cerchiamo quanta velocità, e quanto tempo ſarebbe richieſto ad una forza per ſpingere un piede cubico di acqua all' indicata altezza. Dalle note formole del moto uniformemente accelerato noi troviamo che la velocità dovrebbe eſſere di 1200 piedi, ed il tempo di 41 minuti ſecondi. Così dunque in meno di un minuto primo potette, anzi dovette eſſere portato un piede cubico di acqua a quell' altezza per l' azione di un impulſo. Ma quel piede cubico per la gravità ſarebbe ricaduto nello ſteſſo tempo di 41″, ſe non foſſe ſtato ſoſtentato da una forza continuamente agente. Poſta l' inondazione, il ſoſtentamento fu operato da altr'acqua ſottopoſta, la quale parimenti dovette eſſere portata, e ritenuta in alto da forza ſotterranea. Immaginiamo dunque, che ſu tutta l' altezza di 25320 piedi ſorga una colonna d' acqua, la cui baſe ſia di un piede quadrato; ed alla cui cima eſiſta l' accennato piede cubico, e così avremo il ſoſtegno sì di queſto all' accennata altezza, come pure degli altri piedi cubici d' acqua contenuti in quella colonna a diverſe altezze ſucceſſivamente minori. Queſta colonna però non poteva eſſere elevata ſe non da una forza impellente molto maggiore di quella, che abbiamo trovata ſufficiente per portare in alto un ſolo piede cubico d' acqua. Allo ſcopo preſente non ſerve il calcolare tal forza; e ci baſterà notare, che quando queſta colonna foſſe ſtata elevata tutta inſieme da una forza impellente iſtantanea, queſta avrebbe bensì dovuto eſſere aſſai maggiore della calcolata; ma però il tempo per elevarla avrebbe dovuto eſſere ancora di 41″ anche nel caſo che la colonna aveſſe una baſe molto più ampia dell' accennata. Solo per mantenere la colonna ſteſſa alla medeſima altezza per un dato tempo per eſempio di 15 giorni ſarebbe ſtato neceſſario, che la forza medeſima ſi manteneſſe coſtante per altrettanto tempo.

LXXXIX. La baſe delle cavità della ſuperficie terreſtre è quaſi tre quarti della baſe dei continenti, cioè forma circa una ſuperficie di 19000000 di leghe quadrate. Se noi intendiamo, che ſu tutta queſta ſuperficie agiſſero forze ſotterranee atte a ſpingere l' acqua all' altezza ſopraindicata di 25320 piedi, il globo ſarebbe ſtato inondato preſs' a poco in 41″. Ma non è veriſimile, che le forze impellenti abbiano agito ſu tutta quella eſtenſione, e l' una contemporaneamente all' altra; ed a ben conſiderare eſſe non dovettero eſercitare la loro azione ſe non in quella eſtenſione che formava le aperture di comunicazione tra le caverne ed i mari. Poniamo pertanto, che queſte aperture in tutto formaſſero una ſuperficie ſoltanto di 400 leghe ripartite in diverſe regioni del globo. Dividendo per 400 la ſuperficie di 19000000 di leghe, ſi avrebbe 47500 per quoziente, il quale proſſimamente indicherebbe il numero delle eruzioni richieſte per inondare tutto il globo a quella altezza, alla quale le acque ſono portate in 41″ da ogni eruzione. Ora il tempo di 40 giorni equivale a 3456000″ e dividendolo per 41″ ſi avrà 84292 per quoziente, dal quale vedeſi, che in 40 giorni poteva, e doveva intervenire un numero delle indicate eruzioni quaſi doppio di quello, che era neceſſario per la totale inondazione. Il tempo pertanto di 40 giorni era più che ſufficiente al diviſato effetto, e tanto più ſe colle forze impellenti concorrevano anche le attraenti, da cui derivavano le piogge. Se io dunque aſſumo, che dentro l' indicato tempo ſiaſi compita l' inondazione, ciò è conforme alla natura delle forze che dovettero agire; altronde la coſa ſarà più preciſamente provata quando tratterò della cagione che miſe in azione le forze medeſime.

XC. Affinchè le forze impellenti produceſſero l' indicata inondazione doveano ſuperare la forza di gravità dell' acqua. Quindi col ceſſare o col diminuirſi delle medeſime la gravità dell' acqua dovette prevalere, e ſe eſſa foſſe ſtata libera ſi ſarebbe abbaſſata in aſſai breve tempo fino al precedente livello, cioè in meno di un minuto. Ma la ricaduta oſſia il ritiro della medeſima avea più oſtacoli oſſia ritardi. Primamente le aperture, per cui doveano ſcendere nelle caverne, erano, come già indicai, limitate ad un certo numero: onde la ſuperficie terreſtre inondata era quaſi nello ſteſſo caſo di un grande ricettacolo d'acqua, che deve vuotarſi per un dato numero di determinate aperture. Inoltre nel concorrere l'acqua alle aperture ſteſſe dovette ſoffrire molte reſiſtenze per le ineguaglianze montuoſe della ſuperficie, per l'incontro di correnti oppoſte, e per molte altre cagioni. Atteſa la moltiplicità dei ritardi e della indeterminazione dei dati, vano conſiglio ſarebbe il tentare di calcolare coi principj meccanici il tempo preciſo della ceſſazione dell'inondazione. Ma ben poſſiamo provare che alle acque inondatrici un anno era più che ſufficiente per produrre ſulla ſuperficie terreſtre tutte le variazioni, che ora ſi riconoſcono come effetti di una generale inondazione; e quando queſto ſia provato, ſarebbe inutile coſa il volere, che vi abbiano fatta una più lunga permanenza. Gli effetti da ſpiegarſi ſi riducono a due capi, cioè alla quantità della materia, e maſſime calcarea dalle acque traſportata, e depoſitata; ed alla grande diſtanza, a cui certi corpi furono traſportati. Il primo oggetto, ſiccome riduceſi alla ſpiegazione di certi fenomeni geologici, così ſarà trattato a ſuo luogo, cioè nel Capo VIII, e maſſime all' Articolo VII. L' altro oggetto poichè è comune a molti fenomeni, io per maggior brevità lo dichiarerò in queſto luogo. Nella Siberia, nella Toſcana, ed in altri ſiti trovanſi ſpoglie di elefanti che dovettero eſſere traſportate da climi caldi, in cui ſoltanto vivono, e ſi moltiplicano. Così pure in altre regioni trovanſi conchiglie, ed altri corpi organizzati, i quali ſono proprj di altre regioni aſſai rimote. Queſti ed altri corpi eſotici ai ſiti, ove ora ſi trovano, vi dovettero eſſere traſportati dalle acque inondatrici. Cercaſi pertanto come dentro un anno abbiano potuto giugnere a tanta diſtanza. Il problema è toſtamente ſciolto. L' inondazione fu accompagnata da molte rapide correnti, dalle quali furono fatti que' traſporti. Le mediocri potevano avere almeno una velocità di una lega per ora, come anche al preſente oſſervaſi in mare. Tutto il giro della terra è di leghe 7200, ed un anno contiene 8760 ore. Per lo che è manifeſto, che in tal tempo ſi potè fare abbondantemente qualunque lontaniſſimo traſporto. Se noi voleſſimo determinare quello degli elefanti in Siberia, lo potremmo fare facilmente aſſumendo che vi ſieno pervenuti dall' Aſia da una diſtanza, che può eſſere al più di 30 gradi, oſſia di 600 leghe. Ritenendo nella corrente ſoltanto una lega per ora troveremo, che in ſoli 25 giorni dovette intervenire l'accennato traſporto.

CAPO VI.

Sulla corriſpondenza dei ſingoli fenomeni geologici colla ſtraordinaria, e breve inondazione più ſopra determinata.

XCI. Già fu da me provato 1.° che la terra fu generalmente inondata ſino alle più alte cime, 2.° che tale inondazione non fu permanente a lungo tempo, e che perciò dovette eſſere ſtraordinaria, e di breve durata, 3.° che le circoſtanze da me aſſunte per determinare i dati di una ſtraordinaria, e breve inondazione ebbero realmente luogo. Quindi ſembra non doverſi più altro richiedere per decidere che realmente tutti i fenomeni geologici, che ora ſi riconoſcono prodotti da acque inondatrici, ſieno provenuti dall' inondazione da me aſſunta. Io però per mettere la coſa in più chiaro lume prenderò inoltre a provare, come con eſſa ſi ſpieghino i ſingoli fenomeni geologici aſſai più felicemente, che con una permanente inondazione, o con altra qualunque ipoteſi: il che ſervirà di confermazione alle propoſizioni già ſtabilite e di ſoluzione alle difficoltà, che altri potrebbe opporre. Queſto richiede, che io partitamente eſamini ciaſcuno dei principali fenomeni: il che farò dividendo queſto capo in altrettanti articoli.

ARTICOLO I.

Su diverſi corpi organizzati eſotici ai climi, in cui ora ſi trovano foſſili.

XCII. Tra le circoſtanze dei corpi organizzati foſſili, che fiſſano l'attenzione dell'oſſervatore, una è, che in molte regioni ſe ne trovano ſpecie, le quali non potettero nè viverci, nè moltiplicarviſi. Taluno attribuiſce tal fenomeno ad accidentali, e parziali traſporti; ma a queſta opinione ſi oppone la grande copia che trovaſi in certi ſiti, e la moltiplicità dei luoghi, in cui ſi trovano. Qual accidente parziale potè mai ſeppellire nella fredda Siberia quella copia d'elefanti, i cui ſoli denti già da molto tempo forniſcono per l'avorio un non indifferente commercio? O quale altro potè traſportare quella quantità di piante, che il Sig. *Juſſieu* (*a*) trovò impreſſe nella montagna a S. Chaumont nel Lionneſe, e che riconobbe come proprie delle Indie Orientali, e dei climi caldi dell' America? Pensò altri, che queſti corpi eſotici foſſero un argomento di una mutazione dei climi. Ma queſta opinione fu già da me dimoſtrata del tutto vana (Capo III.), e per tale ſempre più apparirà, quando parlerò in particolare degli elefanti, e rinoceronti ſeppelliti nella Siberia.

XCIII. Chi conſidera il fenomeno colle circoſtanze, da cui è accompagnato, non può a meno di riconoſcere in eſſo una pruova di ſtraordinaria, e breve inondazione. Ciò io ſpecialmente proverò nell' articolo ſeguente, ed in queſto io ſolo rifletterò primamente, che le piante eſotiche di S. Chaumont ſono tutte diſpoſte nello ſteſſo ſenſo. Tal circoſtanza moſtra, che furono da altri climi traſportate per mezzo di una corrente. Ora queſta non poteva formarſi ſe non in una grande inondazione. Tal inondazione non poteva eſſer permanente, e tranquilla: perciocchè grande tempo ſarebbe ſtato richieſto per giugnere le piante ſino nella Francia; ed in queſto tempo ſi ſarebbero alterate, e putrefatte, o almeno dai venti, e dai diverſi movimenti del mare ſarebbero ſtate qua e là diſperſe, sì che non mai avrebbero potuto depoſitarſi unite come ora ſi trovano. Convien dunque dire che l'inondazione ſia ſtata ſtraordinaria; e nella rapidità delle prime acque agenti ſulla terra ferma abbiamo la cagione, per cui ſieno ſtati diſtrutti molti boſchi, ſtaccati dagli alberi i ramoſcelli, e ſradicate dal terreno molte piante; in una ra-

---

(*a*) Ac. R. de Sciences an. 1723.

pida corrente, da cui ne fu traſportata una porzione, abbiamo pure la cagione, per cui molte giunſero in buono ſtato al ſito, ove ora ſi trovano depoſitate. Una ſimile argomentazione vale pei peſci eſotici, ed altri corpi organizzati, i quali galleggiano ſulle acque.

XCIV. Potrebbe altri opporre, che ſe le correnti foſſero ſtate tanto rapide, i corpi da eſſe traſportati ſi ſarebbero tra loro urtati, e guaſtati, sì che non potrebbero trovarſi sì bene conſervati, come molti ſi trovano. A che è da riſpondere, che per diverſe cagioni molti veramente ſi trovano mal conſervati; ma la rapidità delle correnti poco o nulla dovette concorrere a tal effetto. Perciocchè quando una certa quantità di corpi è entrata in una corrente, eſſi vanno con una velocità comune, conſervando la loro ſituazione o diſtanza relativa; che ſe pure mutandoſi la velocità in qualche ſito, eſſi ſi vengono a toccare, l' urto è proporzionale soltanto alla differenza delle velocità dei due corpi, che ſi vengono a toccare, la qual differenza non potè eſſere che aſſai piccola, e perciò l'effetto non dovette eſſere conſiderabile.

XCV. Non è qui da ommettere, che molti dei corpi organizzati foſſili, che altri riguardò come eſotici, talora non lo ſono; e nel numero di queſti ſono forſe da annoverare anche le piante di S. Chaumont eſaminate dal Sig. *Juſſieu* altronde eccellente Botanico. In ogni modo però quei corpi organizzati foſſili, che non poſſono eſſere ſoggetti a tal dubbio, e le circoſtanze, che accompagnano anche i dubbioſi, ſono ſufficienti a ſtabilire anzi una ſtraordinaria, che una permanente inondazione. (V. il §. CIII.)

ARTICOLO II.

Sugli elefanti, ed altri grandi animali terreſtri, che trovanſi foſſili maſſime nella Siberia, ed in particolare ſul rinoceronte colà trovato ancora coperto di ſua pelle.

XCVI. Il fenomeno, che ora prendo a ſpiegare, è un vortice, in cui l'ipoteſi di una permanente inondazione viene ſconvolta in ogni ſua parte, e vi rimane del tutto ſobbiſſata. L'oſſervazione di quello, che preſentaſi nella Siberia,

merita di eſſere enunciata colle parole del grande oſſervatore, e ſommo Naturaliſta il Sig. *Pallas*. Alla pag. 38 *Obſervations ſur la formation des montagnes* così ſcrive ,, Dans
,, ces mêmes dépôts ſableux, et ſouvent limoneux giſſent les
,, reſtes des grands animaux de l' Inde, ces oſſemens d' eléphans,
,, de rhinoceros, de bufles monſtrueux, dont on deterre
,, tous les jours un ſi grand nombre et qui ſont l' admiration
,, des curieux. En Sibérie ou l' on a découvert le
,, long de preſque toutes les rivières ces reſtes d' animaux
,, étrangers, et l' yvoire même bien conſervé en ſi grande
,, abbondance, qu' il ſorme un article de commerce, en Siberie,
,, dis je, c' eſt auſſi la couche la plus moderne de limon
,, ſabloneux qui leur ſert de ſépolture, et nulle part
,, ſes monumens étrangers ſont ſi fréquens qu' aux endroits ou
,, la grande chaine, qui domine ſur tout la frontiére méridionale
,, de la Sibérie, offre quelque depreſſion, quelqu'
,, ouverture conſiderable.

,, Ces grands oſſemens epars, tantôt entaſſés par ſquelettes,
,, et même par hécatombes, conſidéres dans leurs ſites
,, naturales, m' ont ſurtout convaincu de la réalitè d' un déluge
,, arrivé ſur notre terre, d' une cataſtrophe dont j' avoue
,, n' avoir pû concevoir la vraiſemblance avant d' avoir parcourru
,, ces plages, et vû par moi-même tout ce qui peut
,, y ſervir de preuve à cet événement mémorable. Une infinité
,, de ces oſſemens couchés dans des lits mêlés de petites
,, tellines calcinées, d' os de poiſſons, de gloſſopétres, de
,, bois chargés d' ocre ecc. prouve déja qu' ils ont été tranſportés
,, par des inondations. Mais la carcaſſe d' un rhinoceros
,, trouvé avec ſa peau entiére, des reſtes de tendons,
,, de ligamens, et de cartilages dans les terres glacées des
,, bords da Viloûi, dont j' ai dépoſé les parties les mieux
,, conſervées au Cabinet de l' Académie, forme encore une
,, preuve convainquante, que ce devoit étre un mouvement
,, d' inondation des plus violens, et des plus rapides, qui
,, entraina jadis ces cadavres vers nos climats glacés avant
,, que la corruption eut le téms d' en détruire les parties
,, molles. Il ſeroit à ſouhaiter qui un obſervateur parvint
,, aux montagnes qui occupent l' éſpace entre les fleuves Indighirka
,, et Kolima ou, ſelon le raport des chaſſeurs, de

„ ſemblables carcaſſes d'eléphans et d'autres animaux giganteſques, encore revetues de leurs peaux, ont été remarquées à pluſieurs repriſes. „

XCVII. Niſſuno ignora, che gli elefanti, ed i rinoceronti ſono animali proprj ſoltanto di climi caldi, e che la Siberia è ora di clima freddiſſimo, come ho provato (Cap. III.), che doveva eſſere anche prima dell' inondazione. Altronde trovandoſi le ſpoglie di queſti animali miſte con conchiglie di mare è chiaro, che eſſi furono depoſitati da acque inondatrici miſte colle marine. Ritenuti queſti dati, conviene per la ſpiegazione del fenomeno trovare la cagione che unì tanta copia di quegli animali nel loro ſito natale, poniamo nell' Aſia; quella che li tenne uniti nel traſporto dall' Aſia fino in Siberia; quella finalmente, per cui uniti, e ben conſervati furono depoſitati ſu una data ampiezza di queſta regione. Inoltre nei rinoceronti di freſca conſervazione deveſi anche aſſegnare la cagione, per cui ſienſi così conſervati. Nella inondazione da me aſſunta tutte queſte cagioni toſto ſi preſentano. Nella prima eſcreſcenza delle acque queſti animali ſi rifugiarono alle alture, ove perciò molti ſi trovarono uniti da diverſe parti. Da una corrente delle acque maggiormente creſciute furono contemporaneamente annegati; e vennero unitamente traſportati in quanto che i corpi entrati in una corrente vi ſogliono rimanere finchè vengano depoſitati; o ſe da qualche altra corrente vengono rapiti, in queſta pure ſogliono rimanere uniti. Venendo inoltre ſeppelliti in climi freddi, ed in terreni che dopo l' inondazione dovettero preſtamente divenir gelati, potettero ben conſervarſi ſino a' noſtri tempi. Così dunque ſi ſpiega come le loro ſpoglie ſi trovano ora unite, e ben conſervate. Dalle circoſtanze locali notate dal *Pallas* noi poſſiamo inoltre verificare l' eſiſtenza di tali correnti, e l' epoca dell' inondazione, in cui tali ſcheletri furono depoſitati. Oſſerva egli, che colà maſſimamente ſi trovano, ove è qualche depreſſione, o qualche conſiderabile apertura verſo il mare: e noi ſappiamo, che nelle inondazioni le correnti ſi formano generalmente verſo i ſiti più baſſi. Di più eſſendoſi depoſitati in que' ſiti, in cui eranvi correnti, ed altronde dovendo que' corpi eſſere quaſi galleggianti, convien dire che le acque al tempo che furono depoſitati, foſſero già di molto abbaſſate, e che foſſero poco più elevate dei ſiti, in cui ſi trovano tali depoſiti, cioè conviene che l' inondazione foſſe verſo il ſuo termine, giacchè quelli ſono poco elevati ſul livello del mare.

XCVIII. Cerchiamo ora la cagione della freſca conſervazione del rinoceronte. Queſto animale avendo un duro cuojo per pelle avrebbe potuto ſtare ben anche un anno immerſo nelle acque ſenza putrefarſi, e tanto più ſe per accidente ſi foſſe trovato in acqua miſta a molta terra. La natura pertanto dell'animale ci ſomminiſtra facilmente il motivo, per cui ſiaſi conſervato nel traſporto dell' inondazione ſino nella Siberia; e nel clima Siberico combinato con qualche altra circoſtanza accidentale avremo il motivo, per cui ſiaſi in parte conſervato freſco ſino a noi. Terminata che fu l'inondazione, le acque ſi ritirarono al preſente livello, ed i climi rimaſero preſs'a poco com'erano per innanzi (Capo III.). Al preſente il clima Siberico è così freddo che anche il terreno rimane gelato la maggior parte dell' anno ad una conſiderabile profondità; altronde è noto, che il ghiaccio preſerva per lunghiſſimo tempo dalla putrefazione gli animali. Tutto ciò ci viene atteſtato per rapporto alla Siberia anche dal Sig. *Braun*, il quale nell'eſpoſizione delle oſſervazioni fatte ſopra luogo dal *Ch. Gmelino* così ſcrive „ *In diverſis Siberiæ locis inſigne frigus regnare ſolet, ita ut terræ* „ *ad exiguam tantum profunditatem tempore æſtivo regelentur*, „ *& corpora ſepulta putreſcere non ſoleant* „ (*Act. Acad. Petr. tom. VI an.* 1741). Se dunque per qualche accidente l' accennato rinoceronte fu ſeppellito in ſito, in cui o per la caduta di più copioſe nevi, o per altra cagione ſi ſieno più preſtamente che altrove formati de'ghiacci, eſſo potè conſervarſi per lungo tempo abbaſtanza freſco: ed eſſendo di poi recentemente ſcoperto per le intervenute rimozioni delle materie, che lo coprivano, potè preſentare ancora alcuna delle ſue parti in quello ſtato di freſchezza che dallo ſteſſo *Pallas* fu riconoſciuto (Tom. XVII. Nov. Act. Petropol.).

XCIX. Ecco dunque ſpiegato coll' inondazione da me aſſunta ciò, che ſarà ineſplicabile in altre ipoteſi. Paragoniamo la noſtra ſpiegazione colla più celebre ipoteſi, che è quella del Conte di *Buffon*. Spiega egli la grande quantità degli accennati ſcheletri foſſili col dire, che per antico la Siberia aveva un clima aſſai più caldo, e che fu la prima abitazione degli elefanti, e di altri animali terreſtri di caldo clima. Poniamo per un momento, che la Siberia foſſe ſtata tanto calda, e che vi ſuſſiſteſſero tali animali, come ora ſuſſiſtono nell' Aſia, e nell' Africa. Gli animali che muojono in tali climi, e che rimangono eſpoſti ſulla ſuperficie della terra, preſtamente ſi putrefanno, o divengono paſcolo delle fiere, e le loro oſſa rimangono qua e là ſparſe per una vaſta ſuperficie, ove ſucceſſivamente ſi vanno riſolvendo in terra per eſſere continuamente eſpoſte alle ingiurie dell' àtmosfera. Come dunque ſi potettero conſervare freſche alcune parti del rinoceronte? o come potettero rimanervi ſino a noi tante ſpoglie di quegli animali? e quelle ben conſervate? Di più ſe intanto ora ſi trovano nella Siberia i loro ſcheletri, in quanto che ci viſſero, dovette la Siberia, alloraquando morirono, eſſere a ſecco, giacchè queſti animali non vivono nell' acqua. Come dunque ſi trovano ora ſeppelliti, e tra mezzo a conchiglie marine? Queſto prova manifeſtamente o che non viſſero nella Siberia, o che dopo eſſere morti intervenne una ſtraordinaria inondazione, che alzò le acque marine, e le portò ſino ſopra la Siberia. Così dunque chi vuole, che gli elefanti abbiano vivuto nella Siberia, deve ancora ammettere una ſtraordinaria inondazione. Ma, ammeſſa queſta, deve poi concedere, che le oſſa al preſente eſiſtenti nella Siberia non ſono di animali, che ci abbiano vivuto prima della inondazione. Perciocchè quand' anco vi foſſero ſtate ſparſe ſulla ſuperficie della Siberia, le acque decorrenti le avrebbero traſportate altrove. Quando in un dato ſpazio ſia intervenuta una inondazione, e vi ſi trovano materie mobili per l' azione di eſſa, non ſi erra aſſerendo, che quelle vi furono traſportate da ſito lontano da quello in cui ſi trovano.

C. Vedeſi pertanto come non avvi una plauſibile ſpiegazione di tal fenomeno, ſe non riducendoſi a dire che le oſſa foſſili della Siberia non ſono di animali originarj di quella regione, e che quelle vi pervennero per una ſtraordinaria inondazione.

CI. Nè varrebbe il dire che nel tempo, in cui furono ſeppelliti quegli ſcheletri, l' inondazione era bensì permanente, ma ſoltanto ſino ad una certa elevazione così che gli elefanti potevano allora abitare le alte cime, e da queſte poi per mezzo dei ſiumi potettero eſſere traſportate le oſſa nel mare allora ſottopoſto alle cime ſteſſe, ed eſſere nel ſuo fondo ſeppelliti. A queſto riſugio certamente opponeſi l'ottimo ſtato di conſervazione, in cui ſi trovano maſſime i denti canini degli elefanti, i quali ſono in gran parte interi, e forniſcono un ottimo avorio. Se gli ſcheletri foſſero ſtati traſportati dalle acque decorrenti per le pendenze dei monti, certamente ſi ſarebbero ſpezzati urtando contro ai ſaſſi, che formano il letto, e le ſponde dei torrenti montuoſi. Oltre a che ſiccome non è credibile che appena morti foſſero traſportati dalle acque, così dovettero rimanere eſpoſti alla ſuperficie della terra per un tempo ſufficiente ad alterarne maſſime i denti eburnei; e finalmente eſſendo rimaſti ſeppelliti in fondo marino, colà pure doveano alterarſi. In ſomma queſto fenomeno non ſi può ſpiegare ſe non aſſumendo che da rapida morte furono ſorpreſi quegli animali, e da rapida cagione furono ſeppelliti in un terreno atto ad impedirne la ſcompoſizione, com' è quello della Siberia: il che non può ottenerſi ſe non coll'inondazione da me aſſunta.

CII. Sulle coſe eſpoſte gioverà far due riflеſſioni, cioè 1.° che i denti d'elefanti, ed il rinoceronte di freſca conſervazione provano, che quando furono ſeppelliti quegli animali, già il clima Siberico era aſſai freddo cioè atto a tener ghiacciato il terreno almeno per la maggior parte dell'anno. 2.° che non poteva agghiacciarſi il terreno ſe non quando il mare foſſe ſtato di livello inferiore a quello del terreno che loro ſerve di ſepolcro: il che altronde è provato da ciò che poc' anzi eſpoſi: d' onde appare che ſiccome quel terreno, per quanto rilevaſi dalle oſſervazioni Barometriche (Act. Petr. an. 1761 pag. 486), è elevato ſul livello preſente del mare ſoltanto teſe 100 in circa; così il mare dovette dopo l'inondazione eſſere preſs'a poco al livello, in cui ora ſi trova; le quali due riflеſſioni ſervono di confermazione a ciò, che ho ſtabilito nel §. LV.

CIII. La ſpiegazione da me data alla grande copia delle oſſa di animali di climi eſotici, che ora ſi trovano in Siberia, vale anche per altri ſiti, in cui oſſervaſi un ſimile fenomeno. Anche la grande quantità di oſſa d' altri animali terreſtri, benchè non ſieno eſotici alle regioni, nelle quali ſi trovano foſſili, è un' altra circoſtanza che non può intenderſi, ſe non aſſumendo, che una ſtraordinaria eſcreſcenza di acque abbia rapidamente annegati gli animali ſparſi ſu di una vaſtiſſima eſtenſione della ſuperficie terreſtre, e che gli abbia traſportati, e ſeppelliti, ove ora ſi trovano le loro ſpoglie: il che importa l' inondazione ſtraordinaria da me aſſunta. Alcuni dei luoghi, ove trovanſi tali ammaſſi, furono già da me indicati nel §. LXXIV; e qui aggiugnerò, che ſecondo le oſſervazioni di *Fortis* (Giorn. Ital. t. 7. pag. 158) in tutto l' Illirico lungo le coſte della Dalmazia, e per le iſole ſino al mare Jonio, e all' Arcipelago giacciono oſſa foſſili umane, e belluine. Ed è pure da notare, che queſte ſpoglie foſſili di animali terreſtri ſogliono eſiſtere ſoltanto a piccole elevazioni ſul livello del mare: il che ci dà argomento da dire, che nella ſtraordinaria inondazione furono traſportati, e depoſitati da torrenti terreſtri provenuti da dirotte piogge, prima che le acque marine ſi elevaſſero a maggiori altezze. Certamente ſe queſti depoſiti foſſero intervenuti allorachè le acque già erano giunte a molta elevazione, dovrebbero eſſerſi formati anche ad altezze maggiori di quelle, in cui ſi trovano, e ciò tanto più avrebbe dovuto accadere ſe l' inondazione foſſe ſtata permanente a lungo tempo nelle elevazioni da altri ſuppoſte.

ARTICOLO III.

Sui peſci impietriti, o foſſili, e maſſime ſu quelli che trovanſi nel monte Bolca.

CIV. Uno ſtrano fenomeno offrono all' oſſervatore alcuni monti, i quali racchiudono nel loro ſeno le impreſſioni di deciſi peſci; e tra quelli è ſingolare il monte Bolca ſituato nel territorio Veroneſe, da cui la curioſità dei Naturaliſti già da qualche ſecolo ne ſcavò un' immenſa copia, e tuttavia vi trova da ſoddisfarſi. In queſto monte i peſci eſiſtono in una pietra calcarea bituminoſa e gialliccia, la quale ſi sfende a ſtrati, e nei due piani oppoſti della sfenditura aperta preſenta metà per parte il peſce compito, e sì ben conſervato, che ſenza ambiguità ſpeſſo ſe ne può riconoſcere la ſpecie. Molti ſono della ſteſſa ſpecie con quelli, che vivono nel Mediterraneo, ma molti pur anco ſono proprj dell'Oceano Americano, e dell'Aſiatico, come appare dall'erudito Indice pubblicato dal Sig. *Bozza*. Coi peſci talora ſono miſti anche diverſi ramoſcelli di piante terreſtri, o piuttoſto le loro impreſſioni. Vengano ora i ſoſtenitori di una permanente, e tranquilla inondazione, e ſi provino a ſpiegare con queſta la grande quantità, e varietà di peſci accumulati in un piccolo tratto di queſto monte (*a*), la conſervazione della loro figura, la miſchianza con peſci eſotici, e con piante terreſtri. Eſſi devono dire, che le materie coſtituenti queſto monte furono tranquillamente depoſitate in una lunga ſerie di ſecoli. Ma come potè uno ſteſſo ed anguſto ſito divenire lentamente il ſepolcro di tanti, e sì varj peſci? I peſci quando muojono vengono a galla dell'acqua, e vi divengono preda di animali o marini, o anche terreſtri, oppure qua e là ſparſi vi ſi putreſanno, e tanto più preſtamente in quanto che l'acqua marina accelera la ſcompoſizione delle ſoſtanze animali. Che ſe vanno al fondo, colà pure o ſi ſcompongono, o da altri animali vengono conſunti. Dunque una lunga permanenza di acque non ſolo non trova verun appoggio nei peſci foſſili, ma anzi viene da queſti del tutto roveſciata. Per contrario una rapida, e ſtraordinaria inondazione ſpiega felicemente tutte le circoſtanze di sì grande fenomeno, e ſenza di quella eſſo è ineſplicabile. I peſci così come altri animali acquatici allo ſconvolgerſi delle acque cercano di ritirarſi nei ſiti più tranquilli; ed allora ſi trovano in molta quantità uniti anche da lontaniſſime parti peſci di genere, e di climi molto diverſi. I luoghi di una certa tranquillità in quell'univerſale ſconvolgimento delle acque dovettero eſſere pochi; epperò in uno ſteſſo, e piccolo tratto di mare facilmente potette concorrere una grande copia di peſci sì dal mare Europeo, co-

---

(*a*) Il Sig. *Vincenzo Bozza* nell' Opuſcolo della univerſale rivoluzione ci aſſicura, che la Cava di queſti Peſci del Bolca non oltrepaſſa la lunghezza di cinquanta paſſi geometrici.

me dall'Oceano Americano ed Aſiatico. Così dunque negli ſconvolgimenti della ſtraordinaria inondazione abbiamo la cagione, per cui ſi unirono in piccolo ſpazio tanti peſci, e di ſpecie molto diverſi che non ſogliono vivere negli ſteſſi tratti di mare. In una torbida corrente, che ſorpreſe queſti peſci così attruppati, abbiamo inoltre la cagione, per cui furono traſportati unitamente ſino a quel luogo dove furono depoſitati. Tale depoſito ſi fece unitamente colle terre, e con altre materie entrate nella corrente, ed eſſendo così ſtati ſeppelliti o vivi, o non molto dopo la loro morte potettero conſervare la loro figura perdendo ſoltanto la ſoſtanza carnoſa, la quale ſi diffuſe per la terra ſteſſa che l' involgeva, e che di poi ſi conſolidò in pietra.

CV. La miſchianza di corpi eſotici, ed indigeni unita a qualche altra circoſtanza forniſce gli indizj per riportare queſti depoſiti ad una certa epoca dell' inondazione: cioè a dire trovando noi queſti corpi eſotici abbiamo da dire, che i depoſiti ſi fecero dappoichè già le acque erano molto creſciute, ed era paſſato tanto tempo quanto baſtaſſe per giugnere da altri climi que' corpi. Di più vedendo tali depoſiti ſtratificati dobbiamo riportarli all'epoca terza, in cui le acque ſi andavano ritirando. Eſſendo del tutto naturale che verſo quei ſiti, ove ſi facevano que' traſporti e depoſiti, concorreſſero da diverſe parti altre correnti cariche di corpi di altra qualità, abbiamo quindi la cagione, per cui coi peſci marini ſi trovino miſti anche vegetabili terreſtri, peſci eſotici di acqua dolce, e ſimili; le quali circoſtanze atteſtano inoltre che il tutto intervenne per una inondazione che ſi ſtendeva anche ſui continenti.

CVI. Potrebbe alcuno dire che il Bolca fu vulcanico, e che per una ſtraordinaria eruzione intervenuta nella permanente inondazione ſieno ſtati morti, e ſeppelliti que' peſci che vi ſi trovano; ed a confermazione di queſta opinione potrebbe aggiugnere, che molti vi hanno riconoſciute pietre vulcaniche, e che altronde ſi hanno eſempj di vulcani ſottomarini che agirono anche ne' tempi più vicini a noi, producendo la morte de' peſci eſiſtenti nei loro contorni. Io volentieri concederò, che un vulcano ſottomarino poſſa in una permanente inondazione ſeppellire una certa copia di peſci, e neppure negherò che il Bolca preſenti pietre vulcaniche; ma ſoſtengo, che ſe in queſto monte, mentr'era ſott'acqua, agì un vulcano per ſeppellire i corpi organizzati che ora ſi trovano, l'azione intervenne in tempo della ſtraordinaria inondazione che ho aſſunta. Se il vulcano aveſſe agito durante una tranquilla permanenza di acque, non avrebbe potuto involgere nelle ſue eruzioni ſe non quei generi di corpi, che trovavanſi nel ſuo circondario. Ora eſſendo il Bolca di poca eſtenſione, non potevano allora nel ſuo circondario trovarſi che pochi generi di peſci, giacchè ſappiamo che i diverſi generi ſogliono abitare in diverſi tratti di mare, abbenchè ſieno proprj dello ſteſſo clima. Come dunque nel Bolca vennero ad eſſere ſeppelliti inſieme i ſgombri, i luci, gli ſquali, le morene, ed altri molti generi proprj del mare Europeo? Di più, come vi ſi trovano miſchiati anche vegetabili terreſtri, e molti generi di peſci del tutto eſotici, la cui abitazione è diſtante dal Bolca molte centinaja di leghe? che ſe vi ſono, come realmente vi ſi vedono, convien dire che vi ſieno ſtati traſportati da qualche corrente di ſtraordinaria inondazione. Nè ſi può replicare che anche in tranquilla permanenza di mare potevano intervenire tali traſporti. Perciocchè queſti in tale ipoteſi ſarebbero ſtati lenti, come ſono quelli, che ora nei mari talora intervengono, e perciò que'corpi organizzati ſi ſarebbero putrefatti, e queſti, e maſſime gli eſotici. Se dunque ſono ben conſervati, è da dire che il traſporto fu di una rapidità tale da non poterſi derivare ſe non da una ſtraordinaria inondazione. Aggiugneſi, che la pietra racchiudente tali peſci non è certamente vulcanica, eſſendo una marna bituminoſa, ed inoltre diſpoſta a ſtrati: il che è anzi indizio di materie depoſitate da acqua e non eruttate da volcani. Finalmente anche la molta copia de'peſci ſimultaneamente ſeppelliti in quel monte atteſta, che non può eſſere un effetto di vulcano ſottomarino. In tali eruzioni interviene certamente che molti peſci muojano. Ma dopo morte toſto galleggiano, e rari ſi diſperdono per la vaſtità del mare, ſiccome appunto ſi oſſervò nelle eruzioni ſottomarine avvenute all'iſole Santorini, ed alle Tercere nel principio del corrente ſecolo. Non poſſon dunque da un volcano eſſere ſeppelliti all'atto della loro morte ſe non al più quelli, che per accidente ſi trovano nelle acque ſopraſtanti al cratere, e che vengono involti nelle materie eruttate, i quali certamente non poſſono eſſere che pochi, maſſime che i volcani prima di ſcoppiare con impeto ſogliono alterare le acque per certi moti o per certe ſoſtanze che vi eſalano; ed i peſci, ſiccome quelli che ſono molto ſenſibili ad ogni alterazione dell' elemento da eſſi abitato, toſto ſi ſogliono ſottrarre colla fuga. Dunque o per la fuga mentre vivevano, o per la diſperſione dopo la morte pochiſſimi peſci potevano trovarſi nel circondario del vulcano, e perciò non potevano eſſervi da queſto ſeppelliti in quella quantità, in cui ſi trovano, e molto meno in così piccolo ſpazio quale è quello che li contiene.

CVII. Il compleſſo dunque delle circoſtanze, che accompagnano queſto fenomeno nel monte Bolca, ſono una deciſa pruova di ſtraordinaria inondazione, e dopo quella ſarebbe inutile il conſermarla con altri ſimili fenomeni.

ARTICOLO IV.

Sulla quantità, ed altre circoſtanze delle conchiglie foſſili.

CVIII. Ad eſcludere una ſtraordinaria inondazione ſi ſervirono già altri della grande quantità di conchiglie foſſili, che nelle diverſe parti del globo ſi ſono fino ad ora ſcoperte, dicendo eſſere tante, che non è credibile che poteſſero vivere tutte nello ſteſſo tempo. Quindi per intender la coſa vogliono, che queſte conchiglie ſieno quelle, che in una lunga ſerie di ſecoli ſi ſono ammaſſate ſui ſondi del mare ora divenuti continenti. Con dir queſto eſſi ſuppongono, che in una ſtraordinaria inondazione doveſſero eſſere traſportate, e ſeppellite nei continenti ſoltanto conchiglie allora viventi: la quale ſuppoſizione non può eſſere ammeſſa da chi abbia compreſi gli effetti di una ſtraordinaria inondazione. Noi abbiamo al §. XXXIX. veduto, come queſta dovette ſconvolgere i ſondi dei mari, e portare in alto non ſolo conchiglie viventi, ma anche quelle che già erano eſtinte. Quand' anco dunque la quantità delle foſſili foſſe sì grande, come altri s' immagina, eſſa non ſarebbe difficoltà al mio ſiſtema.

CIX. Ma

CIX. Ma a ben conſiderare l' aſſerzione ſopraccennata non è che una arbitraria ipoteſi. Egli è vero, che le conchiglie talora veggonſi continuate in diverſi monti ſulla lunghezza di varie leghe, e ſu una larghezza talora non minore. Ma la profondità loro non ſu riconoſciuta, e generalmente ſi aſſume aſſai maggiore di quella, che è realmente, ſtimandoſi che anche tutto l'interno di que' monti ſia ſimilmente compoſto: il che generalmente non può ammetterſi. Perciocchè quelle ſpoglie animali o vi ſono perchè vi furono traſportate e depoſitate, ovvero perchè gli animali ſteſſi morirono nello ſteſſo ſito, in cui viſſero. Se vi ſono per depoſiti, è del tutto veriſimile, che al diſotto le depoſizioni abbiano trovata un' elevazione già eſiſtente, ſu cui ſi ſieno formate, come intervenne anche ad altri depoſiti calcarei (*a*). Se gli ſteſſi animali erano della natura di quelli, che vivono ſtando aderenti ad altri corpi, noi ſappiamo che queſti ſogliono attaccarſi a ſcogli, o elevazioni già eſiſtenti ſott' acqua: onde è da preſumere che le loro ſpoglie non eſiſtano ſe non ſulla ſuperſicie dei monti ſino ad una certa profondità. Poſto pertanto che i monti conchigliarj nel loro interno ſieno di altra natura, è manifeſto che l' immaginata quantità di conchiglie foſſili viene molto diminuita.

CX. Avvi un altro titolo di diminuzione. Le conchiglie, che ora ſi trovano, ſogliono eſſere miſte con una grande quantità di ſoſtanze terree, o calcaree, o argilloſe, detratte le quali, le ſpoglie animali riduconſi ad una mediocriſſima quantità. Che ſe alcuno voleſſe che anche tutta la ſoſtanza calcarea ſia provenuta da frantumi, e ſcompoſizioni di conchiglie, e di altri animali marini, egli introdurrebbe un' ipoteſi che non potrebbe provare, ed altronde non ſarebbe al propoſito preſente, in cui ſi tratta di verificare le coſe con oſſervazioni, e non con teorie aſtratte. Per moſtrare come la quantità di conchiglie ſia ſtata valutata oltra al dovere io eſaminerò quella, che il Sig. Conte di *Buffon* rammemora come la più prodigioſa. Conſiſte queſta in quello

---

(*a*) V. la prima Parte di queſta Memoria §. 126.

ſtrato della Turenna viſitato dal Sig. *Reaumur*, a cui egli aſſegna nove leghe quadrate di ſuperficie ſotto una profondità almeno di 20 piedi. Queſto ſtrato è coperto di terra ora più, ora meno elevata, così che non ſi può riconoſcere l'eſiſtenza di conchiglie al diſotto di eſſa ſe non per eſcavazioni. Siccome di tali conchiglie ſi fa uſo per fecondare le terre, così in molti ſiti eſſe ſi ſcavano (*Reaumur* Mem. Acad R. an. 1720). Ma prima ſi ſcandaglia il terreno, o quando trovaſi che la terra è alta più di 9 piedi, ſi tralaſcia l'eſcavazione, ſiccome quella che ſarebbe troppo diſpendioſa. Così dunque in tutti i ſiti, in cui la terra ſi trova più alta di 8 piedi, ſi ommette di ſcandagliare il terreno a maggiore profondità, e perciò ben potrebbe eſſere che la terra anche al diſotto di quella altezza proſeguiſſe ad approfondarſi ſenza che al diſotto vi foſſero conchiglie. Non può dunque dirſi che queſte eſiſtano ſu tutta l'eſtenſione di 9 leghe quadrate. Ma quand'anche ciò ſi ammetta, che ſarebbe queſta eſtenſione in confronto della vaſtità della ſuperficie dei continenti?

CXI. Fatte le indicate deduzioni apparirà, che anche al preſente può vivere in mare una quantità di conchiglie non minore di quella che trovaſi foſſile. Delle conchiglie alcune ſono erranti, altre ſtanno aderenti ad altri corpi o con qualche loro parte molle, come le patelle, o colla loro parte dura, come le oſtriche; altre finalmente vivono ſtando in parte inſinuate nei fondi ſabbioſi, o fangoſi, come molti mitoli, ovvero inſerite anche in pietre dure come i mitoli litofaghi, o forapietre, ed i datteri di mare. Le conchiglie ſi moltiplicano con una rapidità, ed in una quantità maraviglioſa; a pruovare la qual coſa può ſervire la teſtimonianza dello ſteſſo Conte di *Buffon* (*a*), il quale ci aſſicura, che per eſempio le oſtriche da un anno all' altro tornano ad aumentare gli ſcogli in una grandiſſima eſtenſione. Stando una gran parte delle conchiglie ſulla ſuperficie dei fondi, e delle coſte di mare, è chiaro che per eſtimare la loro quantità conviene aver riguardo alla eſtenſione de' fondi e delle coſte. Ora an-

---

(*a*) *Buff.* Hiſt. nat. t. I. pag. 271. Anche il *Bartram* Phil. Tranſ. an. 1744 oſſervò, che in mare formanſi banchi immenſi di oſtriche vive e morte.

che al preſente il mare in ſuperficie è quaſi il triplo della terra ferma, ſe il globo terracqueo ſi conſidera come una ſuperficie unita, e ſenza ineguaglianze. Ma la ſuperficie delle ineguaglianze ſottomarine è ſenza paragone più eſteſa di quel che ſia la ſuperficie delle ineguaglianze terreſtri, oſſia delle montagne. Perciocchè le ineguaglianze marine conſiſtono in tutte quelle innumerevoli elevazioni che rimangono ſotto il livello del mare, le quali comprendono gli ſcogli, e le pendenze ſottomarine dei contorni continenziali, e delle iſole. Laddove le ineguaglianze terreſtri ſi riducono alle poche montagne che ſorgono al diſopra del livello medeſimo. Se dunque intendeſi, che la ſuperficie delle ineguaglianze ſottomarine, e de' ſuoi fondi ſia abitata da conchiglie viventi, facilmente comprendeſi, come queſte poſſono formare una maſſa equivalente alle conchiglie foſſili, le quali altronde non coprono che una piccoliſſima parte delle ineguaglianze terreſtri. Queſto dimoſtra, che per iſpiegare la preſente quantità di conchiglie foſſili non è neceſſario il ſupporre, che eſſe ſieno i reſidui di animali morti nella ſucceſſione di molte migliaja di ſecoli antecedenti; moſtra inoltre che quand' anco nella ſtraordinaria inondazione non foſſero ſtate traſportate ſui continenti ſe non le conchiglie allora viventi, queſte ſarebbero ſufficienti a ſpiegare la quantità delle foſſili, che ora ſi trovano. Ma realmente in quella inondazione dovette eſſere traſportata anche una grande quantità di quelle, che per innanzi giacevano eſtinte ne' mari: e poſta tal coſa, non ci fa più veruna difficoltà la loro quantità. Che anzi ſe ſi riguardano alcune loro circoſtanze, ſi troverà che la coſa è meglio ſpiegata con una ſtraordinaria che con una permanente inondazione. Tra le conchiglie foſſili molte ſe ne trovano beniſſimo conſervate, e le quali inoltre, quando ſono bivalve, hanno il guſcio chiuſo colla cerniera ſituata eſattamente nello ſteſſo modo come quando ſono viventi. Queſta circoſtanza moſtra, che eſſe furono ſeppellite vive, e per una rapida cagione. Perciocchè quando naturalmente muojono in mare, e ſtanno giacenti ſul fondo, mancando la forza vitale, con cui l' animale per mezzo dei ligamenti ſituati alla cerniera tiene chiuſe le ſue valve, queſte ſi aprono; onde o rimangono aperte, ovvero ſe i ligamenti ſi putreſanno, o in altro modo laſciano libere le valve, queſte pei movimenti delle acque o per la caduta di altri corpi ſopra di eſſe vengono portate l' una in diſtanza dell' altra, e quand' anco non intervenga alcuna cagione eſtranea che le ſepari, ma l'accidente permetta che una naturalmente ricada ſull'altra, pure non può generalmente intervenire, che ſi richiudano eſattamente, atteſa la ſtruttura dei denti della cerniera, li quali in molte ſpecie ſono formati in modo che i ſuperiori s' inſeriſcono eſattamente negli inferiori, nè ſi poſſono chiudere le valve ſe non per un eſatto incontro de' medeſimi; e poichè dopo eſſere ſtate aperte la ſola variazione, che interviene nei ligamenti col putreſarſi poc' a poco, o coll' alterarſi in altro qualunque modo, baſta per trarre i denti fuori della loro corriſpondenza; così dopo che le conchiglie bivalve ſono morte e ſi ſono aperte, non poſſono generalmente richiuderſi eſattamente. Se dunque molte anche di quelle, che ſono fornite di denti di difficile incontro, come ſono i cardj, trovanſi eſattamente chiuſe, è ſegno che queſte furono traſportate, e ſeppellite vive, cioè involte tutt' all' intorno da copioſe ſoſtanze terree, che col loro peſo ne impedirono l' aprimento. Tale maniera di traſporto e di depoſito appare nelle correnti di una ſtraordinaria, ma non nella tranquillità di una permanente inondazione.

CXII. Un ſimile argomento ci ſomminiſtra l'ottimo ſtato di conſervazione, in cui trovaſi una gran parte delle conchiglie foſſili. Se queſte foſſero reſidui di lunghi depoſiti ſottomarini, dovrebbero quaſi tutte trovarſi come generalmente ſi oſſervano ſui fondi preſenti dei mari, cioè o bucherate da vermicelli, o corroſe, o frantumate: nel quale cattivo ſtato furono riconoſciute negli ſcandagli di mare indicati dal Sig. *Diquemar*, dal giornale del viaggio alle Indie orientali del *Sonnerat*, e da altri ancora. E' finalmente da oſſervare, che le conchiglie eſotiche, e quelle che trovanſi ammaſſate in famiglie atteſtano pur eſſe anzi una ſtraordinaria che una permanente inondazione, come a ſuo luogo è provato (§. XLVIII.

CXIII. Che molti teſtacei, così come altri animali acquatici, ſieno ſtati traſportati vivi, e ben conſervati, non ſarà meraviglia a chi due coſe conſideri, cioè primamente che anche al preſente in occaſione di furioſe tempeſte vengono nelle acque traſportati vivi a grandiſſima diſtanza diverſi peſci, ed altri animali marini; in ſecondo luogo che nella vaſtità delle acque inondatrici molti tratti di quel paſſaggero Oceano decorrevano con moti rapidi bensì, ma però abbaſtanza uniformi. Tra gli animali però che vennero traſportati vivi una certa quantità fu ſeppellita tra le depoſizioni, ed altri ſopravviſſero all'inondazione, e da eſſi vennero conſervate le ſpecie ora viventi.

ARTICOLO V.

Sugli ammaſſi di conchiglie, e di altri corpi organizzati foſſili diſtinti in famiglie o ſpecie,

CXIV. Queſto fenomeno fu già da me più ſopra ſpiegato (§. XLVIII); ed in queſto luogo ſolo mi reſta a moſtrare, che la ſpiegazione rieſce molto più facile, e molto più plauſibile aſſumendo una ſtraordinaria, e breve inondazione, che una lunga permanenza di acque ſul globo. Queſta ſeconda ipoteſi preſenta una ſola maniera di ſpiegazione, e conſiſte nel dire, che per eſempio le conchiglie intanto ſi trovano ne' monti unite in famiglie, in quanto che eſſe ſogliono così vivere, e moltiplicarſi; ed al preſente dopo eſſerſi abbaſſate le acque ſi trovano in quello ſteſſo ſito, in cui erano mentre le acque inondavano il globo. Ma aſſumendo la ſtraordinaria inondazione ſerve alla ſpiegazione non ſolo l'indicata proprietà delle conchiglie viventi, ma inoltre la proprietà che hanno le correnti di produrre ſpeſſo una ſeparazione dei corpi omogenei dagli eterogenei, così che quand' anco non ſi verificaſſe in molte conchiglie l'indicata proprietà, come realmente non ſi verifica, pure nelle correnti della ſtraordinaria inondazione ſi avrebbe la cagione della ſeparazione dei corpi omogenei da altri eterogenei: il che nel §. XLVIII fu già da me dichiarato. Una ſimile ſpiegazione vale per le piante, o impreſſioni di piante della ſteſſa ſpecie, che ſcopronſi in diverſi ſtrati o argilloſi o calcarei.

ARTICOLO VI.

Sulle ſoladi, ed altri vermi marini foſſili, che ſembrano eſſere nello ſteſſo ſito, in cui viſſero.

CXV. Dei teſtacei marini alcuni vivendo hanno la proprietà di forare le pietre, e di vivere annicchiati nelle medeſime. Tali ſono per eſempio le ſoladi, i datteri di mare, i mitoli forapietre; altri ſi moltiplicano formando certe ramificazioni di natura o calcarea, o cornea, le quali colla loro baſe ſono aderenti a ſcogli, o ad altri corpi; e di tal natura ſono le madrepore, i coralli, i ceratofiti, ed altri, che in genere vengono ſotto il nome di zoofiti, e litofiti di ſtirpe fiſſa.

CXVI. Ora in alcuni monti, come nel territorio Seneſe, nella Calabria, ed altrove, ſi oſſervano pietre calcaree, in cui ſono annicchiati teſtacei della natura dei forapietre, ed anche vermi di ſtirpe fiſſa, i quali ſembrano avere la ſteſſa ſituazione, che hanno in mare, quando ſono viventi. Tali oſſervazioni ſembrano atteſtare incontraſtabilmente, che quei ſiti ora di terra ferma ſieno già ſtati fondo di mare. Da che altri ſenza eſitare conchiudono, che il mare abbia fatta una lunga permanenza ſulla ſuperficie dei continenti, e che perciò debbanſi aſcrivere a depoſiti di un mare permanente anche le conchiglie, che trovanſi fino all' elevazione di 2200 teſe ſul livello del mare preſente.

CXVII. Queſt' ultima conſeguenza però non può in verun modo derivarſi dall' accennate oſſervazioni. La legittima deduzione da queſte ſarebbe al più, che il mare abbia ſoggiornato ſul globo ſino all' altezza, in cui que' corpi marini ſi trovano, o anche ad un' altezza alquanto maggiore: giacchè maſſime i teſtacei forapietre ſogliono abitare poco ſotto il livello delle acque, come fu oſſervato dall' egregio Sig. *Faſano* nei viventi (*a*). Per ragionare adunque ſu quelle oſ-

---

(*a*) Atti della Accad. R. di Napoli an. 1789. Vedi la prima Parte di queſta Memoria Capo XIV.

ſervazioni, conviene primamente riconoſcere a quale altezza quelli eſiſtano. Gli oſſervatori, per quanto io mi ſappia, non ce l'hanno eſpoſta, nè finora mi ſi è preſentata occaſione di poterla riconoſcere: il che per altro mi luſingo di poter eſeguire tra breve. Intanto dalle deſcrizioni mi ſembra di poter rilevare, che l'altezza, in cui fu oſſervato tal fenomeno, ſia aſſai piccola, cioè non maggiore di qualche centinajo di piedi. In fatti le foladi della Toſcana ci vengono deſcritte come eſiſtenti in baſſe colline (*Targioni* Viaggi per la Toſcana): quelle della Calabria come ſituate ſulle coſte montuoſe del mare, le quali pure ſono di poca elevazione (*Faſano* l. c.); e le madrepore dei colli Euganei eſiſtono ad un'altezza aſſai minore di 250 teſe, che è la maſſima, a cui giungono alcune cime dei colli medeſimi (lettera del *Strange* preſſo *Targioni* Viaggi tomo X.) (*a*). Poſte tali circoſtanze le accennate oſſervazioni niente ſi opporrebbero alle propoſizioni già da me ſtabilite, abbenchè ſi ammetteſſe che quei ſiti ſieno tempo fa ſtati fondi di mare: concioſſiachè tra i dati da me aſſunti, e privati uno ſia (§. LIII.), che la differenza tra il livello dei mari antecedente all'inondazione ſtraordinaria ed il preſente ſia ſtata piccola, cioè con una differenza non maggiore di qualche centinajo di piedi, e quando il mare foſſe ſtato permanente all' altezza indicata da que' corpi marini, il ſuo livello non ſarebbe ſtato diverſo da quello che io ho aſſunto. Quelli però, a cui è noto, che al preſente gli accennati animali vivono in grande copia, ed in molti ſiti lungo le coſte, e gli ſcogli ſottomarini, come ſi può ben anche nel ſolo mediterraneo riconoſcere, non ſtimeranno le arrecate oſſervazioni ſufficienti a provare una permanente inondazione ſuperiore al livello preſente, ſe non quando ſieno verificate in un numero di luoghi aſſai maggiore di quello che finora fu prodotto.

(*a*) Io qui non valuto l'oſſervazione dell' egregio Sig. *Gerolamo Feſtari* riportata nel Tomo IX. dei Giornali d'Italia, e da lui fatta al monte Lora nel Vicentino all'altezza forſe di 1100 teſe: giacchè egli ſteſſo ci avverte di non avervi vedute le foladi ſteſſe, ma ſoltanto le loro impreſſioni, le quali egli bensì riguardò come fatte da foladi viventi, ma non ne dette ſufficiente prova.

CXVIII. Non eſſendo dunque dalle prodotte oſſervazioni abbaſtanza provato, che la parte di terra ferma, in cui furono fatte, ſia ſtata fondo di mare permanente, vediamo, come ſi ſpieghino con una ſtraordinaria inondazione, la quale foſſe ben' anche intervenuta, allorachè il mare non era ſuperiore al preſente livello. Noi abbiamo provato, che nella ſtraordinaria inondazione molte conchiglie dovettero eſſere traſportate vive (§. CXI.). Sappiamo altronde dalle oſſervazioni di *Reaumur* (Acad. R. des ſciences an. 1712), che i teſtacei forapietre per annicchiarſi non ſempre traforano pietre, ma ſi accontentano anche d' inſinuarſi in molle terra. Quindi ben può eſſere intervenuto, che una certa quantità di queſti vermi, che ſtavano annicchiati in mobile terra, ſieno ſtati ſollevati, e traſportati vivi dal mare, in cui abitavano, e che dopo eſſere intervenute le depoſizioni terree ſienſi in queſte inſinuati durante il ritiro delle acque inondatrici: ed eſſendoſi di poi conſolidate quelle terre non è maraviglia, ſe ora ſi trovino inſinuati in pietre colla ſteſſa diſpoſizione, che hanno mentre vivono nei preſenti mari. Se quello, che io dico dell' annicchiamento di queſti vermi ancora viventi intervenuto in breve tempo dopo i depoſiti calcarei prodotti dalla ſtraordinaria inondazione, non foſſe che una ſemplice poſſibiltà, queſta ſola baſterebbe ad eludere ogni difficoltà, che poteſſe da quella derivarſi contro il mio ſiſtema già altronde provato in ogni ſua parte. Ma la coſa è inoltre del tutto naturale, e veriſimile, epperò deveſi anzi riguardare come un fenomeno coerente al ſiſtema medeſimo. Certamente, avendo eſiſtito prima dell' inondazione quelle ſpecie di animali, che ora vivono, le acquatiche, come le foladi, devono eſſerſi conſervate nelle acque durante l' inondazione ſteſſa. Moltiſſimi individui dovettero ſenza dubbio perirvi; ma atteſi i varj ſtati, che aveano le acque in diverſi tempi, e luoghi, dovettero in varj ſiti intervenire circoſtanze favorevoli alla conſervazione di un certo numero d' individui (§. XLV); e quelli, che ſopravviſſero, avranno certamente ſeguito il loro ſolito e naturale coſtume, per quanto le circoſtanze permettevano. Quelli pertanto che hanno da natura l' iſtinto di annicchiarſi in terre, o pietre, lo avranno ſeguito toſto che avranno potuto, cioè a dire toſto che ſi ſaranno trovati in vicinanza di terree depoſizioni. Secondo tale principio ſpiegaſi non ſolo la ſomiglianza della ſituazione delle foladi foſſili con quella che hanno le viventi, ma anche la corroſione della pietra, in cui trovanſi le foſſili, la qual corroſione vedeſi ſimile a quella, che viene prodotta da vermicelli nudi e cilindrici mentre vivono. Perciocchè ſiccome queſti ſogliono vivere in vicinanza dei teſtacei forapietre, così è da dire che le acque elevarono inſieme a queſti teſtacei anche quei vermicelli, e che inſieme ſieno giunti o da uno ſteſſo o anche da diverſo luogo a quelle depoſizioni, in cui tutti eſſi, ſeguendo il loro coſtume, s' inſinuarono. Chi conſidera, che i teſtacei forapietre vivono in grande copia in molti mari, e maſſime nelle coſte del Mediterraneo, facilmente concederà, che ſe il mare foſſe ſtato permanente ad un' altezza o eguale, o maggiore di quella, in cui que' vermi trovanſi foſſili, dovrebbero queſti trovarſi nei preſenti monti in grandiſſima quantità, ed in moltiſſimi luoghi; e poichè realmente queſto fenomeno di rado trovaſi, è del tutto naturale che i foſſili ſieno una porzione di que' teſtacei, che traſportati viſſero durante la ſtraordinaria inondazione. Vuolſi inoltre notare, che in diverſi ſiti, come nella Toſcana, le pietre con foladi annicchiate non formano montagna, ma bensì ſono pezzi iſolati; ed allora il fenomeno ha anche un' altra ſpiegazione; e queſta conſiſte nel dire, che quelle pietre furono elevate e traſportate dalle eruzioni marine: il che tanto più è veriſimile, in quanto che anche al preſente queſti vermi viventi trovanſi ſpeſſe volte annicchiati in ſaſſi iſolati, giacenti ſui fondi dei mari.

CXIX. E' ora da eſaminare la ſituazione dei litofiti, e zoofiti foſſili. Ci ſi dice, che ſono impiantati nel monte in quello ſteſſo modo, con cui vivono, e creſcono ſugli ſcogli ſottomarini. L' impiantazione può conſiderarſi per due riſpetti, cioè o quanto alla ſituazione del totale di ognuno di eſſi per rapporto all' orizzonte, oppure quanto all' adeſione della loro radice ad altri corpi. Circa il primo rapporto, quelli, che ci diſſero trovarſi le madrepore, ed i coralli foſſili nella ſteſſa ſituazione, che hanno i viventi, ſuppoſero che la loro naturale poſitura conſiſteſſe nell' avere il capo rivolto in giù; la quale ſuppoſizione è quella prodotta dal Conte *Marſigli*.

Ma il Sig. *Strange* diligentiſſimo oſſervatore ci aſſicura, che nelle peſcagioni di tali vermi da lui fatte in Napoli, ed altrove non trovò generalmente vera quella aſſerzione. Aggiugne per rapporto a que' vermi foſſili, che eſſi ſpeſſe volte da lui furono anzi trovati col capo rivolto in ſu, e maſſime nei contorni di Caſciana, ed in altri colli della Toſcana, e nelle colline del Veroneſe. (Lettera di *Strange* preſſo *Targioni* Viaggi t. I.). Appare quindi, che varia è la ſituazione di queſti vermi sì foſſili, che viventi; e che perciò quella non può fornire verun argomento per aſſerire, che i foſſili ſieno in quello ſteſſo luogo, in cui viſſero; giacchè queſta varietà di ſituazione, che hanno i foſſili, può ſpiegarſi coll' aſſumere, che ſieno ſtati traſportati da acquee eruzioni. Per iſpiegare come molti ſieno ſtati depoſitati capovolti, baſta riflettere alla loro ramificazione, la quale è più copioſa verſo la teſta, che alla radice. Per tale ſtruttura, allorachè erano immerſi nell'acqua, la loro radice come meno peſante del capo dovette ſecondo le leggi idroſtatiche rivolgerſi in ſu, e così depoſitarſi. Che ſe trattaſi di ſpiegare come altri ſienſi depoſitati in poſitura contraria, non altro richiedeſi, che di richiamare la moltiplicità delle circoſtanze, che accompagnarono que' traſporti. Se per eſempio alcuni coralli aveano aderente alla loro radice qualche corpo peſante, o ſe i loro rami erano ſottili o troncati, eſſi ſi ſaranno depoſitati col capo rivolto in ſu; e lo ſteſſo ſarebbe avvenuto, ſe dall'urto dell'acqua foſſero ſtati raddirizzati, e per la tenacità delle materie con quella miſchiate non aveſſero potuto ripigliarvi la ſituazione corriſpondente al maggior peſo della loro teſta. Eſaminiamo ora il ſecondo rapporto di ſituazione. Io ſenza difficoltà ammetterò, che molti litofiti foſſili ſi trovino ancora radicati ſu diverſi altri corpi, e ſaſſi; ma non per queſto ſarà provato, che queſti animali ſieno creſciuti nello ſteſſo ſito, ove ora ſi trovano. La ſtraordinaria inondazione ſollevò dal fondo dei mari corpi aſſai più peſanti di quel che ſieno le maſſe di ciaſcuno degl'indicati foſſili, e potè traſportarli, e depoſitarli ſui continenti ove ora ſi trovano, rimanendo la loro radice aderente a quei corpi, a cui era per innanzi attaccata. Più ſopra abbiamo veduto, come in occaſione di un vento tempeſtoſo furono ſollevati dal mare cumuli immenſi di madrepore, ed altri litoſiti, tra' quali erano anche de' cerebriti, che ſono di un volume e peſo aſſai conſiderabile. Le objezioni, che a ſimili traſporti poſſono farſi, già furono preoccupate nel Capo III. §. XLI.

ARTICOLO VII.

Sui monti Calcarei, ed altri depoſiti marini Secondarj.

CXX. Uno dei fenomeni più difficili ad intenderſi è la quantità di materie calcaree, che trovanſi ſulla ſuperficie terreſtre formate da' depoſiti delle acque. Già abbiamo veduto come da permanente mare queſti non poſſono derivarſi. Per aſcriverli alla ſtraordinaria inondazione da me aſſunta conviene ſpiegare 1.° d'onde ne ſia venuta tanta quantità, 2.° come ſia ſtata traſportata unita, 3.° come ſiaſi depoſitata in diverſi ſiti unitamente, 4.° come nel breve tempo di circa un anno abbia potuto eſſere traſportata, e depoſitata.

CXXI. Circa la quantità dei depoſiti è da richiamare ciò, che già ho avvertito (*a*), cioè che eſſa non è tanta quanta altri ſuppone, dovendoſi ſu di eſſa detrarre i monti calcarei originarj, e riducendoſi a pochi monti di mediocriſſima altezza, ed a piccoli ſtrati, che a maggiore altezza coprono monti di altra natura. Nei ſconvolgimenti dei fondi marini provenuti dalle ſtraordinarie irruzioni, ed eruzioni di acque noi troveremo una ſufficiente cagione per accumulare ſui continenti tanta terra calcarea polverizzata che baſti all'intento. Sui fondi marini giaceva una conſiderabile quantità di queſta terra ancor molle adunataſi negli antecedenti tempi, e queſta facilmente potè eſſere ſollevata anche da mediocri movimenti di acque. Sui fondi ſteſſi eſiſtevano innumerabili ſcogli di litoſiti, e di teſtacei, i quali eſſendo diſpoſti in maſſe molto irregolari, e con infiniti rilievi preſentavano alle acque una ſuperficie ampliſſima. I moti convulſi di eſſe li corroſero, e molti ne diroccarono, e nei di-

---

(a) V. il Capo XI. della prima Parte di queſta Memoria.

roccamenti ſi formò una immenſa quantità di terra minuta; i rottami ſpinti tra loro, e contro ai reſidui ſcogli produſſero altra ſimile terra; altrettali ſminuzzamenti ſi formarono anche nei teſtacei ruzzolati. Il proſeguimento di tali moti per ſoli cento giorni da tutta la capacità de' mari quanto grande effetto doveſſe produrre ſarà compreſo da chi conſideri l'immenſa mole di terre, che vengono formate ed accumulate in mediocri inondazioni di breve durata, ed il disfacimento polveroſo che avviene nei materiali dei monti, e degli edifizj che per tremuoti, o altri ſtrani movimenti vengono roveſciati. Alle materie calcarie marine ſe aggiungonſi anche quelle, che dovettero sfarinarſi nei diroccamenti di molte parti dei monti calcarei originarj, la coſa diverrà ſempre più intelligibile (§. XXXVIII).

CXXII. La materia così elevata da un certo tratto di mare potè, come ognuno intende, eſſere traſportata dalle correnti a grande diſtanza, ed eſſervi depoſitata in breve tempo. La prontezza dei depoſiti dipende dalla velocità del traſporto, e della diſceſa delle parti ſtemprate nell'acqua. La terra calcarea non è certamente ſolubile in molta quantità nelle acque marine; ma una grandiſſima quantità vi poteva rimanere ſtemprata a motivo dei movimenti rapidi, ed irregolari delle acque ſteſſe. Neppure le terre, che in qualunque inondazione vengono traſportate, e depoſitate, ſono ſolubili nelle acque; in ogni modo, mentre decorrono, ne tengono talora ſtemperata in tanta copia che queſta talora forma più della metà dell'acqua ſteſſa (§. XLI); e sì grande copia potè dalle correnti in pochi giorni eſſere traſportata dal mare ſui continenti ſino alla più grande diſtanza, in cui ora ſi trovano: il che ognuno potrà per ſe ſteſſo calcolare, aſſumendo nelle correnti la ſola velocità di 4 leghe per ora.

CXXIII. Quanto al tempo richieſto pei depoſiti, ſiccome le terre erano non compiutamente ſciolte, ma ſoltanto ſtemperate nell'acqua in virtù degl'irregolari, ed ondeggianti ſuoi movimenti, così è facile ad intenderſi, che eſſendoſi ritardate le correnti, e diminuiti i moti, allorachè le acque già erano giunte alle più alte cime, dovettero le terre ſteſſe depoſitarſi aſſai rapidamente. Prendiamo per eſempio i depoſiti più elevati, e perciò i più difficili a ſpiegarſi, cioè quelli che ſi trovano a 2300 teſe di elevazione. Le acque, che le depoſitarono, erano elevate al diſopra di queſto ſito circa 1000 teſe (§. VII e ſegg.). Poniamo, che la terra ſtemperata in queſte acque foſſe ſoltanto un venteſimo del volume dell'acqua; il depoſito ſarebbe riuſcito di 51 teſe di groſſezza, la quale forſe è maggiore di quella che eſiſte sulle pendenze delle Cordilliere a quella elevazione di teſe 2300. Queſta quaſi tranquilla depoſizione ſarebbeſi compita ſoltanto nel tempo di 9 ſecondi, ſe non vi foſſe intervenuta la reſiſtenza dell'acqua. A motivo di queſta deveſi bensì aſſumere un tempo maggiore; il quale però non potè eſſere che di pochi giorni, giacchè noi vediamo sì nelle inondazioni de' fiumi, come nelle miſchianze artificiali, che preſtamente le acque torbide depongono le terre in eſſe ſtemperate.

CXXIV. Abbiamo dunque in un anno, cioè nella durazione dell'inondazione da noi aſſunta, un tempo più che ſufficiente per intendere i traſporti, ed i depoſiti più elevati di terre calcaree. Altronde nell'uniforme coſtituzione, che molti di eſſi ci preſentano nel loro interno, abbiamo un argomento deciſo per dire, che realmente provennero da una rapida cagione, come già fu provato al §. XIX. Quindi colla medeſima potranno eſſere facilmente conciliati altri ſimili fenomeni, i quali dal precedente non ſono diverſi ſe non nella qualità delle materie traſportate da un luogo, e depoſitate in altro, cioè in quello, in cui ora ſi oſſervano. Tali ſono le colline formate di ſabbie, e di terre argilloſe e miſte, le miniere di carbon foſſile, le miniere metalliche di traſporto, cioè quelle che ſi riconoſcono non come originarie, ma come ſecondarie, e ſimili. Eſaminando inoltre queſti fenomeni vi ſi oſſervano certe circoſtanze loro particolari, che non ſi poſſono derivare da una permanente inondazione. Per brevità io ora mi ridurrò ſolo ad accennarne una di quelle, che ſogliono accompagnare le miniere di carbon foſſile; ed è che eſſe trovanſi per lo più in montagne compoſte di ſchiſti argilloſi contenenti copioſi e ben conſervati ramoſcelli di alberi terreſtri. Da che rilevanſi due coſe, cioè 1.° che rapidamente furono diſtrutti vaſti boſchi, 2.° che le diverſe parti delle piante furono rapidamente involte, e ſeppellite da quelle terre, in cui ora ſi trovano. Ora queſte due coſe non potettero aver luogo in un breve ſpazio di tempo, quando un mare permanente foſſe allora ſtato a quella altezza, in cui ora ſono que' monti ſchiſtoſi. In tale ipoteſi ſi potrà bensì intendere, che al diſopra di quel mare eſiſteſſero boſchi, e che eſſendo queſti diſtrutti per qualche rapida cagione foſſero traſportate al mare le diverſe parti degli ſpezzati alberi inſieme con copioſe terre. Ma al primo entrare di queſte materie nel mare dovette intervenire una ſpontanea ſeparazione, portandoſi a galla i ramoſcelli, ed altre parti vegetali, e diſcendendo per contrario le parti terree e più peſanti. Quindi que' vegetabili galleggianti dovettero eſſere diſperſi per la vaſta ſuperficie di quelle acque, ed eſſere altrove traſportati: nel quale traſporto dovettero inoltre guaſtarſi, ed alterarſi aſſai prima che ſcendeſſero al fondo. Così dunque non può intenderſi, come ſienſi depoſitati in buono ſtato di conſervazione, nè come foſſero ſeppelliti entro a quella grande quantità di terra, che ora è conſolidata in pietra. Per contrario la ſtraordinaria inondazione da noi aſſunta ci preſenta due maniere del tutto naturali per iſpiegare la coſa. Primamente può dirſi, che il ſeppellimento di que' vegetabili intervenne per la rapida azione dei torrenti terreſtri prodotti dalle dirotte piogge, prima che le eruzioni delle acque marine giugneſſero all' altezza, in cui ora ſi trovano que' depoſiti. Queſta ſpiegazione rendeſi del tutto veriſimile dal vedere, che nei depoſiti medeſimi ordinariamente non trovanſi corpi marini; e quella perciò è la più generale e coerente all' oſſervazione. In ſecondo luogo poſſono eſſere intervenuti alcuni degli indicati depoſiti anche dappoichè le acque inondatrici già erano creſciute ad un' altezza qualunque. Siccome tali acque erano accompagnate da veloci correnti, così le materie ſopraccennate rapite al principio da torrenti terreſtri potettero facilmente entrare, e rimanere per un certo tempo in alcune di quelle correnti; ed a motivo del moto, e della tenacità delle materie terree coll' acqua miſchiate potè eſſere impedita la ſeparazione dei vegetabili sì che al ritardarſi della corrente, queſti ſi depoſitarono inſieme colle terre, e fors' anco con corpi marini portativi da altre correnti laterali. Queſta maniera ſi aſſumerà per quegli ſchiſti, in cui oltre ai vegetabili terreſtri ſi trovaſſero anche corpi marini.

ARTICOLO VIII.

Sui maſſi granitoſi ed originarj, che trovanſi ſparſi a diverſe altezze ſui monti ſecondarj.

CXXV. Come queſto ſtrano fenomeno venga ſpiegato nel mio ſiſtema fu già da me eſpoſto nel Capo IV §. XLIX. Al preſente dirò, come queſto non poſſa ſpiegarſi con una permanente inondazione; e ſcioglierò alcune difficoltà che poſſono farſi alla ſpiegazione da me addotta. Oſſervandoſi gli accennati maſſi ſu molte montagne ſecondarie, e ſituate in lontaniſſime parti del globo è chiaro, che il traſporto di quelli fu fatto dappoichè eſiſtevano quelle altezze, ſu cui eſſi ſi trovano, e provenne da una cagione che agì generalmente ſulle diverſe parti del globo terreſtre. Chi vuole, che tali traſporti ſieno intervenuti in tempo che quelle altezze ſecondarie erano ſotto le acque di un mare permanente, ci dice, che quei monti ſecondarj furono formati ſott' acqua da lenti depoſiti intervenuti nella lunga ſerie di ſecoli, in cui le acque ſoggiornarono ſulla ſuperficie terreſtre. Così dunque in queſta ipoteſi convien dire, che le materie coſtituenti i monti ſecondarj già foſſero conſolidate a quell'altezza, in cui ſi trovano gl'indicati maſſi: giacchè la lunghezza del tempo aſſunto, ed antecedente al traſporto di que' maſſi era più che ſufficiente alla conſolidazione delle materie depoſitate. Ora tali materie ſecondarie, e conſolidate o erano già ſeparate dai monti originarj per mezzo delle valli intermedie che ora ſi oſſervano, oppure erano unite in dolci pendenze coi monti medeſimi. Se erano ſeparate da valli, non più ſi trova il modo da intendere come dai monti originarj ſieno pervenute ſui ſecondarj quelle maſſe originarie. Se erano unite, avranno bensì potuto le maſſe ſteſſe giugnere ſulle materie ſecondarie, ma converrà aſſumere, che dalla terra ferma allora eſiſtente ſieno venute rapide correnti atte a traſportare que' maſſi. Queſte però nell'ipoteſi indicata non ſi poſſono in verun modo intendere. Perciocchè la terra ferma, alloraquando erano ſott'acqua quelle cime, ſu cui ſi trovano que' maſſi, conſiſteva in poche, e piccole iſole, elevate ſul livello d'allora qualche centinajo di teſe, ſe ſi preſcinde dall'altezza delle Cordilliere. Per lo che ſu' continenti di sì poca eſtenſione non potevano nè per piogge, nè per altre note cagioni formarſi torrenti tanto copioſi, e rapidi da traſportare tali maſſe a tanta diſtanza; e quand' anco ſi foſſero formati, ſarebbero ſtati ritardati dalle acque marine, in cui dovevano entrare, e proſeguire il loro corſo, sì che non mai avrebbero potuto fare gl' indicati traſporti. Di più quand' anco queſti foſſero ſeguiti, rimarrà ineſplicabile come di poi in materie già conſolidate ſieno ſtate ſcavate le valli, che ora eſiſtono.

CXXVI. In ogni modo ſe ſi vuole che o nell' una, o nell' altra maniera gl' indicati effetti ſieno ſtati prodotti in tempo di una permanente inondazione, convien pur ammettere ſtraordinarj movimenti di acque atti a traſportar sì grandioſi maſſi, ed anche a ſcavare monti già eſiſtenti; cioè a dire conviene ammettere almeno gli effetti di una ſtraordinaria inondazione nello ſteſſo tempo, che queſta ſi vorrebbe eſcludere.

CXXVII. Due difficoltà ſi poſſono fare alla ſpiegazione da me data. La prima è, che queſti maſſi ſpeſſe volte ſono arrotonditi; il che indica che furono traſportati urtando con altri ſaſſi: e queſto non ſembra poter eſſere accaduto ſu un terreno molle. A queſta io riſponderò primamente che l'arrotondimento potè eſiſtere nei maſſi prima che giugneſſero ſui freſchi depoſiti, ſu cui rotolarono ſino al ſito ove ora ſi trovano; giacchè è noto che nei monti granitoſi ſpeſſo eſiſtono tali ſaſſi così configurati. In ſecondo luogo può dirſi, che ſi arrotondirono ſtando eſpoſti alle ingiurie de' tempi. E' noto che anche i graniti più fermi ſono ſoggetti ad una ſpontanea ſcompoſizione, e queſta in un dato maſſo deve intervenire maſſime nelle parti meno groſſe, come ſono quelle che ne formano gli angoli. Così dunque col tempo gli angoli ſvaniſcono riſolvendoſi in terra; e, tolti quelli, rimane nei pezzi un certo arrotondimento. L'arrotondimento delle materie granitoſe vedeſi anche negli ſteſſi riſalti, e nelle cime che formano il corpo ſteſſo delle montagne, eccetto il caſo

caſo in cui i graniti ſieno formati a laſtroni irregolari, giacchè allora formano anzi certe guglie o piramidi parimenti irregolari.

CXXVIII. L'altra difficoltà potrebbe farſi dicendo, che ſe i maſſi granitoſi foſſero ſtati traſportati ſu recenti depoſizioni, eſſi ſi ſarebbero inſinuati e fermati entro di queſte. A queſta difficoltà già in parte feci riſpoſta al §. L. Qui aggiugnerò che poſta una grande velocità nella corrente che li traſportava, queſto effetto non doveva intervenire. Perciocchè nel tempo, in cui que' maſſi per il peſo ſi abbaſſavano comprimendo la ſottopoſta materia, queſta prendeva una certa conſiſtenza atta a reggere il peſo ſoprappoſto, e per la continuazione del moto già comunicato quelli proſeguivano ad avanzarſi: onde ſebbene per l'abbaſſamento veniſſe ritardato alquanto il loro corſo, pure potevano proſeguire ad avanzarſi con molta rapidità. Un fatto analogo a quello, di cui ſi tratta, renderà più credibile la coſa. Racconta il *Buffon* t. 1. pag. 571, che nel 1685. nella valle Nant-phrencon ſi ſtaccò un maſſo, il cui pezzo più groſſo, dopo eſſerſi diviſo in molti, continuò a correre ſu un prato della pianura, facendovi una profonda traccia; e traversò anche un piccol fiume, fermandoſi ſulla riva oppoſta. Queſto effetto provenne dalla ſola forza di gravità; ed intanto continuò il moto nel maſſo in quanto che la velocità acquiſtata ſi conſervò anche ſulla pianura, benchè non foſſe ſpinto da nuova forza. Che ſe ciò non oſtante potè continuar il moto traverſando il fiume, cioè ſenza eſſerne ſoſtentato, molto più avranno potuto i maſſi proſeguir il moto, eſſendo ſoſtentati da un terreno benchè molle, ed eſſendo ſpinti dalla rinnovata azione delle acque correnti.

CXXIX. Io ho aſſegnata la cagione più generale, che deve avere portati i maſſi originarj nei monti ſecondarj. Saranvi però ſtate in alcuni caſi altre cagioni. Tra queſte ſono da annoverare le eruzioni ſotterranee, come le vulcaniche. In qualche caſo, ſe ſi eſamineranno i contorni, ſi vedrà che potettero eſſere traſportati da torrenti poſteriori all' inondazione generale. Talora poſſono eſſere reſidui di monti originarj che ſi ſieno disfatti.

ARTICOLO IX.

Sulla corriſpondenza delle ſtratificazioni, e delle materie in monti tra loro diſtanti per l'interpoſizione di ſtretti di mare, e valli.

CXXX. I ſoſtenitori di una permanente inondazione produſſero già a loro favore quegli ſtretti di mare, o quelle valli, a'cui fianchi ſorgono montagne compoſte di ſimili materie, ed egualmente ſtratificate da ambe le parti, come ſono allo ſtretto di Gibilterra. Un argomento più debole non fu mai prodotto per ſoſtenere una più rovinoſa propoſizione. Sieno pure, ſe così piace, depoſitate da acqua le materie, che ſono ſtratificate, ed abbiano eſſe contemporaneamente, oſſia nella ſucceſſione di un certo numero di ſecoli formate quelle montagne oppoſte. Ma come ſono queſte ſeparate da uno ſtretto, oſſia da una valle intermedia? E perchè queſta non è pur eſſa occupata da depoſiti, che ſi fecero ſu tutta la larghezza tra quelle montagne contenuta? Riſpondono eſſi, che i depoſiti ſi fecero realmente, e che la valle tempo fa era chiuſa, ma che ſi aprì o per irruzione di acque, o per tremuoti. Il fenomeno adunque, il quale conſiſte non nella ſola corriſpondenza delle materie, e degli ſtrati coſtituenti le due montagne, ma anche nella interpoſizione della valle, non dipende dalla ſola permanenza di acque ordinarie, ma anche dall'azione di cagioni ſtraordinarie, cioè da quelle, che producono ſtrani movimenti sì nell' acqua, che ſulla terra. Il fenomeno pertanto dipendendo da moltiplici cagioni dovrebbe preſentare i dati per verificare, che eſſe abbiano realmente agito. Ma queſti mancano del tutto; che anzi in un mare permanente, o in un tremuoto non ſi riconoſce una forza atta a far ſvanire un monte sì vaſto, quale è quello, che chiudeva lo ſtretto. Conviene dunque per iſpiegare la coſa ricorrere a cagioni ſtraordinarie; e l'inondazione da me aſſunta la ſpiega aſſai facilmente. Allorachè le acque ſi andavano ritirando, la materia, che venne traſportata da una vaſta corrente eſſendoſi depoſitata, formò quelle montagne ora oppoſte, ed allora unite tra loro;

la materia, con cui erano unite, fu quindi, mentre era ancor molle, traſportata da altra più rapida corrente, che ſi formò nel mentre che le acque erano ridotte a minore altezza, e così riſultarono due montagne ſeparate da uno ſtretto, o da una valle. Che in meno di un anno poteſſe farſi l'indicato depoſito fu provato nell' Articolo VII. Che inoltre in pochi giorni poteſſe da una corrente eſcavarſi una vaſtiſſima valle niſſuno dubiterà, il quale ritenga, che que' depoſiti erano ancor molli, e che le correnti prendono una immenſa forza maſſime colà dove per l'abbaſſamento delle acque manchi alle medeſime l'anteriore ſoſtegno, come dovette avvenire principalmente nei ſiti vicini al mare. Per altro potrebbe anche ſoſtenerſi, che due monti ſimili nella materia ſieno ſtati formati con una valle intermedia.

ARTICOLO X.

Sui Volcani ſubacquei, e maſſime ſui monti compoſti di ſtrati alternativi di lave, e conchiglie, ed anche di terra vegetale.

CXXXI. Fu da alcuni oſſervato, che in alcuni monti talora trovanſi ſtrati alternativi di lave, conchiglie, e terra vegetale, la quale alternazione riguardano eſſi come un deciſo teſtimonio dell'azione di grandi cagioni ſucceſſivamente intervenute in una lunghiſſima ſerie di ſecoli. Dalle conchiglie unite con lave deducono eſſi, che que' monti ſieno ſtati vulcani, che agirono ſotto le acque di un mare permanente. A motivo della terra vegetale frappoſta a ſtrati di lave, e di conchiglie penſano, che que' monti ſieno ſtati abitati, e coltivati, e nel vedere ſoprappoſte lave, e conchiglie alla terra vegetale conchiudono, che il mare dopo eſſerſi ritirato abbia di nuovo inondati que' contorni.

XXXII. Io non ſaprei ben dire, ſe ſieno abbaſtanza verificate le circoſtanze che accompagnano queſto ſtrano fenomeno: ma ben aſſeriſco, che con una ſola e breve inondazione eſſo ſi può meglio ſpiegare, che con replicate e lunghe azioni di altre cagioni. Le lave certamente provano l'azione vulcanica; la loro miſchianza con conchiglie atteſta, che il vulcano agiva mentre era ſott'acque inondatrici, che contenevano corpi marini. Quanto alla terra vegetale ne parleremo in ſeguito. La coſa dunque ſi riduce a ſpiegare primamente come ſiaſi fatto un certo numero di ſoprappoſizioni alternative di lave, e di conchiglie. Noi ſappiamo, che i vulcani anche nel breve ſpazio di pochi giorni agiſcono a varie ripreſe, sì che i loro moti convulſivi ceſſano per qualche tempo, e poi tornano ad infuriare, eruttando ora ſaſſi, ora terre, ora materie liquefatte. E' pur noto, che nelle ſtraordinarie eſcreſcenze di acque anche in un breve tratto di tempo s'incamminano verſo uno ſteſſo ſito diverſe correnti cariche in diverſi tempi di diverſe materie, le quali ſucceſſivamente ſi vanno deponendo. Poniamo ora, che nella ſtraordinaria inondazione un vulcano già inondato abbia eruttate materie liquefatte, che formarono il primo ſtrato inferiore delle lave oſſervate; e di poi ſiaſi tranquillizzato per un certo tempo, durante il quale ſienſi ſopra tale ſtrato depoſitate conchiglie portatevi da una corrente. Poniamo inoltre, che dopo tale depoſito ſienſi rinnovati i moti convulſivi del vulcano, ed abbia formato un altro ſtrato di lave; e che, ceſſata queſta ſeconda convulſione, ſiaſi fatto un altro depoſito di conchiglie portatevi da altra corrente; e così di ſeguito. Chi negherà, che in tal modo ſia ſpiegata del tutto naturalmente l'alternazione degli ſtrati di lave, e di conchiglie? A che dunque ſervirebbe introdurre una lunga ſerie di ſecoli per iſpiegare un fenomeno, che in pochi giorni poteva eſſere prodotto da cagioni, i cui ſimili e rapidi effetti la natura non di rado ci preſenta? Il monte nuovo di Napoli, che ha 3 miglia di circuito, e circa mezzo miglio di altezza, fu pure formato in meno di 6 giorni da eruzioni vulcaniche agenti a varie ripreſe. (*Giac. da Toledo* Ragionamento del terremoto e nuovo monte ec. Nap. 1539.). Similmente nel 1628 una delle iſole Azorie s'alzò in 15 giorni dal fondo del mare formando una montagna lunga 3 leghe, larga 1 $\frac{1}{2}$, alta 360 piedi ſul livello del mare, oltre all'altezza di 800 piedi, che ha al di ſotto del livello medeſimo (Abregé Trans-Phil. t. 1. p. 151). In pochi giorni parimenti nel principio del corrente ſecolo videſi da un vulcano ſottomarino formata un' iſola preſſo Santorini nell' Arcipelago (Trans-Phil. an. 1711 n.° 332). Altri ſimili fatti non ſono rari nelle Storie, da' quali ci viene atteſtata l'eruzione di vulcani ſubacquei, e la loro azione a varie riprese intervenute nel corſo di breviſſimo tempo, ed accompagnate da grandiſſimi effetti. Molto più adunque dobbiamo dire, che ſimili cagioni abbiano agito in un generale ſconvolgimento di natura, al quale le forze di Vulcano concorrevano con quelle di Nettuno.

CXXXIII. Ma, dicono altri, tra quegli ſtrati di lave e di conchiglie ſono frappoſti altri ſtrati di terra vegetale; e queſta moſtra, che il monte fu coltivato: il che non può intenderſi ſe non ammettendo, che quel terreno ſia ſtato alternativamente ora in aſciutto, ora ſott' acqua. Sembra incredibile che altri abbia potuto fare un così ſragionato abuſo delle oſſervazioni. Eſaminiamo i terreni lungo i fiumi. Ne troveremo alcuni con ſtrati di terra vegetale ſrappoſti a ſtrati di ſabbia, e di ghiaje. Saravvi egli alcuno, il quale perciò conchiuda, che quello ſtrato di terra vegetale ſia ſtato coltivato in quello ſteſſo ſito, in cui ſi trova? Se alcuno così conchiudeſſe, dovrebbe ignorare, che i fiumi nelle loro eſcreſcenze traſportano terra vegetale, e la depongono in certi ſiti, coprendola di poi preſtamente di qualche altro ſtrato di altra materia, che rende incoltivabile il terreno. Eſiſtano pur dunque ſtrati vegetali tra lave e conchiglie, ma eſſi non provano che ſieno ſtati coltivati: e realmente vi poſſono eſſere ſtati traſportati in due modi, nel mentre che tutto il monte era ancora inondato. Tra le materie traſportate dalle correnti di una ſtraordinaria inondazione, molte certamente dovettero eſſere di terra vegetale, giacchè la ſuperficie terreſtre fu in molti ſiti ſtemperata nelle acque inondatrici. Qual maraviglia dunque ſarebbe, ſe quelle ſieno ſtate depoſitate ſu un monte, in cui a riprese agiva un vulcano ſubacqueo? Sono eglino moltiplici queſti ſtrati, ed alternanti colle lave, e colle conchiglie? L'alternazione delle convulſioni vulcaniche, e delle varie materie traſportate dalle correnti, e ſucceſſivamente depoſitate in diverſi tempi ſpiega il tutto, anche aſſumendo un breve ſpazio di pochi meſi. L'altro modo, con cui la terra vegetale potè pervenire a quei ſiti, ove ora ſi trova, io derivo dalle ſteſſe eruzioni vulcaniche. Le materie, che ſono eruttate dai vulcani, ſpeſſo conſiſtono in terre o ſabbie abbruſtolite che vengono ſotto il nome di ceneri vulcaniche, le quali contengono una miſchianza di diverſe qualità di terre, e maſſime calcaree, argilloſe, e quarzoſe. Di più generalmente le materie vulcaniche ſi ſcompongono in argilla, ed in altre terre miſte, le quali formano una terra vegetale molto feconda, come può riconoſcerſi maſſime nei contorni del Veſuvio. Non ſarà dunque inveriſimile, che gli accennati ſtrati ſieno provenuti da eruzioni dello ſteſſo vulcano che formò gli ſtrati di lave; ed avendo agito mentre era coperto da una ſtraordinaria inondazione, ſi ha anche nell' acqua ſteſſa, oſſia nelle materie ſaline, e craſſe che vi erano miſte, una ragione per cui le terre eruttate abbiano potuto prendere più preſtamente la natura di terra vegetale.

CXXXIV. Coll' alternazione delle eruzioni di vulcani e dei traſporti di diverſe correnti ſi ſpiegherà qualunque altra alternazione di diverſe materie ſtratificate con lave. Nè ci ſarà difficoltà quand' anco queſte foſſero in forma di vere correnti: il che però finora non ſembra abbaſtanza verificato. Egli è vero, che l' acqua ordinariamente tende a raffreddare, ed a rapprendere le materie infuocate, sì che ſembra che queſte ſott' acqua non poſſano decorrere con una certa fluidità. Ma quando la maſſa delle materie infuocate è grande, ed è mantenuta calda da una continua azione vulcanica, l' effetto dell' acqua al più è di farne rapprendere la croſta; ed al diſotto le materie ſteſſe proſeguono a rimaner fluide, ed a decorrere, rimanendo ferma la croſta, o anche venendo traſportata dalla ſottopoſta corrente; il qual modo di raffreddamento già ſu riconoſciuto nelle lave del Veſuvio, e dell' Etna. Di più l' acqua intanto vi produce l' indicato rapprendimento, in quanto che eſſa ſottrae alle lave una parte del loro calore, ed altronde eſſa ordinariamente non può riceverne che un certo grado. Ma l' acqua a quella profondità, in cui tocca le lave ſteſſe può acquiſtare un calore aſſai maggiore di quello che eſſa ha allorachè è bollente, e mantenerlo per un certo tempo; e ciò a motivo del rimanente dell' acqua ſopraſtante che per rapporto alla ſottopoſta è come un coibente del calore: onde queſta ben può acquiſtare un calore tale da mantere liquide le lave medeſime anche alla loro ſuperficie. Tuttociò ſarà più facilmente ammeſſo ſe ſi confidereranno due coſe. La prima è che la fluidità delle lave non dipende ſoltanto dal calore, ma anche dalla miſchianza di ſali, e di bitumi, che inſieme colle ſoſtanze terree ſogliono eruttarſi dai volcani: per la qual miſchianza ſi poſſono mantener fluide anche con un calore molto minore di quello, che è richieſto per riſonderle (V. la prima Parte di queſta Memoria §. 191). La ſeconda è che l' acqua immediatamente circoſtante alle materie eruttate può ſino ad una certa altezza formare coi ſali, e coi bitumi medeſimi un miſto, il quale ritenga un calore aſſai maggiore di quello che oſſervaſi nel riſcaldamento ordinario della ſemplice acqua. Del reſto come la lava poſſa decorrere per entro all' acqua ſi può riconoſcere nel *Capo della Scala* formato dal Veſuvio entro al mare in lunghezza di un terzo di miglio, e in altri ſimili eſempj (*a*).

CAPO VII.

Eſame dell' opinione di chi aſcrive le rivoluzioni ſecondarie a replicate inondazioni, o ad altre cagioni intervenute in una indefinita ſerie di ſecoli.

CXXXV. Dei fenomeni geologici, che non ſembrano aver potuto intervenire ſe non in una lunghiſſima ſerie di ſecoli, alcuni ſi riconoſcono provenuti dall' azione di acque, altri potettero da altre cagioni provenire, come da tremuoti, da vulcani, e ſimili. Tra quelli del primo genere alcuni ſi preſentano come prodotti da acque parziali di torrenti, di fiumi, e ſimili. Ma queſti voglionſi riguardare come fenomeni topologici anzi che geologici, e non entrano nel numero di quelli, per cui ſia neceſſario introdurre l' azione di acque inondatrici. Tali ſono le frequenti valli ſubalterne,

---

(*a*) V. Giorn. d' Italia tom. X. pag. 118, ove il Marcheſe *Galleani* congettura, che queſto Capo o Promontorio ſia ſtato formato nell' eruzione intervenuta ai tempi di Tito.

che trovanſi ſcavate ſulle pendenze dei monti, molti ammaſſi di ſabbie, ghiaje, e ſaſſi rotolati, che oſſervanſi a diverſe elevazioni ſul livello del mare, e ſimili. Tutti queſti fenomeni però non preſentano alcun argomento per dire, che ſieno opera di lunghiſſimo tempo: e ciò per due motivi, primamente perchè non ſono di molta conſiderazione; in ſecondo luogo perchè a produrli potè, e ſpeſſo dovette concorrere anche l'inondazione generale, la quale come cagione molto efficace produſſe grandi effetti in breviſſimo tempo (Capo V.). Quanto agli altri, che ſi riconoſcono come provenuti da non ordinarie eſcreſcenze di acque, e maſſime marine, noi abbiamo già provato partitamente come eſſi ſi ſpieghino felicemente con quella ſtraordinaria, e breve inondazione, che abbiamo aſſunta. Sarebbe pertanto inutile l' introdurre diverſe inondazioni per iſpiegarli, e di più ſarebbero eſſe inſufficienti, quando una di queſte non foſſe ſtata univerſale. In fatti avendo noi già dimoſtrato, che l' inondazione permanente, la quale ceſsò per diminuzione dell' altezza delle acque, è inetta a ſpiegare tali fenomeni (Capo II.), chiunque voleſſe ſpiegarli per replicate inondazioni, dovrebbe ſupporre che ognuna di queſte foſſe ſtata ſtraordinaria, cioè che foſſe intervenuta per uno ſtraordinario ingreſſo di acque ſulla ſuperficie terreſtre, e per un ſucceſſivo ritiro delle medeſime. Ora, ritenute le propoſizioni ſtabilite nel Capo V., l' ingreſſo di ſtraordinarie acque inondatrici non può intenderſi ſe non in quattro modi, cioè o per elevazioni delle acque marine, o per eruzioni ſotterranee di acque dai continenti, o per dirotte piogge, o per liquefazioni di ghiacci, e nevi permanenti. Queſte ultime due maniere ſono manifeſtamente inſufficienti a ſpiegare i copioſi depoſiti marini che ora eſiſtono a grandi elevazioni, cioè ſino a 2200 teſe ſul livello del mare. L'eruzioni di acqua dai continenti, le quali riduconſi alle vulcaniche, poſſono bensì ſpiegare qualche parziale fenomeno, ma non il totale delle rivoluzioni ſecondarie, e maſſime gl' indicati depoſiti marini. Non poſſono dunque tali fenomeni derivarſi ſe non da elevazioni di acqua del mare: e quantunque ſi ſupponga, che eſſe ſieno ſtate moltiplici, in ogni modo conviene aſſumere, che ognuna di eſſe ſia giunta a grande altezza, ed una almeno ſia pervenuta ſino alle

più

più alte cime, in vicinanza delle quali eſiſtono corpi marini, cioè a dire conviene aſſumerne una, che ſia ſtata univerſale, e ſtraordinaria: e poichè ſi dimoſtrò, che l' univerſale inondazione non fu permanente a lungo tempo (Capo II.); perciò l'inondazione, che da altri ſi aſſumerebbe, coinciderebbe con quella già da me ſtabilita, ed eſſendo queſta ſola ſufficiente alla ſpiegazione di tutti i fenomeni geologici, le altre devonſi rigettare come inutili, e mancanti altronde d'ogni pruova.

CXXXVI. Il motivo, per cui altri derivano da moltiplici inondazioni le rivoluzioni ſecondarie del globo, ſi è per iſpiegare, come eſſe per cauſe naturali altronde note ſieno intervenute. A tal fine eſſi così ragionano: In natura abbiamo eſempj di molte forze atte a portare le acque a grande altezza, ed a produrre grandi inondazioni. Tali forze potettero agire interpolatamente in una lunga ſerie di ſecoli ſu diverſe parti della ſuperficie terreſtre, e laſciare così da per tutto i veſtigj di rivoluzione. E' dunque da dire, che realmente in una lunga ſerie di ſecoli ſieno intervenute quelle interpolate inondazioni: giacchè altrimenti non troverebbeſi in natura una ragione ſufficiente delle indicate rivoluzioni.

CXXXVII. Queſto argomento è del tutto vano, avendo noi già dimoſtrato, che alcuni fenomeni incontraſtabilmente atteſtano una ſtraordinaria, e ſimultaneamente generale inondazione, e che queſta potè in breve produrre quelle rivoluzioni, per cui altri richiede un lunghiſſimo tempo. Il decidere poi ſe queſta inondazione ſia provenuta da cauſe naturali o no, dipende da altri principj, che a ſuo luogo ſaranno conſiderati. Qui però a maggiormente moſtrare come i fondamenti della eſpoſta argomentazione non ſieno attendibili farò vedere, che la generale e ſtraordinaria inondazione nella quale, come poc'anzi accennai, ogni ipoteſi deve ricadere, o non fu prodotta da naturali cauſe, ovvero queſte, ſe intervennero, dovettero produrre i loro effetti rapidamente, sì che la immaginata lunghezza di tempo ſarebbe non ſolo inutile, ma anzi contraria alla natura delle forze intervenute.

CXXXVIII. Le forze impellenti, per cui ſi compì l'inondazione, dovettero derivare principalmente da elaſticità, la quale dal calore maſſimamente dipende; ed il calore non può di molto aumentarſi ſe non per l'azione del vivo ſuoco, come vedeſi anche nei vulcani. Ma il ſuoco non può accenderſi nè mantenerſi ſe non dentro a certi limiti. Perciocchè ad alimentarlo non ſolo richiedeſi un'atta materia, ma inoltre una grande quantità d' aria vitale; altronde in natura non appare una quantità di materia combuſtibile ſufficiente a produrre una molto grande quantità di fuoco, ovvero quand' anco eſſa eſiſteſſe naſcoſta, pure non troverebbeſi una quantità d' aria vitale ſufficiente a tenerla avvivata, e maſſime per lungo tempo. E veramente queſt' aria non potrebbe eſſere rapidamente fornita ſe non dall' atmosfera; e queſta è aſſai limitata, ſiccome quella che non ſi eſtende ſe non all' altezza di circa tre leghe ſopra il livello del mare preſente. Oltre a che l'atmosfera non contiene ſe non un quarto di tal aria vitale, e per altra parte lo ſteſſo copioſo ſviluppamento di arie flogiſticate, che ſuole derivare dai corpi infiammati, ſervirebbe a ſoffocarli, oſſia ad impedirne l' ulteriore combuſtione. Dalle recenti eſperienze ſappiamo, che un'oncia di carbone ardendo conſuma 4037 pollici di aria vitale, e ne produce 3021 di gaſſo mofetico ſoffocante anche del fuoco; e da queſti dati poſſiamo riconoſcere quanto piccola ſarebbe la quantità di fuoco, che potrebbe eſſere contemporaneamente alimentata, e mantenuta dall'atmosfera in confronto delle molte forze impellenti, che eſſo avrebbe dovuto mettere in azione per produrre una generale inondazione della terra. Per lo che dobbiamo dire, che o non avvi in natura una cauſa ſufficiente a produrla, o certamente che le forze meſſe in azione da queſta cauſa non potettero eſſere che di breve durata, producendo cioè in breve tempo effetti proporzionali alla loro attività, la quale, come già provai nella propoſizione VII al Capo V, non potè formare una generale inondazione ſe non eſſendo di una ſomma intenſità.

CXXXIX. I fenomeni, che da altri riguardanſi come lavoro di lunghiſſimo tempo, già furono in gran parte da me eſaminati nei riſpettivi capi, a cui appartenevano: e qui ſolo mi rimane a dire di alcuni altri, che altrove non potevano aver luogo. Il Cavaliere de *Montloſier* (Eſſai ſur la theorie des volcans d'Auvergne), oſſervò nei Pirenei il monte d'oro, che è elevato circa 1100 teſe ſul mare, intorniato di varie creſte compoſte di lave; il ſimile egli oſſervò nel Puy-de-Chopine poco diſtante dal Puy-de-Dome, che è elevato 800 teſe, come pure a Chanturgue preſſo Clermont, a Chateaudoux, a Charade, ed a Gergovia. Tali lave vi ſono diſpoſte in correnti, e perciò indicano, che quelle creſte iſolate erano valli: il che viene confermato dal vederſi quelle lave ſopra un letto compoſto di ciotoli, e di ſabbie, che dovettero eſſere traſportate da fiumi, i quali non potevano decorrere ſe non in valli. Vedendo pertanto in queſte creſte le valli mutate in monti, ed i monti cangiati in valli, conchiude che tali cangiamenti non poſſano eſſere intervenuti ſe non nelle rimotiſſime epoche Buffoniane. Chiunque s'immagina di vedere in quelle cime le rughe del tempo conviene, che ſia aſſai fanciullo nella cognizione della natura. Le cagioni di tali cangiamenti certamente agirono o ſopra la ſuperficie di que' contorni, o al diſotto. Se furono ſuperiori alla ſuperficie, eſſe ſi riducono o ad acque, o all'azione dell' atmosfera; e ſe queſte cagioni aveſſero agito lentamente ſu tutti que' contorni, avrebbero dovuto, come generalmente interviene, diſtruggere anche quelle cime reſidue nel tempo che diſtruggevano i monti ad eſſe laterali, e li riducevano in valli; e tanto più quanto che quelle lave ripoſavano ſu di un terreno poco fermo, come ſono i ciotoli, e le ſabbie. Non può dunque derivarſi l'effetto da lente cagioni ſuperiori alla ſuperficie: e però converrà riportarſi a cagioni ſotterranee; e queſte nel loro effetto riduconſi a diroccamenti ed abbaſſamenti dei monti per innanzi eſiſtenti. Ora le cagioni di queſti abbaſſamenti ſono o cedimento di terreno per l'eſiſtenza di caverne ſotterranee, ovvero moti convulſi, come di tremuoti, o di vulcani. Ma tali cagioni per natura non agiſcono lentamente, anzi poſſono, e ſogliono in breviſſimo tempo produrre il loro effetto. Noi nell' oſſervazione non abbiamo dati ſufficienti per determinare l' epoca, in cui queſti cangiamenti ſieno accaduti, potendo eſſere intervenuti prima o anche dopo l' inondazione da me aſſunta; a me però baſterà il provare, che veriſimilmente intervennero nell' atto dell' inondazione medeſima. Io concedo, che prima di queſta eſiſteſſero vulcani: dalle eruzioni loro provennero quelle correnti di lave, che andarono a ſoprapporſi ai ciotoli, ed alle ſabbie allora eſiſtenti in valli. Ma eſſendo vulcanici quei contorni, dovettero eſiſtervi varie caverne, e nello ſconvolgimento di natura, che accompagnò l' inondazione, rovinarono per tremuoti o per altre cagioni quelle cavernoſe montagne, e parte ſi abbaſsò nelle ſottopoſte cavità, parte eſſendo sfrantumata fu traſportata al baſſo ajutata anche dalle acque inondatrici; ed intanto rimaſero quelle cime iſolate in quanto che erano appoggiate ſu monti di baſe più ferma, o meno urtata dalle perturbatrici forze.

CXL. L' altra oſſervazione rivolgeſi ſu quei ciotoli rotondati, che a conſiderabili altezze incontranſi o ſtaccati, oppure uniti in brecce, nei quali piace a taluno di riconoſcere il tempo quaſi per vecchiezza ſdentato, in quanto che ſembrano dimoſtrare l'una delle due coſe, cioè che i fiumi tempo fa decorſero ad altezze aſſai maggiori, e che per giugnere alle baſſure preſenti abbia dovuto paſſare un lunghiſſimo tempo, ovvero che le pendenze, ſu cui ſi trovano, ſieno ſtate le coſte di un mare permanente.

CXLI. Sieno pure quei ciotoli, ſe così piace, ſtati rotolati dai fiumi decorrenti da monti più elevati, che ora non più eſiſtono, e ſieno ſtati pur anco valli quelle pendenze o alture, ſu cui queſti ſaſſi ora giacciono. Tuttociò ha una facile ſpiegazione in cagioni rapidamente agenti. Prima della ſtraordinaria inondazione i fiumi montuoſi erano generalmente più elevati di quel che ora ſono. Le dirotte piogge, che ſul principio dell'inondazione formarono precipitoſi torrenti, furono cagione, che queſti ſcavaſſero alvei aſſai profondi, i quali potettero anche divenire tanto ampj da formare poſitive valli; ed in queſti nuovi cavi di poi ſi abbaſſarono i fiumi che rimaſero permanenti. Allo ſteſſo profondamento degli alvei concorſero anche le correnti, che nel ritiro delle acque ſi formarono. Così dunque ſi ha una cagione rapida, per cui i fiumi ſi abbaſſarono di letto; e queſta è da preferirſi alla lenta azione di acque ordinarie, che altri aſſume come cagione non ſolo dell'abbaſſamento degli alvei, ma anche della formazione delle valli; la qual lentezza altronde non mai potrà conciliarſi col compleſſo di altri fenomeni.

CXLII. Vediamo ora la cagione, per cui ſieno divenuti monti quei ſiti che erano valli o letti di fiumi. Io accorderò che ciò ſia intervenuto in quanto che diroccarono i monti, che ſi alzavano ſulle valli antiche, le quali ora formano conſiderabili alture. Reſta dunque da vedere, ſe ſia più veriſimile, che il diroccamento ſia intervenuto per lente, oppure per rapide cagioni. L'argomento poc'anzi arrecato (§. CXXXIX) ci determina a dire, che l'effetto fu rapidamente prodotto: altronde nella ſtraordinaria inondazione abbiamo le corriſpondenti cagioni. Le rapide correnti, che in quella ſi formarono, gli urti dei ſaſſi da quelle portati, ed altri perturbati moti dovettero demolire le cime di molte montagne, oppure attaccare la loro baſe a diverſe altezze, e determinare le parti ſopraſtanti alla caduta. Aggiunganſi i tremuoti, che probabilmente avranno agito in quello ſconvolgimento di coſe, o che certamente poſſono avere agito anche dopo l'inondazione; e così ſi avranno cagioni più che ſufficienti all'effetto diviſato ſenza introdurre una immaginaria lunghezza di tempo. Niſſuno certamente potrà dubitare, che in quella ſtraordinaria inondazione molte montagne ſienſi roveſciate, altre ne ſieno ſtate fabbricate, e molte nuove valli ſi ſieno aperte.

CXLIII. Per altro può anche un'altra cagione aver portate a diverſe altezze i ſaſſi rotolati, e le brecce che ora vi ſi trovano. Le correnti, che ſi formarono nella ſtraordinaria inondazione, ben potettero averli traſportati da lontano, e depoſitati colà ove ora ſi trovano. Tale ſpiegazione può maſſimamente applicarſi a quelle brecce calcaree dell'iſola d'Aube, ſu cui il Sig. *Fortis* trovò arena quarzoſa, come pure agli ſtrati calcarei d'un colle d'Oſtrovitza, ſu cui trovò arena ora quarzoſa ora miſta con corpi marini eſotici (Viag. in Dalmazia p. 37 t. I.). Le brecce e gli ſtrati ſi depoſitarono nel tempo che le acque inondatrici ſi ritiravano, ed una corrente carica di queſte ſabbie le ſoprappoſe alla ſoſtanza calcarea. Ciò tanto più è veriſimile in quanto che, ſecondo le di lui oſſervazioni, non trovanſi in quelle vicinanze monti quarzoſi, ed altronde in vicinanza vi ſono depoſiti di vermi marini eſotici: onde il traſporto non può eſſerſi fatto ſe non da rapida corrente, che veniſſe da lontano in tempo di una ſtraordinaria inondazione.

CXLIV. Generalizzando le idee poc'anzi eſpoſte ritenere, che ognuna delle grandi rivoluzioni terreſtri da altri attribuita al lavoro di lunghiſſimo tempo è anzi da riguardarſi come effetto di rapidiſſima cagione. Se le cagioni, da cui derivarono gli effetti, ſono parziali, come fuochi, ed acque agenti ſoltanto in certi ſiti, allora abbenchè ogni effetto conſiderato ſeparatamente ſia ſtato prodotto in breve tempo, pure il compleſſo delle rivoluzioni può eſſerſi compito ſuccedendoſi l' una all' altra con un intervallo di tempo più o meno grande; ed il determinare la durazione di ogni intervallo, e del tempo totale dipenderà da altri principj. Ma ſe gli effetti derivano da una cagione generale, per eſempio da una univerſale, e ſtraordinaria inondazione, quelli devono eſſere ſtati prodotti non ſolo rapidamente, ma anche contemporaneamente alla durata dell' inondazione medeſima: le quali coſe già furono partitamente da me dichiarate ai proprj loro luoghi.

CAPO VIII.

Della cagione d' onde derivarono le eruzioni acquee, e le piogge inondatrici del globo.

CXLV. Nella ſpiegazione dei fenomeni geologici io ho aſſunto, e provato, che queſti ſieno provenuti da una ſtraordinaria, e generale inondazione prodotta da eruzioni ſotterranee, e da dirotte piogge. Rimane pertanto a determinare la cagione, d' onde queſte derivarono. In queſta inveſtigazione ognuno concederà, che non devonſi introdurre nuovi generi di forze, ma ſoltanto modificazioni delle già eſiſtenti, quando pure queſte baſtino all' effetto. Un aumento nella velocità di rotazione della terra, uno ſtraordinario ſviluppamento di calore ſotterraneo ſarebbe ſtato ſufficiente. Ma rimarrebbe ancora a determinare l' agente, che operò tale aumento o ſviluppamento. Queſta ricerca non ſembra poterſi fare ſe non colla guida della Storia, dalla quale pure deve dipendere la ſoluzione di altre quiſtioni relative a quello ſconvolgimento di natura, cioè a dire come per eſempio vi ſi ſieno conſervate molte ſpecie di corpi organizzati non acquatici, quale ſia l' epoca, in cui quello intervenne, e ſimili. Eſſendo già queſta mia Memoria di troppo creſciuta tutti queſti ed altri relativi oggetti io riſervo ad altra opera, che ſarà *Delle epoche geologiche conciliate colle ſtoriche*. La prima epoca comincierà dalla riduzione del globo terreſtre in forma abitabile dai preſenti corpi organizzati. Nella ſeconda io parlerò dei varj diluvj, di cui ſi ha memoria nelle Storie, e nei Poeti, e determinerò ſe tra queſti ſiavene alcuno che corriſponda alla inondazione da me ſtabilita ſulle oſſervazioni geologiche. La terza ſarà dell'epoca tra tale inondazione ed i noſtri tempi.

CXLVI. Nell' oggetto da me accennato per la ſeconda epoca ognuno ſi avvederà, che io alludo maſſimamente alla ſtoria Moſaica, ſiccome quella che ci parla di un diluvio univerſale intervenuto appunto con quelle circoſtanze che io ho aſſunte per iſtabilire una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione della terra: onde taluno forſe richiederà da me, che io ſu di quella in queſto luogo mi dichiari: il che io pur farei quando con poche parole ſi poteſſe ſottrarre agli inſulti meno che filoſofici, con cui altri tentò di ſcreditarla. Al preſente pertanto io mi accontenterò di fare le ſeguenti rifleſſioni. La narrazione del diluvio Moſaico o è la più verace, ed intereſſante ſtoria dell'uomo, o la più ſublime poeſia, che mai fu immaginata. La novità, e grandezza dell' argomento forma il principale pregio di un poema. In confronto dell' univerſale naufragio, in cui ad uno ſdegnoſo cenno del Supremo Moderatore della natura la terra in ſeno a ſe ſteſſa ſi perde, e nel medeſimo tempo con provida aura tranquillo vi galleggia un naviglio riſervato alla di lei ripopolazione, che coſa è mai l' incendio di Troja cantato da *Omero*, e da altri prima, e dopo di lui cogli accompagnamenti delle ire di Giunone, del tempeſtoſo Eolo, e di altre più luſinganti invenzioni? La grandezza dell'oggetto fu certamente quella, che ritenne i ſommi ingegni dal cantare l'eccidio della terra: giacchè dovettero avvederſi, che il volerlo abbellire colla poeſia ſarebbe ſtato lo ſteſſo come colorire il Laocoonte del Vaticano, o il Gladiatore del Campidoglio. Eſſendo pertanto grandioſo il penſiero, ed eſſendo altronde eſpoſto con una non minore ſemplicità, convien dire, che l'autore foſſe iſpirato da un Nume più verace del Dio di Parnaſſo; cioè conviene riguardare la ſua narrazione come un ſublime poema ſenza invenzione, e ſenza metro; che è quanto a dire come una importante iſtoria divinamente iſpirata.

Senza dubbio la narrazione di Mosè in tuttociò che riguarda le circoſtanze di una univerſale inondazione, corriſponde alle oſſervazioni geologiche, come appare dalle precedenti propoſizioni. Perlochè quella ha il diritto di eſſere ammeſſa anche in quelle circoſtanze che non potevano laſciar ſulla terra alcun veſtigio per eſſere riconoſciute, come ſono gli immediati conſigli del Supremo Nume.

CXLVII. L'argomento mi rapiſce ad accennare qui qualche altro inſigne tratto della ſtoria di Mosè, che per la ſemplicità dell'eſpoſizione non ſembra attendibile, ma che trovaſi conforme alle più ben ſondate teorie della terra. Ci eſpone egli la preparazione della terra all' abitazione dell' uomo dicendo che Dio diviſe le acque dalla terra ferma: il che ſuppone che il globo terreſtre foſſe un fluido acqueo miſto con ſoſtanze atte a conſolidarſi; e ciò trovaſi ora tanto conforme alla interna ſtruttura dei continenti, che niſſuno dei buoni Geologi più dubita, che il globo abbia avuta quella fluidità, e che vi ſia intervenuta l' accennata ſeparazione. Il mezzo, con cui la Creatrice mano fece queſta diviſione, non ci viene indicato dallo Storico; ma ſolo ci dice, che fu fatta nel terzo giorno: il che indica che fu rapidamente compiuta quando pure per un giorno non ſi voglia intendere una lunga epoca: la qual coſa nel preſente caſo ſarebbe fuori di propoſito. Ora nell' ipoteſi, che al globo fluido ſia ſtata comunicata la forza di rotazione, queſta dovette rapidamente produrre una diſtinzione in mari, e continenti, come già provai nella Teoria della terra. Altronde queſta forza non potè derivare ſe non da mano Creatrice, ed allora appunto quella deve dirſi comunicata al globo, quando queſta era occupata nella formazione del medeſimo. E' pertanto del tutto veriſimile, che il mezzo per cui fu compiuta quella ſeparazione, ſia ſtato appunto la comunicazione della forza ruotante; ed in ogni modo la narrazione nell'unica circoſtanza che accenna, cioè nella rapidità della ſeparazione, concorda con quella teoria della terra, che io ho ſtabilita ſulle più accertate oſſervazioni.

CXLVIII. Lo ſteſſo Legislatore degli Ebrei ci dà un breve traſunto delle epoche dall' abitazione della terra ſino a que' tempi, che per altre ſtorie vengono uniti coi ſeguenti, e continuati di poi ſino a noi. Quanto queſte epoche concordino colle oſſervazioni geologiche, ſarà da me provato nell' opera accennata deducendo ciò dalla piccola quantità di ghiacci alpini e polari, dalla grande capacità tuttavia eſiſtente nei ſeni in cui sboccano i più grandi fiumi, dalla freſca conſervazione del rinoceronte foſſile della Siberia, e di molte reliquie di animali marini. Il tutto ſarà confermato moſtrando quanto ſieno favoloſe le lunghe epoche, che alcune nazioni producono, e di cui altri inettamente ſi ſervirono per impugnare le Moſaiche. Su di che ſtimo di dover qui anticipare una rifleſſione, che mi ſi preſentò in quelle prodotte dagli Indiani riputati i più antichi abitatori della terra. Eſſi ci dicono, che il mondo deve durare 4320000 anni diviſi in quattro età, delle quali la prima durò 1728000 anni, la ſeconda 1296000, la terza 864000, e la quarta che è di 432000 va tuttavia proſeguendo. Eſaminando queſti quattro numeri eſſi preſentano tutti i caratteri per eſſer riputati cabaliſtici. Primamente ognuno è diviſibile per molti numeri, e maſſime per 1, 2, 3, 4, cioè pel numero indicante la prima, la ſeconda, la terza, e la quarta età. Di più ciaſcuno è diviſibile per 120; il qual numero riſulta dalla moltiplicazione dei quattro numeri 1 2 3 4 e del 5, che indica il quinto gran numero riſultante dalla ſomma delle quattro età. Di queſte età la prima altro non è che il cubo di 120; la ſeconda è la metà della ſomma della prima, e della terza; la terza è la metà della prima; e la quarta è la metà della terza. Ora le epoche reali non mai ſi trovano terminate in numeri così rotondi, sì che ſieno diviſibili per 1000, come ſono queſti. Di più non è veriſimile, che in epoche reali ſi trovino tanti rapporti così regolari come quelli che ho indicati. Altronde ſcopreſi manifeſtamente la cabala nello ſcopo prefiſſo al totale delle età, che è d' indovinare il termine del mondo. Convien dunque dire che le Indie abbiano avuto prima della Francia qualche Conte di *Buffon* facitore di Epoche della Natura.

CXLIX. Ritenute queſte poche rifleſſioni, e le pruove da me arrecate di una ſtraordinaria, univerſale, e breve inondazione, ſi può ſenza ardimento aſſerire, che chiunque ſi oppoſe alla ſtoria Moſaica fu o un ragionatore ſenza oſſervazioni, o un oſſervatore ſenza principj.

INDICE

DEI CAPI CONTENUTI NELLA SECONDA PARTE DELLA MEMORIA GEOLOGICA.

INTRODUZIONE . . . . *pag.* 389

CAPO I. *Degli argomenti comprovanti, che la terra dopo di eſſere abitata fu inondata ſino oltre le più alte cime dei monti* 392

CAPO II. *Argomenti ed oſſervazioni, che direttamente eſcludono una permanente e lunga inondazione di tutta la ſuperficie terreſtre, da che fu abitata* 397

CAPO III. *Delle circoſtanze che devonſi aſſumere per moſtrare un' eſatta corriſpondenza tra le rivoluzioni ſecondarie della ſuperficie terreſtre, ed una generale ſtraordinaria, e breve inondazione della medeſima* 404

CAPO IV. *Sui diverſi ſtati, ed effetti generali delle acque inondatrici nel breve tempo della loro permanenza ſulla ſuperficie terreſtre* 408

CAPO V. *Pruove dirette dei dati aſſunti nel Capo III. per determinare l' idea di una generale inondazione eſpoſte in diſtinte propoſizioni* 424

PROPOSIZIONE I. *Allorachè cominciò la generale, e ſtraordinaria inondazione del globo, il mare era preſs' a poco al preſente livello* . . . . : 424

PROPOSIZIONE II. *Prima che il globo foſſe univerſalmente inondato l' aſſe terreſtre avea per rapporto all' equatore preſente quaſi la ſteſſa ſituazione, che ora vi ſi oſſerva, nè ſi mutò durante l' inondazione medeſima* 425

PROPOSIZIONE III. *Il clima geografico della ſuperficie terreſtre antecedentemente all' inondazione generale era preſs' a poco eguale al preſente; nel clima ſiſico però per l' inon-*

dazione intervennero ſenſibili variazioni maſſime per rapporto alla vita e ſuſſiſtenza dei corpi organizzati. 430

PROPOSIZIONE IV. *Allorachè cominciò la generale inondazione eſiſtevano le ſpecie dei corpi organizzati ora viventi* 437

PROPOSIZIONE V. *Sottoterra eſiſtevano, e tuttavia eſiſtono acque ſufficienti ad una generale inondazione della ſuperficie terreſtre* 444

PROPOSIZIONE VI. *L'inondazione generale provenne parte da dirotte piogge, e parte de acque elevateſi da ſotterranee caverne.* 445

PROPOSIZIONE VII. *Le acque inondatrici dovettero in breve tempo, che potette eſſere non maggiore di 40 giorni, giugnere dal mare preſente ſino ſopra le più alte montagne; e per ritirarſi al precedente livello non era neceſſario un tempo maggiore di un anno* 448

CAPO VI. *Sulla corriſpondenza dei ſingoli fenomeni geologici colla ſtraordinaria, e breve inondazione determinata nel Capo III.* 452

ARTICOLO I. *Su diverſi corpi organizzati eſotici ai climi ove ora ſi trovano foſſili* 452

ARTICOLO II. *Sugli elefanti, ed altri grandi animali terreſtri, che trovanſi foſſili maſſime nella Siberia, ed in particolare ſul rinoceronte colà trovato coperto ancora della ſua pelle* 454

ARTICOLO III. *Sui peſci impietriti, o foſſili, e maſſime ſu quelli che trovanſi nel monte Bolca* 460

ARTICOLO IV. *Sulla quantità, ed altre circoſtanze delle conchiglie foſſili* 464

ARTICOLO V. *Sugli ammaſſi di conchiglie, e di altri corpi organizzati foſſili diſtinti in famiglie, o ſpecie* 469

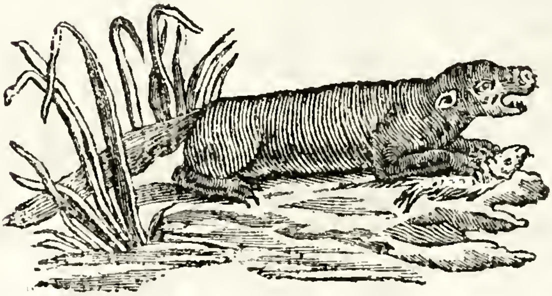
ARTICOLO VI. *Sulle foladi, ed altri vermi marini foſſili, che ſembrano eſſere nello ſteſſo ſito in cui viſſero* 470

ARTICOLO VII. *Sui monti calcarei, ed altri depoſiti ſecondarj* 475

ARTICOLO VIII. *Sui maſſi granitoſi, ed originarj, che trovanſi ſparſi a diverſe altezze ſui monti ſecondarj* 479

ARTICOLO IX. *Sulla corriſpondenza delle ſtratificazioni e delle materie in monti tra loro ſeparati per l'interpoſizio-*

ne di ſtretti di mare, e di valli 482
ARTICOLO X. *Sui vulcani ſubacquei, e maſſime ſui monti compoſti di ſtrati alternativi di lave, e conchiglie, ed anche di terra vegetale* 483
CAPO VII. *Eſame dell' opinione di chi aſcrive le rivoluzioni ſecondarie a replicate inondazioni, o ad altre cagioni intervenute in una indefinita ſerie di ſecoli* 487
CAPO VIII. *Della cagione d' onde derivarono le eruzioni acquee, e le piogge inondatrici del globo* 494



RIFLESSIONI

SULL' INTEGRAZIONE DI QUELL' EQUAZIONI, LE QUALI NON SODDISFANNO ALLE CONDIZIONI D'INTEGRABILITA'

DEL SIGNOR PIETRO PAOLI.

E' Noto che dell'equazioni differenziali tra tre o più variabili altre ammettono una equazione di un ordine inferiore, che ad eſſe ſoddisfà, e ne è l'integrale completo, altre nò. Dai Sigg. *Euler* e *Fontaine* per l'equazioni differenziali del prim'ordine, e dal Sig. Marcheſe di *Condorcet* per quelle degli ordini ſuperiori ſono ſtate date le condizioni neceſſarie, perchè il primo caſo abbia luogo. I Geometri hanno credute aſſurde ed impoſſibili tutte l'equazioni del ſecondo caſo, perchè hanno penſato che una equazione differenziale non poteſſe eſprimere una proprietà reale, ſe la medeſima proprietà non era eſprimibile da una equazione finita. Ma così penſando hanno attribuito ai criterj d'integrabilità più di quello, che loro conveniva in vigore de' principj, ond'erano ſtati dedotti. Poichè ſe in una data equazione queſte condizioni non hanno luogo, non ſe ne può concludere che la propoſta ſia in qualunque ſenſo aſſurda, ma che ſia tale ſolo nell' ipoteſi, alla quale è appoggiata la ricerca de' criterj medeſimi, cioè che tutte le variabili dell' equazione, fuorchè una, ſiano tra loro indipendenti. Onde la conſeguenza, che ſi deve dedurre dai criterj non ſoddisfatti, non è che la propoſta ſia aſſurda, ma che in eſſa tutte le variabili fuorchè una non poſſono eſſere indipendenti. E ſe ſi aſſumono tra queſte variabili dei rapporti, che non eſſendo per alcuna parte determinati, ſono perciò rilaſciati al noſtro arbitrio, la propoſta eſprimerà allora un rapporto reale tra tutte le variabili. Per fiſſar le idee ſupponghiamo che ſia data una equazione differenziale tra le tre variabili x,

y, e z. Se eſſa ſoddisfà alle condizioni d'integrabilità, ſi potrà integrare nell'ipoteſi, che le variabili x ed y ſiano tra loro indipendenti, e l'integrale riferito alla Geometria eſprimerà una ſuperficie curva. Se poi i criterj d'integrabilità non ſono ſoddisfatti, la propoſta non potrà ſuſſiſtere, allorchè le variabili x ed y ſi riguardano come tra loro indipendenti, e non rappreſenterà alcuna ſuperficie. Ma poichè le variabili x ed y devono tra loro dipendere, ſe prendiamo una equazione qualunque tra x ed y, la propoſta combinata con queſta ſarà integrabile, e l'integrale ſoddisfarà alla propoſta, ſe inſieme con eſſo avrà luogo l'equazione aſſunta tra x ed y. Cioè in queſto caſo la propoſta non rappreſenterà una ſuperficie curva, ma una curva di doppia curvatura, eſpreſſa dalle due equazioni precedenti: e la curva di doppia curvatura riſolverà il problema in queſto caſo, come nell'altro lo riſolveva la ſuperficie curva.

Il Sig. *Monge* il primo ha rilevata l'ineſattezza di queſto giudizio de' Geometri nelle Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno 1784. Queſto gran Geometra ha oſſervato *a priori*, che l'equazioni riputate aſſurde, ſe ſi riferiſcono alla Geometria, rappreſentano proprietà reali dell'eſtenſione, e perciò eſſe ſono reali. Ma quella proprietà, che è eſpreſſa in una ſola equazione differenziale, non ſi può rappreſentare con una ſola equazione finita, ma richiede neceſſariamente due o più equazioni. In fatti, allorchè queſt'equazioni non comprendono che tre ſole variabili, apparrengono, come abbiam detto di ſopra, ad una curva di doppia curvatura; ed ognun ſa che le curve di doppia curvatura non ſi poſſono eſprimere in termini finiti, che mediante due equazioni. Tutte pertanto l'equazioni differenziali, tanto quelle che ſoddisfanno alle condizioni d'integrabilità, che quelle, le quali non ſono alle medeſime condizioni ſoggette, ha trovato il Sig. *Monge* eſſer capaci di una vera integrazione, con queſta differenza però, che l'integrale delle prime è eſpreſſo da una ſola equazione, mentre quello delle ſeconde non può eſprimerſi che col ſiſtema di più equazioni ſimultanee.

L'oggetto di queſte ricerche è quello d'illuſtrare queſto nuovo ramo di Calcolo Integrale, e di dedurre la teoria di queſt' equazioni da conſiderazioni puramente analitiche. Quantunque ſia più luminoſa la ſtrada tenuta dal Sig. *Monge*, la quale fa ſubito vedere, che quell' equazioni eſprimono una proprietà reale dell' eſtenſione, e dalla natura di queſta proprietà deduce l' integrale di quelle; pure ſembra più diretto il ricavare la ſoluzione di un problema analitico dai ſoli principj del Calcolo, tanto più che non ſi può queſto problema alla Geometria riferire, quando le variabili ſono più di tre. Si può in queſto modo più accuratamente giudicare del numero dell' equazioni integrali e della forma delle funzioni arbitrarie, che ſono in eſſe compreſe: ſu' quali due articoli ſon giunto ad alcuni riſultati non conformi a quei del Sig. *Monge*, i quali ſottopongo al giudizio de' Geometri.

ARTICOLO I.

Dell' equazioni del prim' ordine, nelle quali le differenze ſon lineari.

I. Supponghiamo che ſiano date due equazioni

$$\left.\begin{array}{l} dz - Mdz - Ndy = 0 \\ dz - Pdx - Qdy = 0 \end{array}\right\} (a)$$

ove M, N, P, e Q ſiano funzioni delle variabili x ed y. Quantunque in ciaſcuna di queſt' equazioni le condizioni d' integrabilità non ſiano ſoddisfatte, pure conſiderate inſieme eſſe ſono reali, e determinano il valore di y e di z in x. Infatti ſe ne deduce

$$(M - P)\, dx + (N - Q)\, dy = 0,$$

e queſta equazione, non contenendo che due ſole variabili, è ſempre integrabile, ed il di lei integrale ci dà il valore di y in x. Si ſoſtituiſca queſto valore di y in una delle due prime equazioni, e queſta dopo la ſoſtituzione non conterrà che due variabili. Sarà dunque integrabile, e ſe ne potrà determinare il valore di z in x. Ne ſegue, che ciaſcuna delle due equazioni precedenti conſiderata da ſe ſola non ci dà alcun rapporto tra le variabili x, y, e z: ma ſe ſi combina con l' altra, il ſiſtema di queſt' equazioni determina due delle variabili x, y, e z per la terza. Abbiamo ſuppoſto che nelle quantità M, N, P, e Q non ſia contenuta la z;

ſe vi foſſe compreſa, ciò non ſarebbe altra differenza, ſe non che l'eliminazione di z non ſarebbe così facile.

Se foſſe data una ſola dell'equazioni (a), quella da per ſe ſola non ci darebbe alcuna relazione tra le variabili x, y, e z, poichè due di eſſe non poſſono eſſere tra loro indipendenti a motivo de' criterj d'integrabilità non ſoddisfatti, ma dovrebbe combinarſi con un'altra equazione. Queſta ſeconda equazione non eſſendo data, il problema, in cui ſi cerca l'integrale della prima, ſarà in certa maniera indeterminato, e potrà prenderſi per ſeconda equazione quella, che più ci piacerà. Ma poichè l'oggetto di queſta ſeconda equazione è di ſtabilire col mezzo di eſſa un rapporto tra due delle variabili, per eſempio tra x ed y, potremo ſubito ſupporre che eſſa ſia $y = \phi . x$, eſſendo $\phi . x$ una funzione qualunque arbitraria di x. Soſtituito queſto valore di y nella propoſta, eſſa diventerà un'equazione tra due ſole variabili z ed x, ed eſprimerà un rapporto reale tra z ed x: e queſto rapporto tra z ed x eſpreſſo in termini finiti, e combinato coll'equazione $y = \phi . x$ ſarà l'integrale dell'equazione propoſta. L'integrale pertanto di una equazione, nella quale le condizioni d'integrabilità non ſono ſoddisfatte, è contenuto in due equazioni, che devono aver luogo nel medeſimo tempo; e queſt' equazioni contengono una funzione arbitraria.

Sia data per eſempio l'equazione non integrabile da ſe ſola, $dz = aydx + bdy$, ove a e b ſono quantità coſtanti: facciamo $y = \phi . x$, e ſoſtituendo queſto valore, e ponendo $\frac{d . \phi . x}{dx} = \phi' . x$, $\frac{d . \phi' . x}{dx} = \phi'' . x$, ec. avremo $dz = adx\phi.x + bdx\phi'.x$, ed integrando $z = a\int dx\phi.x + b\phi.x$. Quindi l'integrale della propoſta è compreſo nelle due equazioni $z = a\int dx\phi.x + b\phi.x$, ed $y = \phi.x$, o ſia (poſto $\int dx\phi.x = \psi.x$ per evitare il ſegno ſommatorio) nelle due ſeguenti $z = a\psi.x + b\psi'.x$, ed $y = \psi'.x$. Infatti ſoſtituendo queſto valore di z nell'equazione $dz = aydx + bdy$ avremo $adx\psi'.x + bdx\psi''.x = aydx + bdy$, la qual equazione è identica a motivo di $y = \psi'.x$, e $dy = dx\psi''.x$.

Se vogliamo traſferire queſte coſe alla Geometria, e conſideriamo x, y, e z come le tre coordinate di una ſuperficie curva, cie curva, le due equazioni $z = a\psi.x + b\psi'.x$, ed $y = \psi'.x$ eſprimeranno due curve, una ſituata nel piano delle z ed x, l'altra nel piano delle x ed y. Queſte due curve ſaranno le projezioni di una curva di doppia curvatura, i punti della quale ſoddisfaranno a quel problema, che ci ha condotti all' equazione propoſta, perchè queſti punti ſono determinati dalle due equazioni, che conſiderate inſieme ſoddisfanno all'equazione propoſta, e ne formano l'integrale. Siccome $\psi.x$ è arbitraria, infinite ſaranno le curve di doppia curvatura, che ſoddisfanno; e ciò doveva ſuccedere in un problema indeterminato, in cui poſſiamo prendere una equazione ad arbitrio, la quale ſecondochè diverſa ſi aſſume, diverſo ne deve naſcere l'integrale delle due equazioni inſieme combinate. Tutte però le ſoluzioni particolari ſono compreſe nelle due equazioni trovate, le quali hanno perciò il carattere d'integrale completo. Se per avere una ſoluzione particolare facciamo $\psi.z = x^2 + cx + e$, e quindi $\psi'.x = 2x + c$, avremo $z = ax^2 + (ac + ab)x + ae + bc$, $y = 2x + c$, le quali ci moſtrano che al problema ſoddisfà la curva nata dall'interſezione di un piano condotto lungo la retta dell' equazione $y = 2x + c$ con la ſuperficie dell'equazione $z = a(x^2 + cx + e) + by$. E quantunque queſta curva ſia di ſemplice curvatura, pure ritenendo le coordinate x, y, e z non poſſiamo rappreſentarla che per mezzo di due equazioni.

Il problema dell' equazione precedente potrebbe enunciarſi così: trovare una curva di doppia curvatura, in cui ſia $\frac{dz}{dx} = ay + b\frac{dy}{dx}$. Queſta enunciazione ci fa vedere che il problema è indeterminato; poichè una curva di doppia curvatura è determinata, quando ſono dati i rapporti $\frac{dz}{dx}$, e $\frac{dy}{dx}$. Ora queſto problema dandoci il primo rapporto per il ſecondo, laſcia queſto pienamente al noſtro arbitrio, e perciò poſſiamo ſupporlo qualunque. Se invece ſi proponeſſe di trovare una ſuperficie, in cui foſſe $\frac{dz}{dx} = ay + b\frac{dy}{dx}$, queſta ſola equazione baſterebbe allora per determinare il problema;

ma l'equazione di condizione non ſoddisfatta ci avverte che una tal ſuperficie non eſiſte.

II. Quantunque poſta $y = \phi . x$ l'equazione differenziale tra tre variabili ſi riduca ad eſſer tra due ſole, e perciò capace d'integrazione ſecondo i ſoliti metodi; pure queſta integrazione ſarà per lo più aſſai difficile, e la difficoltà in gran parte naſcerà dalla funzione arbitraria $\phi . x$, che vi ſi è introdotta. Quindi per ottenere l'integrale in termini finiti converrà ricorrere ad altri artifizj. Incominciamo dal cercare un integrale particolare, perchè da quello potremo poi dedurre l'integrale completo. Data l'equazione $Adz + Bdx + Cdy = 0$ non integrabile da ſe ſola, ſiccome poſſiamo prenderne un'altra ad arbitrio, che abbia luogo inſieme con lei, prendiamo un'equazione qualunque $M = \alpha$, ove ſia M una funzione determinata di x ed y, ed α una coſtante arbitraria. Per mezzo di queſta equazione eliminiamo dalla propoſta una delle variabili, ed il di lei integrale ſia allora $N = \beta$, eſſendo β la coſtante arbitraria introdotta dalla integrazione. Le due equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ conſiderate inſieme ſoddisfaranno alla propoſta, e ne ſaranno perciò un integrale particolare. Riguardo alla funzione M, biſogna proccurare di prenderla in modo, che dalla propoſta combinata coll'equazione $M = \alpha$, ne naſca una equazione facilmente integrabile. Ma in qualunque modo ſi prenda, ſi avrà ſempre un'equazione tra due variabili, l'integrazione della quale ſi ſuppone data, quando ſi tratta dell'equazioni tra tre variabili.

Trovato un integrale particolare, potremo da queſto dedurre l'integrale completo, uſando il metodo immaginato dal Sig. *de la Grange* di far variar le coſtanti, il qual metodo ha tanto contribuito all' avanzamento dell'Analiſi. A queſt'oggetto ſi oſſervi, che l'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ ſoddisfanno all'equazione propoſta, allorchè α, e β ſono quantità coſtanti; e perciò ſoſtituiti i valori di dz, e di dy ricavati dall'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ nella propoſta, eſſa diventa identica. Se adeſſo ſupponghiamo α e β variabili, la propoſta ſoſtituendovi i valori di dz e di dy, non ſarà più identica, ma diventerà della forma $md\alpha + nd\beta = 0$. Facciamo $\beta = \phi . \alpha$, e queſta equazione ci darà $m + n\phi' . \alpha = 0$: e quindi alla propoſta ſoddisfanno l'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$, anche quando α e β ſon variabili, purchè abbia luogo l equazione $m + n\varphi'.\alpha = 0$. L'integrale pertanto della propoſta ſarà eſpreſſo dalle tre equazioni $M = \alpha$, $N = \varphi.\alpha$, $m + n\varphi'.\alpha = 0$, cioè eliminata α dalle due equazioni $N = \varphi.M$, $m + n\varphi'.M = 0$.

Prendiamo per eſempio l'equazione

$$ydy + ydx + xdz = 0$$

nella quale non ha luogo la condizione d'integrabilità.

Ponghiamo $x + y = \alpha$, e ſoſtituito il valore di x nella propoſta, eſſa ci darà $dz = 0$, cioè $z = \varphi.\alpha$. Facendo adeſſo α variabile, e ſoſtituendo nell'equazione data i valori di dx e di dz preſi dall' equazioni $x + y = \alpha$, $z = \varphi.\alpha$ troveremo $y + x\varphi'.\alpha = 0$. Quindi l'integrale della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni $z = \varphi(x + y)$, $y + x\varphi'(x + y) = 0$.

Ponghiamo $x - y = \alpha$, ed avremo $2ydy + (y + \alpha)dz = 0$, cioè $2y - 2\alpha$ log. $(y + \alpha) + z = \varphi.\alpha$. Quindi una dell'equazioni integrali ſarà $z + 2y - 2(x - y)$ log. $x = \varphi(x - y)$, e l'altra ſi troverà $2x + y + 2x$ log. $x + x\varphi'(x - y) = 0$.

Ponghiamo $x = \alpha y$, e ſoſtituito queſto valore di x la propoſta diventerà $(1 + \alpha)dy + \alpha dz = 0$, cioè $\alpha z + (1 + \alpha)y = \varphi.\alpha$. Facendo variare α troveremo $z = \varphi'.\alpha$: onde le due equazioni integrali della propoſta ſaranno $x + (z + y) + y^2 = y\varphi.\frac{x}{y}$, e $z = \varphi'.\frac{x}{y}$. Aſſumendo altr'equazioni tra x ed y troveremo lo ſteſſo integrale eſpreſſo in infinite forme diverſe.

Se nell'equazione $M = \alpha$ noi facciamo $M = x$, o $= y$, o $= z$, il noſtro metodo ſi ridurrà ad integrare la propoſta nell' ipoteſi, che una delle quantità x, y, z ſia coſtante. Se l'integrale della propoſta è in queſta ſuppoſizione $N = \beta$, ſarà $N = \varphi.x$ (ſe per eſempio x è ſtata ſuppoſta coſtante) una dell'equazioni integrali, e l'altra ſi dedurrà dal paragone del differenziale di $N - \varphi.x = 0$ preſo nell'ipoteſi che anche la x varj con la propoſta. Queſto metodo è quel medeſimo, che ſi ſuole adoprare per l'equazioni da ſe ſole integrabili, ſe non che la ſeconda equazione ſerve allora a determinare la funzione arbitraria.

Ma qualunque ſia M, ſe il differenziale dell'equazione $N = \varphi.M$ ſi paragona con la propoſta, ne naſcerà l'altra equazione $(m + n\varphi'.x)dx$, cioè poichè $\alpha = M$,

$(m+n\varphi'.M)\frac{dM}{dx}dx+(m+n\varphi'.M)\frac{dM}{dy}dy=0$, e perciò nella equazione, che ſe ne otterrà, anderanno a zero i coefficienti di dx e di dy. Quindi ſi ricava un altro metodo, il quale moſtra più da vicino la relazione, che paſſa tra queſt' equazioni da loro ſole non integrabili, e quelle a differenze parziali. Ponghiamo che una dell' equazioni integrali di $Adz+Bdx+Cdy=0$ ſia una relazione tra x, y, e z, che differenziata ci dia $dz=pdx+qdy$. Soſtituendo queſto valore di dz nella propoſta avremo $(Ap+B)dx+(Aq+C)dy=0$, e ſiccome devono ſvanire i coefficienti di dx e di dy, avremo $Ap+B=0$, $Aq+C=0$, le quali due equazioni a differenze parziali dovranno aver luogo inſieme. Quindi integrata una di eſſe, o una che da ambedue dipenda, ſarà queſta una dell'equazioni integrali cercate, e l'altra ſi troverà paragonando la prima con quella dell' equazioni $Ap+B=0$, $Aq+C=0$, che non è ſtata contemplata, o con una qualunque di eſſe, ſe ambedue ſono ſtate conſiderate. Queſto è il metodo del Sig. *Monge*, il quale combina eſattamente col noſtro, e ci moſtra che quantunque le due equazioni integrali poſſano variare infinitamente di aſpetto, pure ci danno ſempre il medeſimo integrale, perchè qualunque eſſe ſiano, devono ſempre ſoddisfare alle due equazioni $Ap+B=0$, ed $Aq+C=0$.

III. Può ſuccedere che l'equazioni, le quali formano l'integrale della propoſta, ſian tali, che dato un valore determinato alla funzione arbitraria in eſſe contenuta ſi riducano ad una ſola. In queſto caſo avremo un integrale della propoſta eſpreſſo in una ſola equazione, ma queſto ſarà particolare ſenza alcuna coſtante arbitraria, perchè per ipoteſi la propoſta non è ſuſcettibile d'integrale completo eſpreſſo in una ſola equazione. Coſì data l'equazione

$$(y-z)dz+xdy+(z-y)dx=0,$$

di cui l'integrale è formato dalle due equazioni

$$z=x+\varphi.y$$

$$z=y+\frac{x}{\varphi'y},$$

è chiaro che poſta $\varphi.y=y$ queſte due equazioni ſi riducono alla medeſima $z=x+y$, la quale da ſe ſola ſoddisfà alla propoſta. Ed ecco ſpiegata l'origine di quelle ſoluzioni particolari, che alcune volte ſi trovano ſoddisfare all'equazioni da loro ſteſſe non integrabili, e che vengono indicate dai criterj d'integrabilità. Poichè è evidente che eſſe hanno luogo, quando le due equazioni componenti l'integrale completo poſſono ridurſi ad una ſola, e ſono perciò compreſe nel medeſimo integrale completo.

IV. Se l'equazioni ſaranno tra quattro variabili, il Sig. *Monge* ſtabiliſce, che non ſi potrà generalmente ad eſſe ſoddisfare, che per mezzo di tre equazioni, le quali comprendano una funzione arbitraria di due variabili. Egli eccettua però alcuni caſi, ne' quali ſi può ad eſſe ſoddisfare con due equazioni, che contengono una funzione arbitraria di una ſola variabile, come ſuccede nell'integrale dell'equazioni a tre variabili. Pure vedremo in breve, che in tutti i caſi ſi può ad eſſe ſoddisfare con due ſole equazioni. Data qualunque equazione $Adu + Bdz + Cdy + Ddx = 0$, che non ſoddisfaccia alle condizioni d'integrabilità, ponghiamo $M = \alpha$, $N = \beta$, ove ſiano M ed N due funzioni determinate di x, y, e z, ed α e β coſtanti arbitrarie. Da queſt'equazioni ricavato il valore di z e di y in x, ſi ſoſtituiſca nella propoſta, ed eſſa diventerà una equazione tra due ſole variabili u ed x, che integrata ci darà $P = \gamma$. L'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$, e $P = \gamma$ preſe inſieme ſoddisfanno alla propoſta, e perciò ſoſtituiti i valori di du, dz, e dy ricavati da eſſe nella propoſta, la rendono identica. Ciò è vero quando α, β, e γ ſon coſtanti; ma ſe ſon riguardate come variabili, la ſoſtituzione dei valori di du, dz, e dy non renderà più identica la propoſta, ma ci darà una equazione della forma $md\gamma + ndx + pd\beta = 0$. Facciamo $\gamma = \phi(\alpha, \mu)$, e queſta equazione diventerà $(m\frac{d\phi}{dx} + n)dx + (m\frac{d\phi}{d\beta} + p)\,d\beta = 0$. Quindi alla propoſta ſoddisfarà l'equazione $P = \phi(M, N)$, purchè con eſſa abbian luogo anche l'equazioni $m\frac{d\phi}{dM} + n = 0$, $m\frac{d\phi}{dN} + p = 0$. Se noi facciamo $M = x$, ed $N = y$, queſto metodo ſi ridurrà ad integrar la propoſta nella ipoteſi di x

e di y coſtanti, ed a completar poi l'integrale con una funzione arbitraria di x ed y. Le altre due equazioni ſi ricaveranno dal paragone del differenziale della prima con la propoſta, poſti $=0$ i coefficienti di dx e di dy dopo l'eliminazione di du e di dz.

Avremo adunque tre equazioni integrali tra x, y, z, u, ed una funzione ϕ di due variabili x, ed y. Per mezzo di eſſe potremo ſempre eliminare z ed u, ed otterremo una equazione a differenze parziali tra x, y, e ϕ. Integrata queſta equazione avremo ϕ eſpreſſa per una funzione di una ſola variabile, e la ſoſtituzione di queſto valore di ϕ nelle tre equazioni integrali le ridurrà a due ſole, perchè due qualunque di eſſe comporteranno la terza.

Prendiamo per eſempio l'equazione

$$udu + xdz + zdy + ydx = 0$$

per eſprimer l'integrale della quale il Sig. *Monge* crede neceſſarie tre equazioni. Suppoſte x ed y coſtanti, avremo integrando $u^2 + 2xz = \phi(x, y)$.

Il differenziale di queſta equazione ci dà

$2udu + 2xdz + 2zdx = \frac{d\phi}{dx} dx + \frac{d\phi}{dy} dy$; e paragonato queſto differenziale con la propoſta, ne otterremo $2z + \frac{d\phi}{dy} = 0$, $2z - 2y - \frac{d\phi}{dx} = 0$. Quindi l'integrale della propoſta è eſpreſſo dalle tre equazioni

$$u^2 + 2xz = \phi(x, y)$$

$$2z - 2y - \frac{d\phi}{dx} = 0$$

$$2z + \frac{d\phi}{dy} = 0.$$

Per ridurle a due, ſi elimini z dalle due ultime equazioni, e ſi avrà $\frac{d\phi}{dx} + \frac{d\phi}{dy} + 2y = 0$. Queſta equazione integrata ci darà $\phi = \psi(x - y) - y^2$, e ſoſtituendo queſto valore di ϕ avremo

$$u^2 + 2xz = \psi(x - y) - y^2$$

$$2z - 2y = \psi'(x - y),$$

poichè la terza equazione è identica con la ſeconda. E' facile il vedere che queſte due equazioni ſoddisſanno alla propoſta; perchè la prima differenziata ci dà

$$2udu + 2xdz + 2zdx = \psi'dx - \psi'dy - 2ydy,$$

e ſoſtituitovi il valore di ψ' ricavato dalla ſeconda

$$2udu + 2xdz = -2ydx - 2zdy,$$

che è la propoſta.

Sia data in ſecondo luogo l'equazione

$$xdu + ydz - xdx - ydy = 0.$$

Integrando nella ipoteſi di x ed y coſtanti avremo $xu + yz = \phi(x, y)$, e dal paragone del differenziale di queſta equazione con la propoſta ne dedurremo $u + x = \frac{d\phi}{dx}$, $z + y = \frac{d\phi}{dy}$. Dunque l'integrale della propoſta è eſpreſſo dalle tre equazioni

$$xu + yz = \phi(x, y)$$

$$u + x = \frac{d\phi}{dx}$$

$$z + y = \frac{d\phi}{dy}.$$

Da queſt'equazioni eliminiamo u e z, ed avremo l'equazione a differenze parziali $x\frac{d\phi}{dx} + y\frac{d\phi}{dy} = \phi + x^2 + y^2$. L'integrale di queſta equazione ci darà $\phi = x^2 + y^2 + x\psi.\frac{x}{y}$: il qual valore di ϕ ſe ſi ſoſtituiſce nelle tre equazioni integrali, eſſe diventeranno

$$xu + yz = x^2 + y^2 + x\psi.\frac{x}{y}$$

$$u = x + \psi.\frac{x}{y} + \frac{x}{y}\psi'.\frac{x}{y}$$

$$z = y - \frac{x^2}{y^2}\psi'.\frac{x}{y}.$$

Poſte due qualunque di queſt'equazioni ne ſegue neceſſariamente la terza: quindi due qualunque di eſſe eſprimono l'integrale della propoſta.

Sia data ſinalmente l'equazione

$$3u^2du+x^2dz+\left(\frac{x^2z^2}{y^2}-xz\right)dy+y^2dx.$$

Poſte x ed y coſtanti avremo integrando $u^3+x^2z=\phi(x,y)$, e paragonando il differenziale di queſta equazione, allorchè tutto varia, con la propoſta troveremo $2xz-y^2=\frac{d\phi}{dx}$, e $xz-\frac{x^2z^2}{y^2}=\frac{d\phi}{dy}$. Quindi l'integrale della propoſta è rappreſentato dalle tre equazioni

$$u^3+x^2z=\phi(x,y)$$

$$2xz-y^2=\frac{d\phi}{dx}$$

$$xz-\frac{x^2z^2}{y^2}=\frac{d\phi}{dy}.$$

Per ridurle a due eliminiamo z dalla ſeconda e dalla terza, ed avremo l'equazione a differenze parziali $y^4-4y^2\frac{d\phi}{dy}=\frac{d\phi^2}{dx^2}$. Queſta non eſſendo lineare, non potremo con i ſoliti metodi eſprimerne l'integrale in una ſola equazione, ma in due, le quali ſi troveranno nel modo ſeguente. E' chiaro che all'equazione $y^4-4y^2\frac{d\phi}{dy}=\frac{d\phi^2}{dx^2}$ ſi ſoddisfà ponendo $\frac{d\phi^2}{dx^2}=\alpha^2=y^4-4y^2\frac{d\phi}{dy}$, ed α coſtante. Ora l'equazione $\frac{d\phi^2}{dx^2}=\alpha^2$ ci dà $\phi=\alpha x+f.y$, e ſoſtituendo queſto valore di ϕ nell'equazione $y^4-4y^2\frac{d\phi}{dy}=\alpha^2$ ne ricaviamo $y^4-4y^2f'.y=\alpha^2$, cioè $f.y=\frac{\alpha^2}{4y}+\frac{y^2}{12}+\beta$, e quindi $\phi=\alpha x+\frac{\alpha^2}{4y}+\frac{y^3}{12}+\beta$. Ma queſto valore di ϕ, che ſoddisfà all' equazione precedente allorchè α e β ſon coſtanti, vi ſodvi ſoddisfarà ancora ſuppoſte α e β variabili, purchè ciò che naſce dalla variazione di queſte due quantità ſia $= 0$. Quindi poſta $\beta = \psi.\alpha$, l'integrale dell' equazione $y^4 - 4y^2 \frac{d\phi}{dy} = \frac{d\phi^2}{dx^2}$ ſarà eſpreſſo dalle due equazioni $\phi = \alpha x + \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi.\alpha$, e $x + \frac{\alpha}{2y} + \psi'.\alpha = 0$, (ove la ſeconda è $= \frac{d\phi}{d\alpha}$), cioè naſcerà dall'eliminazione di α da queſte due equazioni. Soſtituiamo adeſſo il valore di ϕ nelle tre equazioni integrali, ed eſſe diventeranno

$$u^3 + x^2 z = \alpha x + \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi.x$$

$$2xz - y^2 = \alpha$$

perchè la terza combina con la ſeconda; ma con queſte due dovrà aver luogo anche l'equazione

$$x + \frac{\alpha}{2y} + \psi'.\alpha = 0.$$

L'integrale pertanto della propoſta naſcerà dall'eliminazione di α da queſte tre equazioni: ma la ſeconda ci dà $\alpha = 2xz - y^2$; quindi ſoſtituendo queſto valore di α nelle altre due avremo l'integrale della propoſta eſpreſſo dalle due equazioni

$$u^3 = x^2 z - xy^2 + \frac{(2xz - y^2)^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi(2xz - y^2)$$

$$x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2) = 0$$

com'è facile di verificare. Infatti prendendo il valore di du dalla prima di queſt'equazioni, e ſoſtituendolo nella propoſta avremo

$$(2z dx - 2y dy + 2x dz)\left(x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2)\right) = 0.$$

la qual' equazione è identica a motivo di $x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2) = 0$.

V. Se l'equazione ſarà tra cinque variabili r, u, z, y, ed x, poſte x, y, e z coſtanti, il di lei integrale conterrà una funzione arbitraria ϕ delle tre variabili x, y, e z. Col metodo precedente ſi troveranno le altre tre equazioni, che devono aver luogo inſieme con queſta per eſprimere l'integrale della propoſta. Per mezzo di queſte quattro equazioni eliminando r ed u avremo due equazioni a differenze parziali tra x, y, z e ϕ. Integrata una di eſſe, o una che da ambedue dipenda, avremo ϕ eſpreſſa per una funzione ψ di due ſole variabili, e la foſtituzione di ϕ nelle quattro equazioni integrali le ridurrà a tre ſole, perchè tre qualunque di eſſe comporteranno la quarta. Ciò è vero in generale, perchè ſe eliminate r ed u da queſte tre ultime equazioni ne riſultaſſe una equazione a differenze parziali, nella quale non aveſſero luogo che le variabili della funzione ψ, queſta equazione potrebbe integrarſi, e le tre equazioni integrali per la ſoſtituzione del valore di ψ ſi ridurrebbero a due ſole, come vedremo negli eſempj ſeguenti.

Sia propoſta l'equazione

$$zdr + ydu - xdz - ydx - zdy = 0 .$$

Poſte x, y, e z coſtanti troveremo integrando

$$zr + yu = \phi(x, y, z)$$

e dal paragone del differenziale di queſta equazione con la propoſta avremo le altre tre equazioni

$$r + x = \frac{d\phi}{dz}$$

$$u + z = \frac{d\phi}{dy}$$

$$y = \frac{d\phi}{dx}$$

La quarta equazione, che non contiene nè r, nè u, integrata ci darà $\phi = xy + \psi(y, z)$, e queſto valore di ϕ ſoſtituito nell'equazioni integrali le ridurrà alle tre ſeguenti

$$zr + yu = xy + \psi(y, z)$$

$$r + x = \frac{d\psi}{dz}$$

$$u + z = x + \frac{d\psi}{dy}$$

perchè la quarta è identica. Per vedere ſe queſt'equazioni ſi poſſon ridurre a due, ſi elimini da eſſe r ed u, e ſi avrà

$z\frac{d\psi}{dz}+y\frac{d\psi}{dy}-z(x+y)=\psi$. Siccome in queſta equazione ſi trova la x, che non è compreſa tra le variabili della funzione ψ, eſſa non ſi potrà integrare, e perciò l'integrale della propoſta non ſi potrà eſprimere che per mezzo di tre equazioni.

Ma ſe nella propoſta il coefficiente di dz invece di eſſere $-x$ foſſe y, in luogo di $r+x=\frac{d\psi}{dz}$ avremmo $r-y=\frac{d\psi}{dz}$, le altre equazioni reſtando le medeſime, ed eliminando r ed u, avremmo l'equazione $z\frac{d\psi}{dz}+y\frac{d\psi}{dy}=\psi$, la quale non contiene che le variabili y e z della funzione ψ. Il di lei integrale è $\psi=zF.\frac{y}{z}$, e ſoſtituito queſto valore avremo

$$zr+yu=xy+zF.\frac{y}{z}$$

$$r-y=F.\frac{y}{z}-\frac{y}{z}F'.\frac{y}{z}$$

$$u+z=x+F'.\frac{y}{z}$$

due qualunque delle quali equazioni comportano la terza: perciò due di eſſe eſprimono l'integrale dell'equazione

$$zdr+ydu+ydz-ydx-zdy=0.$$

Sia data adeſſo l'equazione

$$xydr+y^2du-y^2dx+(xy-yu)dz+(yu+uz-xz)dy=0.$$

Facilmente troveremo le quattro equazioni

$$xr+yu=\phi(x,y,z)$$

$$r+y=\frac{d\phi}{dx}$$

$$x-u=\frac{y}{z}\cdot\frac{d\phi}{dy}$$

$$u-x=\frac{d\phi}{dz}$$

le quali eſprimono l'integrale della propoſta. Dalle due ultime eliminando u ottenghiamo $\frac{d\phi}{dz}+\frac{y}{z}\frac{d\phi}{dy}=0$, e quindi $\phi = \psi(x, \frac{y}{z})$: e ſoſtituito queſto valore di ϕ le quattro precedenti equazioni diventeranno tre, cioè

$$xr+yu=\psi(x, \frac{y}{z})$$
$$r+y=\frac{d\psi}{dx}$$
$$x-u=\frac{y}{z}\cdot\frac{d\psi}{dy}$$

perchè la quarta è la medeſima che la terza. Per vedere ſe ſi poſſono ridurre a due, eliminiamone r ed u, ed avremo $x\frac{d\psi}{dx}-\frac{y^2}{z}\cdot\frac{d\psi}{dy}=\psi$. Facciamo $\frac{y}{z}=m$, in modo che $\psi(x, \frac{y}{z})$ divenga $\psi(x, m)$; e poichè $\frac{d\psi}{dy}=\frac{d\psi}{dm}\cdot\frac{dm}{dy}=\frac{1}{z}\cdot\frac{d\psi}{dm}$, l'equazione trovata diventerà $x\frac{d\psi}{dx}-\frac{y^2}{z^2}\cdot\frac{d\psi}{dm}=\psi$, cioè $x\frac{d\psi}{dx}-m^2\frac{d\psi}{dm}=\psi$. Siccome in queſta non ſi trovano, che le quantità x ed m contenute nella funzione ψ, eſſa potrà integrarſi, ed il di lei integrale ſarà $\psi=xF(\log. x-\frac{1}{m})=xF(\log. x-\frac{z}{y})$. Se adeſſo ſoſtituiamo nelle tre equazioni integrali queſto valore di ψ avremo

$$xr+yu=xF(\log. x-\frac{z}{y})$$
$$r+y=F+F'$$
$$x-u=\frac{x}{y}F',$$

ove la terza dipende dalle due prime. Dunque l'integrale dell'equazione

$$xydr+y^2du-y^2dx+(xy-yu)dz+(yu+uz-xz)dy=0$$

è eſpreſſo dal ſiſtema delle due equazioni

$$xr + yu = xF\left(\log. x - \frac{z}{y}\right)$$

$$x - u = \frac{x}{y}F'.$$

Per verificare queſto integrale non ſi ha da fare altro, che differenziare la prima di queſt' equazioni, e ſoſtituirvi poi i valori di F e di F' dedotti dalla prima e dalla ſeconda, e ne riſulterà la medeſima equazione propoſta.

Si può concludere dalle coſe precedenti, che l'equazioni tra tre e quattro variabili, le quali non ſoddisfanno alle condizioni d' integrabilità, ammettono un integrale eſpreſſo in due equazioni, le quali devono aver luogo nel medeſimo tempo. Se poi il numero delle variabili ſarà maggiore di quattro, l'integrale dell'equazioni ſarà generalmente eſpreſſo in tante equazioni ſimultanee, quanto è il numero delle variabili diminuito di due unità, quantunque ſpeſſo poſſa eſſere eſpreſſo in un numero minore di equazioni. Queſte equazioni comprenderanno una funzione arbitraria, la quale conterrà tante variabili tra loro indipendenti, quanto è il numero dell'equazioni integrali diminuito di una unità.

ARTICOLO II.

Dell' equazioni del prim' ordine, nelle quali le differenze ſono elevate.

VI. Paſſiamo all'equazioni tra tre variabili, nelle quali le differenze non ſono lineari. E' noto, che elle non potranno integrarſi da ſe ſole, quando non ſaranno riducibili ad una forma, in cui i differenziali ſiano lineari. Tale ſarebbe l' equazione

$$dz^2 = a^2(dx^2 + dy^2)$$

perchè mediante l' eſtrazione della radice quadrata non ſi può ridurre alla forma $dz = pdx + qdy$. Pure ſe in queſta equazione ponghiamo y eguale ad una funzione qualunque arbitraria di x, eſſa diventerà un' equazione tra due ſole variabili, e perciò capace da ſe ſola d' integrazione. L' integrale pertanto di queſt' equazioni, come quello dell'equazioni lineari tra tre variabili, ſarà eſpreſſo dal ſiſtema di due equazioni ſimultanee, le quali comprenderanno una funzione arbitraria.

Per integrare queſta ſorte di equazioni ſi potranno uſare i medeſimi artifizj, che per l' equazioni lineari; ma non ſarà ſpeſſo poſſibile per mezzo di eſſi di eſprimerne gl' integrali in termini finiti. Prendiamo per eſempio l' equazione

$$dz^2 = a^2dx^2 + b^2dy^2$$

e ſupponendo dx coſtante avremo $dz = bdy$, ed integrando $z = by + \phi.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche x, e paragonandone il reſultato con la propoſta avremo $2bdxdy\phi'.x + dx^2(\phi'.x)^2 = a^2dz^2$, cioè $2bdy = \frac{a^2dx}{\phi'.x} - dx\phi'.x$, ed integrando $2by = a^2\int\frac{dx}{\phi'.x} - \phi.x$. Dunque l' integrale della propoſta ſarà eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$z = by + \phi.x$$
$$2by + \phi.x = a^2\int\frac{dx}{\phi'.x}.$$

Prendiamo in ſecondo luogo l' equazione

$$z^2dz^2 = (a^2 - z^2)(dx^2 + dy^2).$$

Poſta x coſtante, queſta equazione ci darà $\frac{zdz}{\sqrt{(a^2 - z^2)}} = dy$, ed integrando avremo $-\sqrt{(a^2 - z^2)} = y + \phi.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche x, e paragonandone il riſultato con la propoſta troveremo l' equazione $2dy\phi'.x + dx(\phi'.x)^2 = dx$, cioè integrando $2y + \phi.x = \int\frac{dz}{\phi'.x}$: e queſta equazione combinata con l' altra $y + \phi.x + \sqrt{(a^2 - z^2)} = 0$ formerà l' integrale della propoſta.

Nei due precedenti eſempj la ſeconda equazione tra x ed y era ſeparabile, e perciò facilmente ſe ne otteneva l' integrale. Ma il più delle volte queſta equazione non ſarà ſeparabile; onde quantunque il problema ſia ridotto alla integrazione di una equazione tra due ſole variabili, pure queſta equazione non è generalmente integrabile per i metodi cogniti a motivo della funzione arbitraria, giacchè queſti metodi per lo più ſuppongono che i coefficienti dei differenziali

dx, e dy ſiano determinati ed abbiano una certa ſorma. Inoltre anche ne' caſi, ne' quali la ſeparazione delle variabili ſuccede, ſiccome queſto metodo ci conduce a dell'eſpreſſioni, che contengono la ſunzione arbitraria ſotto il ſegno integrale, niun vantaggio ne abbiamo ricavato, perchè potevamo ſubito una ſimile forma d'integrale ottenere ponendo $y=\varphi.x$. Infatti mediante queſta iſtituzione l'equazione $dz^2=a^2dx^2+b^2dy^2$ per eſempio diventa $dz=dx\sqrt{(a^2+b^2(\varphi'.x)^2)}$, e quindi $z=\int dx\sqrt{(a^2+b^2(\varphi'.x)^2)}$. Più generalmente l'equazione $dz^n=a^ndx^n+b^ndy^n$ poſta $y=\varphi.x$ diventa
$dz=dx\sqrt[n]{(a^n+b^n(\varphi'.x)^n)}$, la quale integrata ci dà
$z=\int dx\sqrt[n]{(a^n+b^n(\varphi'.x)^n)}$; e quindi l'integrale dell'equazione $dz^n=a^ndx^n+b^ndy^n$ è eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$z=\int dx\sqrt[n]{(a^n+b^n(\varphi'.x)^n)}$$
$$y=\varphi.x$$

VII. Il Sig. *Monge* facendo delle riſleſſioni ſulle proprietà delle curve di doppia curvatura, che conoſceva *a priori* dover ſoddisfare a queſta ſorte di equazioni, è giunto ad eſprimerne con molta eleganza l'integrale in termini finiti mediante tre equazioni, le quali contengono un' altra variabile non compreſa nella propoſta, che deve poi eliminarſi per avere le due equazioni integrali. Per eſporre i principj analitici di queſto metodo prendiamo la precedente equazione $dz^2=a^2dx^2+b^2dy^2$, e ſupponghiamo che una delle di lei equazioni integrali differenziata ci dia $dz=pdx+qdy$, ove ſi oſſervi che $p=\frac{dz}{dx}$, e $q=\frac{dz}{dy}$. Soſtituiamo queſto valore di dz, e la propoſta diventerà

$$(A)\quad p^2-a^2+2pq\frac{dy}{dx}+(q^2-b^2)\frac{dy^2}{dx^2}=0.$$

E' in noſtro arbitrio di prendere un'altra equazione che abbia luogo inſieme coll' equazione (A), e ſe noi prendeſſimo o $p^2-a^2=0$, o $q^2-b^2=0$, caderemmo nel metodo precedente. Supponghiamo adunque che queſta nuova equazione ſia quella che naſce dal differenziale di (A) allorchè ſi fa ſolamente variare $\frac{dy}{dx}$, la quale ſi troverà eſſere

$$(B)\quad pq+(q^2-b^2)\frac{dy}{dx}=0.$$

Siccome le due equazioni (A) e (B) devono aver luogo inſieme, eliminiamone $\frac{dy}{dx}$, ed otterremo

$$(C)\quad b^2p^2+a^2q^2=a^2b^2.$$

L'equazione (C), che è a differenze parziali, ci darà una equazione tra z, x, ed y, che ſarà una dell'equazioni integrali della propoſta, e l'altra poi troveremo integrando l'equazione $pq+(q^2-b^2)\frac{dy}{dx}=0$, dopo di avervi ſoſtituiti i valori di p e q in x ed y. Poichè queſte due equazioni finite ſoddisfaranno alle due (B) e (C), e quindi all'equazione (A) che è l'iſteſſa che la propoſta. E quantunque abbiamo preſa arbitrariamente l' equazione (B), ſi vede che queſto integrale ſarà completo, perchè quello dell'equazione (C) comprenderà una funzione arbitraria. Pare a prima viſta, che queſto metodo non ſia migliore de' precedenti, anzi più complicato; perchè primieramente conviene integrare l'equazione (C) a differenze parziali, e poi integrare l'equazione (B), la quale contiene una funzione arbitraria. A ciò ſi aggiunga, che l'equazione (C) non eſſendo lineare, il di lei integrale non ſi può con i metodi cogniti eſprimere che in due equazioni, dal che riſultano nuove difficoltà per l' integrazione dell'equazione (B). Ma qui rieſce fortunatamente, che data una certa forma all' integrale dell' equazione (C), ſi può far di meno d'integrare l'equazione (B).

Queſta forma otterremo adoprando il metodo immaginato dal Sig. de la *Grange* per dedurre l'integrale completo di una equazione a differenze parziali da un di lei integrale particolare. Per aver un integrale particolare dell'equazione (C) faccio $p^2=\alpha^2$, ed in conſeguenza $a^2(b^2-q^2)=b^2\alpha^2$ eſſendo α coſtante. L'equazione $p^2=\alpha^2$ integrata mi dà $z=\alpha x+\phi.y$, e quindi deduco $q=\phi'.y$, e ſoſtituendo queſto valore di q nell'equazione $a^2(b^2-q^2)=b^2\alpha^2$ ne ricavo $\phi.y=\frac{by\sqrt{(a^2-\alpha^2)}}{a}+\beta$, eſſendo β una coſtante: onde l' integrale particolare cercato ſarà

$z-\alpha x-$

$z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \beta = 0$. Ora oſſervo che queſta equazione ſarà ſempre l'integrale di $b^2p^2 + a^2q^2 = a^2b^2$ anche ſuppoſte α e β variabili, purchè il differenziale di eſſa preſo per rapporto ad α e β ſia eguale a zero. Quindi ſe facciamo $\beta = \phi.\alpha$, ed $M = z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \phi.\alpha$, l'integrale dell' equazione $b^2p^2 + a^2q^2 = a^2b^2$ ſarà eſpreſſo dalle due equazioni

$$M = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = -x + \frac{by\alpha}{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}} - \phi'.\alpha = 0,$$

cioè naſcerà eliminata α dalle due equazioni $M = 0$, e $\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$, e ſarà completo perchè conterrà la funzione arbitraria ϕ.

Da queſto integrale ſi ricava $p = \alpha$, $q = \frac{b\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a}$; e ſoſtituiti queſti valori l'equazione (B) diventa $\frac{ba\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \frac{b^2\alpha^2}{a^2} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$, cioè $dy = \frac{adx\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha}$. Per ridurre queſta equazione tra due ſole variabili, ſoſtituiamoci il valore di dy ricavato dall' equazione $\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$, cioè $dy = \frac{adx\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha} - \frac{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha}\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) d\alpha$, ed eſſa diventerà $0 = -\frac{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha} \cdot \left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) d\alpha$, cioè ſarà ſoddisfatta dall' equazione $\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = 0$. Quindi l' integrale dell' equazione $dz^2 = a^2dx^2 + b^2dy^2$ naſce dalla eliminazione di α dalle tre equazioni

$$M = z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \phi.\alpha = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = -x + \frac{by\alpha}{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}} - \phi.\alpha = 0$$

$$\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = \frac{aby}{(a^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} - \phi''.\alpha = 0.$$

Queſto metodo, che ſembra particolare all' equazione propoſta, è ſtato dal Sig. *Monge* generalizzato in modo, che ricavata in qualunque caſo dalla propoſta la corriſpondente equazione a differenze parziali, che ſopra abbiamo chiamata (*C*), ſe il di lei integrale è della forma

$$M = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$$

l' integrale dell' equazione propoſta ſarà ſempre eſpreſſo dalle tre equazioni

$$M = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$$

$$\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = 0$$

cioè naſcerà dalla eliminazione di α da queſte tre equazioni. Anche ſenza conoſcere l' integrale dell' equazioni a differenze parziali ha trovato il Sig. *Monge* alcuni Teoremi molto generali, i quali danno l' integrale di una infinità di queſta ſorte di equazioni, che è quanto ſi può ſperar di meglio in queſta materia.

ARTICOLO III.

Dell' equazioni del ſecondo ordine, nelle quali un qualch' elemento è ſuppoſto coſtante.

VIII. Conſideriamo adeſſo l' equazioni del ſecond' ordine tra tre variabili x, y, z, le quali non ſoddisfanno alle condizioni d' integrabilità, e ſia in eſſe ſuppoſta dx coſtante. E' chiaro che poſta $y = \phi.x$ queſt' equazioni ſi ridurranno ad eſſere tra due ſole variabili, e perciò capaci da ſe ſole d' integrazione. L' integrale primo di eſſe, in qualunque modo ſi trovi, ſarà dunque compoſto di due equazioni, le quali conterranno una funzione arbitraria. Trovate queſte due equazioni tra le tre variabili x, y, e z, la ricerca dell'integrale finito ſi ridurrà ai metodi ordinarj. Poichè, come abbiamo oſſervato in principio (I), qualunque ſiano queſt' equazioni, o integrali da eſſe ſole o no, eſſe ci daranno z ed y eſpreſſe in x in quantità finite, e queſta ſeconda integrazione non introdurrà alcuna nuova funzione arbitraria indipendente dalla prima. Pertanto l'integrale finito di queſt' equazioni del ſecond' ordine ſarà eſpreſſo in due equazioni, le quali conterranno una funzione arbitraria. Quindi ſembra non eſſere eſatto ciò che aſſeriſce il Sig. *Monge*, che queſt' equazioni cioè ammettono due integrali primi, ciaſcuno de' quali contiene una funzione arbitraria, ed un integrale finito, il quale comprende due funzioni arbitrarie tra loro indipendenti, come vedremo più chiaramente in ſeguito.

IX. Tutto adunque ſi riduce alla ricerca dell' integrale primo, per trovare il quale ſi uſeranno degli artifizj analoghi a quelli impiegati di ſopra per l'equazioni di prim' ordine. Ma ſiccome non ſaprei proporre alcun metodo che ſempre rieſciſſe, mi limiterò a dare alcuni caſi molto generali. Poſto $dy = pdx$, $dz = p'dx$, ſe l'equazione data diventerà una funzione di x, p, p', dx, dp, dp', farà ridotta al prim' ordine, e ſi potranno uſare i metodi precedenti. Ove ſi oſſervi che, ſe le differenze dx, dp, dp' ſaranno lineari, converrà ſempre integrare ſuppoſta x coſtante, per evitare così facendo di avere i differenziali ſotto la funzione arbitraria. Più generalmente l'integrazione ſuccederà, ſe eſſendo X ed Y due quantità in qualunque modo compoſte di x, y, z, dx, dy, dz, ſarà data una equazione tra x, X, Y, dx, dX, e dY.

Sia propoſta per eſempio l'equazione

$$xd^2z - 2\frac{dy}{dx}d^2y + x\,dx^2 = 0.$$

Poſta x coſtante avrò integrando $xdz - \frac{dy^2}{dx} = dx\varphi.x$, e paragonando il differenziale di queſta nella ipoteſi che varj anche x con la propoſta otterrò $dz - xdx = dx\varphi'.x$. Quindi l'integrale primo della propoſta ſarà eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$xdz - \frac{dy^2}{dx} = dx\phi.x$$
$$dz - xdx = dx\phi'.x\,.$$

La ſeconda equazione integrata mi dà $z = \frac{x^2}{2} + \phi.x$, ove tralaſcio la coſtante, perchè è contenuta in $\phi.x$. Si ſoſtituiſca nella prima queſto valore di z, ed eſſa diventerà $dx\sqrt{(x^2 + x\phi'.x - \phi.x)} = dy$, onde integrando ſi ricava $y = \int dx\sqrt{(x^2 + x\phi'.x - \phi.x)} + c$. Quindi l' integrale finito della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni

$$2z = x^2 + 2\phi.x$$
$$y = \int dx\sqrt{(x^2 + x\phi'x - \phi.x)} + c\,.$$

Prendiamo per ſecondo eſempio l'equazione

$$xzd^2z + xyd^2y + xdz^2 + xdy^2 + yzdxdz + y^2dxdy + x(1+y)dx^2 = 0\,.$$

Poſta x coſtante, queſta equazione diviſa per x diventa $zd^2z + yd^2y + dz^2 + dy^2 = 0$, e quindi abbiamo integrando $zdz + ydy = dx\phi'.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche la x, e paragonando il reſultato con la propoſta otterremo $yzdz + y^2dy + x(1+y)dx + xdx\phi''.x = 0$. Quindi l' integrale primo della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$zdz + ydy = dx\phi'.x$$
$$yzdz + y^2dy + x(1+y)dz + xdx\phi''.x = 0\,.$$

Per paſſare adeſſo all' integrale finito, oſſervo che ſoſtituito il valore di dz ricavato dalla prima equazione nella ſeconda, ſpariſcono da queſta i differenziali, e diventa $y\phi'x + x(1+y) + x\phi''.x = 0$. Inoltre la prima equazione è da per ſe ſteſſa integrabile, e ci dà $z^2 + y^2 = 2\phi.x$: quindi l'integrale finito della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni

$$z^2 + y^2 = 2\phi.x$$
$$y(\phi'.x + x) + x(\phi''.x + 1) = 0\,.$$

In queſta ſeconda equazione ſvanirà la y ſe farò $\phi'.x + x = 0$, o ſia $\phi.x = -\frac{x^2}{2} + a$: ma queſta medeſima ſuppoſizione dandomi $\phi''.x + 1 = 0$ toglie di mezzo la ſeconda equazione. Rimane la ſola equazione $z^2 + y^2 + x^2 = a$, che ſoddisfà alla propoſta: dunque eſſa ammette un integrale eſpreſſo da una ſola equazione, ma queſto integrale è particolare, perchè contiene una ſola coſtante.

Sia data in terzo luogo l' equazione

$$dyd^2z - dzd^2y - xdx^2dy = 0 .$$

Facendo x coſtante e dividendo per dy^2 avremo $\frac{dyd^2z - dzd^2y}{dy^2} = 0$, ed integrando $\frac{dz}{dy} = \phi.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche la x, e paragonandone il reſultato con la propoſta avremo $xdx = dy\phi'.x$. Quindi l' integrale primo della propoſta è rappreſentato dalle due equazioni

$$(1)\ dz = dy\phi.x$$
$$(2)\ xdx = dy\phi'.x .$$

La ſeconda integrata ci dà $y = \int \frac{xdx}{\phi'.x}$, e ſoſtituendo il valore di dy nella prima ed integrando avremo $z = \int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x}$. Quindi l' integrale finito della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$z = \int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x}$$
$$y = \int \frac{xdx}{\phi'.x} .$$

Se ſi oſſerva che $\int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x} = \phi x \int \frac{xdx}{\phi'.x} - \int dx\phi'.x \int \frac{xdx}{\phi'.x}$, alla prima di queſt' equazioni ſi potrà dar la forma

$$z = y\,\phi.x - \int dx\phi'.x \int \frac{xdx}{\phi'.x} .$$

Dei due ſegni integrali, che entrano ne' valori di z e di y uno ſi potrà togliere dando un' altra forma a ϕx, che però gli mantenga tutta la ſua generalità, ma l' altro ſempre vi rimarrà.

All' equazione data ſuppoſta x coſtante poſſiamo anche dar la forma $\frac{ydyd^2z - ydzd^2y}{dy^2} = 0$, e troveremo le due equazioni

$$(3)\ ydz - zdy = dy\psi.x$$
$$(4)\ xydx = dy\psi'.x$$

ove $\psi.x$ è una funzione arbitraria, le quali eſprimono l'integrale primo della propoſta. Da queſte due equazioni potremo come ſopra dedurre l'integrale finito, il quale non conterrà che la funzione arbitraria $\psi.x$, e potrà facilmente ridurſi all' altro data una certa forma a $\psi.x$, che nulla togliendo alla generalità di queſta funzione introdurrà nell'integrale $\varphi.x$ in luogo di $\psi.x$.

Ma poichè abbiamo le quattro equazioni (1), (2), (3), e (4) poſſiamo eliminar da eſſe dz e dy, ed ottenghiamo le due equazioni

$$(a)\quad z = y\varphi.x - \psi.x$$

$$(b)\quad y\varphi'.x = \psi'.x.$$

Queſte due equazioni trovate col metodo propoſto dal Sig. *Monge*, nelle quali le due funzioni $\varphi.x$ e $\psi.x$ ſono arbitrarie ed indipendenti, pare a prima viſta che in tutta la loro generalità rappreſentino l'integrale finito dell'equazione propoſta. Infatti differenziata l'equazione (*a*), ed eliminata col mezzo dell'equazioni (*a*) e (*b*) una delle funzioni arbitrarie ſi giunge all'una o all'altra dell'equazioni (1), e (3). Ma convien riflettere che l'equazione (1) per eſempio non ſoddisfà da ſe ſola alla propoſta, ma deve aver luogo inſieme con lei anche l'equazione (2). Quindi le due equazioni (*a*) e (*b*) per ſoddisfare alla propoſta biſogna che comportino l'equazione (2). Ora l'equazione (*b*) differenziata ci dà $dy = d.\frac{\psi'.x}{\varphi'.x}$, e ſoſtituendo queſto valore nell'equazione (2) abbiamo $\frac{xdx}{\varphi'.x} = d.\frac{\psi'.x}{\varphi'.x}$: dunque la funzione $\psi.x$ dipende dall' altra $\varphi.x$. Integrando queſt'ultima equazione troveremo $\frac{\psi'.x}{\varphi'.x} = \int\frac{xdx}{\varphi'.x}$, e $\psi.x = \int dx\varphi'.x\int\frac{xdx}{\varphi'.x}$, e ſoſtituito queſto valore l'equazioni (*a*) e (*b*) diventeranno

$$z = y\varphi.x - \int dx\varphi'.x\int\frac{xdx}{\varphi'.x}$$

$$y = \int\frac{xdx}{\varphi'.x},$$

il quale integrale è quel medeſimo, che abbiamo trovato di ſopra, e comprende una ſola funzione arbitraria.

X. Che l'integrale finito di queſt' equazioni ammetta una ſola funzione arbitraria e non due, come penſa il Sig. *Monge*, ſi renderà più chiaro, ſe alcune rifleſſioni faremo ſull' integrale aſſegnato da queſto gran Geometra ad una data equazione, dal quale ha poi dedotta la ſua regola generale. Propoſta l'equazione

$$(A)\ \left(dx^2+dy^2+dz^2\right)^3=a^2\left\{\begin{array}{l}(dxd^2y-dyd^2x)^2\\+(dzd^2x-dxd^2z)^2\\+(dyd^2z-dzd^2y)^2\end{array}\right\}$$

il Sig. *Monge* guidato da un' analiſi ugualmente profonda che elegante ſtabiliſce, che poſte

$$N=(x-\alpha)^2(dz^2+dx^2)+2(x-\alpha)(y-\varphi.\alpha)dxdy+(y-\varphi.\alpha)^2(dy^2+dz^2)-a^2dz^2$$
$$N'=(x-\alpha')^2(dy^2+dx^2)+2(x-\alpha')(z-\psi.\alpha')dxdz+(z-\psi.\alpha')^2(dy^2+dz^2)-a^2dy^2$$

i due integrali primi della propoſta ſono il reſultato dell' eliminazione di α e di α' tra l'equazioni

$$N=0 \qquad\qquad N'=0$$
$$\left(\frac{dN}{d\alpha}\right)=0 \qquad\qquad \left(\frac{dN'}{d\alpha'}\right)=0$$
$$\left(\frac{d^2N}{d\alpha^2}\right)=0 \qquad\qquad \left(\frac{d^2N'}{d\alpha'^2}\right)=0$$

e l'integrale finito e completo della medeſima è il reſultato dell'eliminazione delle quattro quantità α, α', $\frac{dx}{dz}$, $\frac{dx}{dy}$ tra le ſteſſe ſei equazioni, il quale integrale finito comprenderà le due funzioni arbitrarie φ e ψ. Siccome non ſi poſſono in generale eſeguire l'eliminazioni di α e di α', così non è facile il dimoſtrar qui come nell' eſempio precedente, che le due funzioni φ e ψ non ſono ambedue arbitrarie, ma una dall' altra dipende. Ma queſta dipendenza viene indicata dall' analiſi medeſima del Sig. *Monge* (pag. 539): onde deve ſuſſiſtere e ne' due integrali primi, e nell' integrale finito, che da quell' analiſi ſono ſtati dedotti. Il Sig. *Monge* ha oſſervato, che tra α, $\varphi.\alpha$, e $\psi.\alpha$ eſiſte una equazione ſimile all' equazione (A) tra x, y, e z: ma il dedurre da ciò la relazione tra $\varphi.x$ e $\psi.\alpha$ è lo ſteſſo che integrar la propoſta.

Per convincerſi della neceſſità di determinare queſta relazione ſi rifletta, che l'eliminazioni precedenti in generale non ſuccedendo, non potremo ottenere eſplicitamente che degl'integrali finiti particolari della propoſta. Ora ſe per aver queſti diamo dei valori particolari a capriccio alle funzioni φ e ψ, come potremmo fare ſe queſte funzioni foſſero tra loro indipendenti, avremo dall'equazioni, le quali non ſoddisfaranno alla propoſta, che nel caſo che i valori dati a φ e ψ ſoddisfacciano alla relazione che tra loro deve aver luogo. Quindi l'eſpreſſione precedente dell'integrale finito ſarà affatto illuſoria; ſe non ſi aſſegnerà la relazione tra φ e ψ in modo, che dato un valore a volontà a φ ſi ſappia quello che neceſſariamente ſi deve dare all'altra funzione ψ.

Per le medeſime ragioni invece di aſſermare che i due integrali primi trovati ſono tra loro diverſi, ſembra più eſatto il dire che il ſecondo è lo ſteſſo integrale che il primo; ma preſentato ſotto una forma differente. Infatti acciò foſſero due integrali diverſi, converrebbe che le due funzioni φ e ψ foſſero ambedue arbitrarie: come riguardo all'equazioni del ſecond'ordine, che ſono da loro ſteſſe integrabili, noi diciamo che eſſe hanno due diverſi integrali primi, perchè queſti contengono due coſtanti tra loro indipendenti. Ma qui la funzione φ eſſendo arbitraria, non lo è l'altra ψ, perchè dalla prima dipende.

Oltre le due forme date all'integrale primo della propoſta dal Sig. *Monge*, ſe ne potranno aſſegnare varie altre. Si oſſervi che nell'equazione (*A*) le variabili x, y, e z ſono permurabili; onde ſe noi facciamo

$$N = (y-\alpha'')^2(dz^2+dy^2)+2(y-\alpha'')(x-F.\alpha'')dxdy+(x-F\alpha'')^2(dx^2+dz^2)-a^2dz^2$$

$$N' = (y-\alpha''')^2(dx^2+dy^2)+2(y-\alpha''')(z-F1.\alpha''')dydz+(z-F1.\alpha''')^2(dx^2+dz^2)-a^2dx^2$$

$$N'''' = (z-\alpha'''')^2(dx^2+dz^2)+2(z-\alpha'''')(y-F2.\alpha'''')dydz+(y-F2.\alpha'''')^2(dy^2+dx^2)+a^2dx^2$$

$$N''' = (z-\alpha''''')^2(dy^2+dz^2)+2(z-\alpha''''')(x-F3.\alpha''''')dxdz+(x-F3.\alpha''''')^2(dy^2+dx^2)-a^2dy^2$$

le quali quantità naſcono dalle precedenti N ed N' ſe in luogo di x vi ponghiamo y, o z, ciaſcuna di eſſe ci darà l'integrale primo della propoſta rappreſentato ſotto una nuova forma. Se adopriamo per eſempio la prima, ſarà queſto integrale il reſultato dell'eliminazione di α'' tra le tre equazioni

$$N''=0$$

$$\left(\frac{dN''}{d\alpha''}\right)=0$$

$$\left(\frac{d^2N''}{d\alpha''^2}\right)=0\,;$$

e così delle altre. Sarebbe aſſurdo, che una equazione del ſecond'ordine aveſſe ſei integrali primi: onde da queſto ancora ſi rileva che le funzioni in eſſi contenuti ſono tra loro dipendenti.

Siccome l'equazione (*A*) non contiene che i differenziali delle variabili x, y, z, poſto $dy=mdx$, e $dz=m'dx$ eſſa ſi abbaſſerà al prim'ordine e diventerà della forma

$$(B)\ (1+m^2+m'^2)^3dx^2=a^2dm^2+a^2dm'^2+a^2(mdm'-m'dm)^2\,.$$

Qualunque ſia la forma dell'integrale di queſta equazione (*B*), è certo per ciò che abbiamo veduto all'articolo II, che egli ſarà eſpreſſo da due equazioni, le quali comprenderanno una ſola funzione arbitraria. In vigore di queſte due equazioni ſaranno m ed m' eſpreſſe per x; e quindi l'equazioni $y=\int mdx$, e $z=\int m'dx$, le quali eſprimeranno l'integrale finito dell'equazione (*A*), non conterranno che una ſola funzione arbitraria.

Da tutto ciò ſembra che ſi poſſa rilevare, non eſſere eſatto l'integrale finito completo aſſegnato dal Sig. *Monge* all'equazione (*A*). Per ottenere queſto integrale, biſognerebbe che ſi poteſſe eliminare α dalle tre equazioni

$$N=0$$

$$\left(\frac{dN}{dx}\right)=0$$

$$\left(\frac{d^2N}{d\alpha^2}\right)=0\,;$$

ed allora ſi potrebbero applicare all'integrazione delle due riſultanti equazioni in x, y, e z i metodi ordinarj. Ma ſe queſta eliminazione non è in generale eſeguibile, potrà però rieſcire allorchè ſi danno dei valori alla funzione ϕ, e ſi potranno così ritrovare degl' integrali finiti particolari dell'equazione (*A*).

XI. Si può concludere da quello che abbiamo detto ſull'equazioni del ſecond'ordine, che qualunque ſia l'ordine di una equazione tra tre variabili, la quale non ſoddisfaccia ai criterj d'integrabilità, eſſa ammetterà ſempre un ſolo integrale primo eſpreſſo in due equazioni, e contenente una funzione arbitraria, quantunque queſto integrale poſſa preſentarſi ſotto varie forme tra loro diverſe. Trovato l'integrale primo, il ſiſtema delle due equazioni, ond'è compoſto, ſoddisfarà ſempre alle condizioni d'integrabilità, e la ricerca degli integrali inferiori dipenderà da' metodi ordinarj. Onde gl'integrali di tutti gli ordini non conterranno, che quella ſola funzione arbitraria che è nel primo. Se le variabili ſono più di tre, il numero dell'equazioni, che compongono l'integrale primo, e quello delle funzioni arbitrarie, ſi può rilevare da ciò che abbiamo detto per l'equazioni del prim'ordine.

ARTICOLO IV.

Dell'equazioni del ſecond'ordine, nelle quali niuno elemento è ſuppoſto coſtante.

XII. Abbiamo ſin qui ſuppoſta dx coſtante, conſideriamo adeſſo quell'equazioni, nelle quali niuno elemento ſia ſuppoſto coſtante. Data l'equazione del ſecond'ordine

$$Pd^2y+Qd^2x+Rdy^2+Sdxdy+Tdx^2=0$$

tra le due variabili x ed y, nella quale niun differenziale primo ſi pone coſtante, ſtabiliſcono i Geometri, che queſta equazione è aſſurda, cioè non ſignifica niente, e non ammette integrale completo, che quando $Pdy+Qdx=0$ è una equazione identica. Se poi l'equazione $Pdy+Qdx=0$ non eſſendo identica, ſoddisfà però alla propoſta, ne è un integrale, ma particolare, perchè non contiene alcuna coſtante arbitraria. Pure vedremo adeſſo, che quell'equazione è ſempre reale, ed ammette un integrale alcune volte eſpreſſo in una ſola equazione, per lo più in due. L'errore di crederla aſſurda è nato dal ſupporre, che ſiccome nell'equazione differenziale non vi ſono che le due variabili x ed y, così le medeſime ſole variabili debbano aver luogo nell'integrale. Eppure è ovvio il caſo, in cui non avendo luogo nell'equazione differenziale che la ſola variabile y, nell'integrale però entra ancora un'altra variabile x, che vien dalla differenziazione eliminata. Perchè ſe Y e P ſono due ſunzioni di y, data l' equazione $Pd^2Y=0$, ſi ſtabiliſce che abbia luogo in eſſa un'altra variabile x, di cui il differenziale primo ſia ſtato ſuppoſto coſtante, e ſi trova l' integrale primo di quell' equazione eſſere $dY=adx$, e l'integrale finito $Y=ax+b$. Così ſe ſarà data l' equazione $Md(Pdx+Qdy)=0$, ove M, P, e Q ſono ſunzioni di x ed y, e nel differenziare la quantità $Pdx+Qdy$ niuno elemento ſi ſuppone coſtante, avrà luogo nel problema, che ha condotto a quella equazione, un'altra variabile u, di cui il differenziale primo ſarà coſtante. Quindi l'integrale primo della propoſta ſarà

$$Pdx+Qdy=adu$$

ove a è una coſtante arbitraria. Per paſſare all' integrale finito convien notare due caſi; 1.° ſe $Pdx+Qdy$ è una differenziale eſatta, di cui l'integrale ſia R, avremo integrando di nuovo

$$R=au+b$$

ed in queſto caſo ſoddisfarà al problema una ſuperficie: 2.° ſe $Pdx+Qdy$ non è una differenziale eſatta, ſia N il fattore che la rende tale, ed allora l' integrale finito della propoſta ſarà eſpreſſo dalle due equazioni

$$\int N(Pdx+Qdy)=\phi.u$$
$$aN=\phi'.u$$

cioè ſoddisfarà al problema una curva di doppia curvatura.

L iſteſſo avrà luogo nell'equazioni della forma $Md^2P=0$, qualunque ſia il numero delle variabili in eſſe contenute, delle quali l'integrale primo ſarà $dP=adu$, e l'integrale finito ſarà eſpreſſo da una o più equazioni, che ſi troveranno con i metodi eſpoſti nel primo e nel ſecondo articolo. Sia data per eſempio l'equazione

$$y^2zd^2z+y^2dz^2+ydxdy+xyd^2y-xdy^2+y^2dxdz+y^2zd^2x=0$$

Dividendola per y^2 troveremo il ſuo integrale primo eſſere

$$zdz+\frac{xdy}{y}+zdx=adu.$$

Siccome queſta equazione non ſoddisfà ai criterj d'integrabilità, applicandovi i metodi dell'art. I. vedremo il di lei integrale eſſer rappreſentato dalle tre equazioni

$$z^2 + 2x \log. y = \varphi(x, u).$$

$$2 \log. y - 2z = \frac{d\varphi}{dx}$$

$$2a = \frac{d\varphi}{du}\ .$$

La terza ci dà $\varphi = 2au + \psi.x$, e ſoſtituito queſto valore di φ nelle altre due eſſe diventeranno

$$z^2 + 2x \log. y = 2au + \psi.x$$
$$2 \log. y - 2z = \psi'.x$$

e formeranno l' integrale ſinito completo della precedente equazione del ſecond' ordine. Infatti ſe differenziamo la prima di queſt' equazioni due volte ſuppoſta *du* coſtante, e vi ſoſtituiamo i valori di $\psi'.x$, e $\psi''.x$ preſi dalla ſeconda, ne naſcerà la medeſima equazione propoſta.

XIII. Conſideriamo adeſſo l'equazione generale

$$Pd^2y + Qd^2x + Rdy^2 + Sdxdy + Tdx^2 = 0\,,$$

e ſe eſſa non ſarà riducibile alla forma $Md(Pdx + Qdy) = 0$, le due equazioni che ne formano l' integrale primo, ſi troveranno nel modo ſeguente. Facciamo $N(Pdy + Qdx) = du\varphi.u$, e differenziando queſta equazione nell' ipoteſi di *du* coſtante, paragoniamone il reſultato con la propoſta, ed avremo
$dyd.NP + dxd.NQ - NRdy^2 - NSdxdy - NTdx^2 = du^2\varphi'.u$, e quindi le due equazioni

$$NPdy + NQdx = du\varphi.u$$
$$dyd.NP + dxd.NQ - N(Sdxdy + Tdx^2 + Rdy^2) = du^2\varphi'.u$$

formeranno l' integrale primo della propoſta, com'è facile di verificare mediante la differenziazione. La ricerca dell' integrale ſinito dipenderà dai metodi ordinarj; ma qui ſi oſſervi che la quantità N è pienamente rilaſciata al noſtro arbitrio, e perciò poſſiamo prenderla in modo da render più facile queſta ſeconda integrazione. Prendiamo dunque per N il moltiplicatore che rende la quantità $Pdy + Qdx$ una differenziale eſatta, e in tal guiſa ſi renderà integrabile la prima di queſt' equazioni. E' facile il vedere come ſi debba operare, ſe l' equazioni propoſte conterranno più di due variabili.

Sia data per eſempio l'equazione

$$x^3d^2x + x^2yd^2y - y^2dx^2 + x^2dy^2 + a^2dx^2 = 0\,.$$

Prendendo $N=\frac{1}{x^2}$ troveremo che l'integrale primo della propoſta ſi eſprime con le due equazioni

$$xdx+ydy=du\phi'.u$$

$$\frac{x^2+y^2-a^2}{x^2}dx^2=du^2\phi''.u\,.$$

La prima equazione integrata ci dà $x^2+y^2=2\phi.u$, e ſoſtituito queſto valore di x^2+y^2 nella ſeconda eſſa diventa $\frac{2\phi.u-a^2}{x^2}dx^2=du^2\phi''.u$, cioè $\frac{dx}{x}=du\sqrt{\frac{(\phi''.u)}{2\phi.u-a^2}}$, e quindi $\log. x=\int du\sqrt{\frac{\phi''.u}{2\phi.u-a^2}}$. Pertanto l' integrale finito della propoſta ſarà eſpreſſo dalle due equazioni

$$x^2+y^2=2\phi.u$$

$$\log. x=\int du\sqrt{\frac{\phi''.u}{2\phi.u-a^2}}\,.$$

Se facciamo $2\phi.u=a^2$, la prima equazione diventa $x^2+y^2=a^2$, e la ſeconda $\frac{x^2+y^2-a^2}{x^2}dx^2=du^2\phi''.u$ ci dà ſimilmente $x^2+y^2=a^2$: dunque la propoſta ammette un integrale particolare eſpreſſo dalla ſola equazione $x^2+y^2-a^2=0$.

Nei quattro articoli precedenti abbiamo percorſi tutti i caſi dell' equazioni riputate aſſurde; perciò adeſſo poſſiamo francamente conchiudere che niuna dell' equazioni non ſodisfaccenti ai criterj d' integrabilità ſia aſſurda, ma che tutte ammettano un vero integrale eſpreſſo in due o più equazioni.

MEMORIA

SOPRA ALCUNI PROBLEMI MECCANICI.

Del Medeſimo.

UN celebre Problema di Meccanica è quello, in cui ſi cerca la preſſione che ſoffrono i varj appoggi, dai quali un corpo è ſoſtenuto ſopra un piano orizontale. Il Sig. *Leonardo Euler* ha preſo a riſolvere queſto Problema nel Tomo XVIII. dei nuovi Commentarj di Pietroburgo. Queſto gran Geometra oſſervando, che i principj della Statica non erano ſufficienti per determinarlo in tutti i caſi, ebbe ricorſo ad una ipoteſi, che pare a prima viſta eſatta, ma poi eſaminata attentamente ſi trova affatto inſuſſiſtente. Suppone egli che, eſpreſſa la preſſione ſofferta da ciaſcuno appoggio con una retta perpendicolare al piano nel punto in cui cade l' appoggio, l'eſtremità di queſte perpendicolari ſiano tutte in un piano. Infatti, ſe il piano orizontale, ſu cui ſi appoggia il corpo, invece di eſſere immobile, foſſe la ſuperficie di una materia cedevole, il corpo vi ſi affonderebbe: ora il cammino fatto dopo un dato tempuſcolo da ciaſcuno appoggio è ſecondo l' *Euler* proporzionale alla preſſione di lui, e gli appoggi ſi trovano tutti in un piano alla fine di queſto tempuſcolo: quindi eſpreſſe le preſſioni, come ſopra abbiamo detto, le loro eſtremità caderanno tutte in un piano. Queſto diſcorſo anderebbe bene ſe gli appoggi foſſero tutti ſtaccati, perchè allora lo ſpazio percorſo da ciaſcuno appoggio ſarebbe proporzionale alla di lui preſſione. Ma ſiccome gli appoggi ſono collegati inſieme, e le loro diſtanze devono ſempre mantenerſi le medeſime, ciaſcuno appoggio ſi riſente dell' azione degli altri; onde il cammino fatto da eſſo in un dato tempuſcolo non è più proporzionale alla preſſione che ſoffre. Manca dunque il fondamento della ſuppoſizione di *Euler*; e quindi convien dire che egli non abbia provato ciò che aſſume. Ma ammeſſa una volta queſta ipoteſi rieſce molto facile il determinare la preſſione ſofferta da un numero qualunque di appoggi. Più generalmente ancora ſe ſi ſuppone che, eſpreſſe le preſſioni come ſopra, le loro eſtremità cadano in una ſuperficie curva, della quale (chiamate x ed y le coordinate orizontali preſe ſul piano in cui poſa il corpo, e z la coordinata verticale) l'equazione ſia $z =$ ad una funzione qualunque di x ed y che comprenda tre coſtanti, il problema delle preſſioni ſarà di ugualmente facile riſoluzione, come ſi potrà riſcontrare uſando un metodo ſimile a quello del Sig. *Euler*. Ma i principj della Meccanica nulla ci offrono per determinar queſta ſuperficie. Riguardo poi all'ipoteſi del Sig. *Euler*, oltre all'aver moſtrato che manca di prova, poſſiamo anche *a poſteriori* aſſegnar molti caſi in cui eſſa non ha luogo. Sia (fig. I.) il corpo ſoſtenuto da quattro appoggi A, B, C, D, e la direzione del di lui centro di gravità cada in G in diritto con i punti A e B, e chiamiamo le reſpettive preſſioni con le medeſime lettere A, B, C, D. Tirate le perpendicolari CC', DD' alla retta AB, la ſomma de' momenti per riſpetto a queſta retta, cioè $C.CC' + D.DD'$ dovrà eſſere zero, lo che a motivo de' due punti C e D ſituati dalla medeſima parte della retta AB non può ſuccedere, ſe le preſſioni C e D non ſono uguali a zero. Poſto ciò il piano, in cui ſecondo l'ipoteſi dell'*Euler* devono cadere l'eſtremità delle preſſioni, paſſerà per C e D, e la retta CD ſarà la comun ſezione di queſto piano e del piano della Tavola, e tirate le perpendicolari AA', BB' alla retta CD, le preſſioni A e B ſtaranno tra loro come le rette AA', BB'. Ma queſte preſſioni ſi ſa eſſer tra loro come BG ad AG: dunque $AA' : BB' = BG : AG$, lo che non è vero che in una ſola delle infinite ſituazioni, che può avere ſulla retta AB' il punto G. Se oltre i punti C e D vi ſarà un altro appoggio E ſituato dalla medeſima parte, le preſſioni C, D, E ſaranno tutte uguali a zero, onde il piano che paſſa per le loro eſtremità ſarà il piano della Tavola, e l'eſtremità delle preſſioni A e B dovranno cadere in queſto medeſimo piano, cioè ſaranno uguali a zero, lo che è falſo.

Tra quelli, che hanno trattato di queſta materia, ſi deve in particolar modo rammentare il Sig. *d'Alembert*, il quale con la ſua ſolita acutezza nel Tomo VIII de' ſuoi Opuſcoli ha dimoſtrato, che con i ſoli principj della Meccanica non può determinarſi la preſſione eſercitata da un corpo ſu tre appoggi ſituati in diritto con la direzione del centro di gravità del corpo; ed il primo che io ſappia ha rilevato queſto paradoſſo Meccanico, che un problema determinato, quando i tre appoggi non ſono in diritto, diventa ſubito indeterminato quando gli appoggi ſono tutti ſituati in linea retta. Il Sig. Ab. *Boſſut* nel ſuo Trattato elementare di Meccanica, dopo di avere oſſervato che il Problema è indeterminato quando gli appoggi ſono più di tre, o quando i tre appoggi ſono in linea retta, dà una elegante ſoluzione del ſolo caſo determinato. Finalmente il Sig. *Delanges* nel Tomo V. della noſtra Società ha data una nuova ſoluzione di queſto Problema preſo in tutta l'eſtenſione, conſiderando un numero qualunque di appoggi.

Siccome queſte ſoluzioni ſembrano affatto differenti, ho penſato di prender nuovamente a trattare queſta materia con tutta la generalità. Tutti i Problemi, che hanno rapporto all'equilibrio, ſi poſſono invero conſiderare come riſoluti nella Meccanica Analitica del Sig. de la *Grange*; almeno in quell'Opera eccellente ſi trovano i principj neceſſarj per riſolverli tutti. Pure ſpero che i Geometri non ſgradiranno di vedere una ſoluzione di queſto Problema con quella ſemplificazione, che le di lui particolari condizioni permettono, ed un ulteriore ſviluppo delle formule analitiche del Sig. de la *Grange* intrapreſo e per conciliare le diverſe ſoluzioni di queſto Problema, e per moſtrare evidentemente ciò che da' ſoli principj della Meccanica ſenza alcuna ipoteſi poſſa ſperarſi. Io mi varrò in queſte ricerche del principio delle velocità virtuali, il quale oltre gli altri pregi ha quello di dare tutte l'equazioni del Problema, e le ſole neceſſarie. Chi ſi vale di altri particolari principj, corre riſchio, ſenza il ſoccorſo di una fina Metafiſica, o di omettere alcuna dell'equazioni neceſſarie, o di ammetterne altre che ſiano contenute nelle già conſiderate, come potremmo darne degli eſempj.

Riſulta dall'Analiſi ſeguente, che il Problema è indeterminato quando gli appoggi ſono più di tre, o quando i tre appoggi ſono in linea retta; e nel caſo de' tre appoggi non in diritto che le ſoluzioni de' Signori *Euler*, *Boſſut*, e *Delanges* ſono eſatte, e ſon compreſe tra le infinite ſoluzioni che ſi poſſono dare di queſto problema differenti di aſpetto, ma in ſoſtanza conformi. Ho preſo in ſeguito a conſiderare il caſo, in cui il corpo ſi appoggia ſopra un piano inclinato, e ſupponendo applicata al centro di gravità del corpo una forza, che ne impediſca la diſceſa per lo piano inclinato, ho moſtrato che queſto problema ſi riduceva al primo. Dopo di queſto ho ſuppoſto che il corpo foſſe appoggiato a varj piani diverſamente inclinati, ed ho trovato che il problema è in tal caſo generalmente determinato per ſei appoggi, indeterminato per un numero di appoggi maggiore. Dico generalmente, perchè può eſiſtere qualche relazione tra le inclinazioni de' diverſi piani, che renda indeterminato il problema anche per ſei o per un numero minore di appoggi. E' facile dedurre da ciò la ſoluzione del problema, quando il corpo è appoggiato a ſuperficie curve, come ho in fine accennato, facendone l'applicazione al caſo delle ſuperficie sferiche, e cilindriche.

Della preſſione di un corpo ſopra varj punti di un piano orizontale.

I. Sia dato un corpo (fig. II) appoggiato ad un piano orizontale con un numero qualunque di ſoſtegni A, B, C, D, ec.; e ſi debba determinare la preſſione, che in ciaſcuno di queſti appoggi ſoffre il piano orizontale. Sia G il punto, in cui la direzione del centro di gravità del corpo, cioè la verticale che paſſa per queſto centro, incontra il piano orizontale, che per noi ſarà quello della Tavola: e ſe concepiamo il peſo del corpo P riunito nel centro di gravità, lo che è permeſſo, la forza P agirà ſul piano nel punto G perpendicolarmente ad eſſo, e ſarà quella forza, che produce le preſſioni ne' punti A, B, C, D, ec. Se adeſſo ſupponghiamo il piano mobile, e conſideriamo le preſſioni applicate ai punti A, B, C, D, ec. in parte oppoſta, cioè contro la direzione della gravità, il piano rimarrà in equilibrio. Quindi il problema ſi riduce a cercare, quali eſſer debbano le forze P', P'', P''', P'''', ec. applicate ai punti

A, B, C, D, ec. perpendicolarmente al piano e contro la direzione della gravità, perchè il piano aggravato in G dal peſo del corpo, o da una forza P nella direzione della gravità ſia in equilibrio.

Primieramente adunque converrà che ſia impedito al piano il moto progreſſivo, il quale non può eſſere che verticale; e quindi in vigore del principio delle velocità virtuali ſe ſi dà al piano un piccolo impulſo in modo, che δz ſia lo ſpazietto percorſo verticalmente dal punto G, ſi avrà $P\delta z - (P' + P'' + P''' + P'''' + \text{ec.})\,\delta z = 0$, perchè qui non conſideriamo per ora che il ſolo moto verticale, e perciò δz è lo ſpazietto percorſo da tutti i punti del piano. Abbiamo dunque l'equazione

$$(1)\quad P' + P'' + P''' + P'''' + \text{ec.} = P$$

la quale indica, che la ſomma di tutte le preſſioni dev'eſſere eguale al peſo del corpo.

Oltre il moto progreſſivo del piano deve anch'eſſere impedito il moto di rotazione. Prendiamo una retta qualunque EA' in queſto piano, e da tutti i punti G, A, B, C, D, ec. tiriamo ſu di eſſa le perpendicolari GG', AA', BB', CC', DD', ec., che chiameremo riſpettivamente y, y', y'', y''', y'''', ec. Adeſſo ſupponendo immobile l'aſſe EA' diamo un piccolo impulſo al piano, e ſia δu l'archetto dal punto G deſcritto intorno a queſt'aſſe; ſaranno $\frac{y'\delta u}{y}$, $\frac{y''\delta u}{y}$, $\frac{y'''\delta u}{y}$, $\frac{y''''\delta u}{y}$, ec. gli archetti reſpettivamente deſcritti dai punti A, B, C, D, ec.: ed in forza del principio delle velocità virtuali avremo $P\delta u - \frac{P'y' + P''y'' + P'''y''' + P''''y'''' + \text{ec.}}{y}\,\delta u = 0$, cioè

$$(2)\quad P'y' + P''y'' + P'''y''' + P''''y'''' + \text{ec.} = Py$$

la qual'equazione ſi poteva anche dedurre dalla Teoria de' momenti.

Similmente, ſe prendiamo un altro aſſe EF perpendicolare al primo, e chiamiamo le rette EG, EA', EB', EC', ED', ec. reſpettivamente x, x', x'', x''', x'''', ec., avremo

$$(3)\quad P'x' + P''x'' + P'''x''' + P''''x'''' + \text{ec.} = Px.$$

II. Se le tre equazioni precedenti avranno luogo, ſarà impedito al piano qualunque moto progreſſivo e di rotazione, e quindi egli ſarà in equilibrio. Si abbia infatti un altro aſſe qualunque HA'', che incontri il primo in H, intorno al quale poſſa il piano girarſi; io dico che poſte le precedenti equazioni ſarà impedito il moto di rotazione anche intorno a queſto aſſe. Poichè tirate ſu di eſſo le perpendicolari GG'', AA'', BB, CC'', DD'', ec. per l'equilibrio dovrà eſſere

$$P'.AA''+P''.BB''+P'''.CC''+P''''.DD''+\text{ec.}=P.GG''.$$

Ora ſe chiamiamo a la retta EH, ed α l'angolo $A'HA''$ avremo $AA''=y'\cos.\alpha+(a-x')\,\text{sen}.\alpha$, $BB''=y''\cos.\alpha+(a-x'')\,\text{sen}.\alpha$, $CC''=y'''\cos.\alpha+(a-x''')\,\text{sen}.\alpha$, $DD''=y''''\cos.\alpha+(a-x'''')\,\text{sen}.\alpha$, ec. e $GG''=y\cos.\alpha+(a-x)\,\text{sen}.\alpha$; e ſoſtituiti queſti valori l'equazione precedente diventerà

$$(P'y'+P''y''+P'''y'''+P''''y''''+\text{ec.})\cos.\alpha-(P'+P''+P'''+P''''+\text{ec.})a\,\text{sen}.\alpha$$
$$+(P'x'+P''x''+P'''x'''+P''''x''''+\text{ec.})\text{sen}.\alpha=Py\cos.\alpha-Pa\,\text{sen}.\alpha+Px\,\text{sen}.\alpha.$$

la quale naſce dalle tre prime mediante la combinazione (2) $\cos.\alpha$ — (1) $a\,\text{sen}.\alpha$ + (3) $\text{sen}.\alpha$. Se dunque hanno luogo le tre prime equazioni, ſarà impedito nel piano qualunque moto, e perciò per determinare l'equilibrio del piano conviene a queſte ſole equazioni ſoddisfare.

III. Siccome pertanto i principj della Meccanica non ci danno per determinare le preſſioni eſercitate da varj appoggi di un corpo che tre equazioni, ne ſegue che il problema ſi potrà riſolvere quando tre ſono gli appoggi, ma reſterà indeterminato, quando il numero degli appoggi è maggiore. E nel caſo di tre appoggi i valori delle preſſioni P', P'', P''' ſi dovranno dedurre dall'equazioni

$$P'+P''+P'''=P$$
$$P'y'+P''y''+P'''y'''=Py$$
$$P'x'+P''x''+P'''x'''=Px.$$

Ma per avere queſte preſſioni eſpreſſe più ſemplicemente ſi oſſervi, che poſſiamo prendere ad arbitrio l'aſſe EH, e che l'angolo formato dalle coordinate x, y parallele ai due aſſi, invece di eſſer retto, può eſſere in qualunque modo obliquo. Se perciò facciamo paſſare l'aſſe EH per i punti A e B, e l'aſſe EF per i punti A e C, avremo $x'=0$, $x'''=0$, $y'=0$, $y''=0$, e le preſſioni ſi dovranno determinare dall'equazioni $P'+P''+P'''=P$, $P'''y'''=Py$, $P''x''=Px$, cioè ſarà

$P''' = P\frac{y}{y'''}$, $P'' = P\frac{x}{x''}$, e $P' = P\left(1 - \frac{x}{x''} - \frac{y}{y'''}\right)$.

IV. Poichè, preſo un aſſe qualunque HA'', l' equazione che ne deriva dipende dalle tre prime equazioni (1), (2), e (3); quindi potremo riſolvere il problema, ſe prenderemo tre aſſi qualunque di rotazione, e l'equazioni, che ne otterremo, equivarranno all'equazioni (1), (2), e (3). Onde, ſiccome reſta in noſtro arbitrio la ſcelta de' tre aſſi, avremo infinite ſoluzioni del problema, in ſoſtanza le ſteſſe, ma di un aſpetto diverſo, tra le quali potremo ſciegliere le più ſemplici. Ma ſe invece di tre aſſi ne prendeſſimo quattro o un maggior numero, ſiccome l'equazioni date dal quarto aſſe e dai ſeguenti, per ciò che abbiamo dimoſtrato, ſon compreſe nelle prime tre, conſiderando inſieme quattro o più equazioni giungeremmo a dei valori di P', P'', ecc. indeterminati, cioè della forma $\frac{0}{0}$, com'è noto dalla Teoria della eliminazione.

V. Abbiamo detto, che generalmente i tre aſſi ſi poſſono prendere in qualunque modo: ſe però eſſi paſſeranno tutti pel punto G, avremo due ſole equazioni, perchè la terza dipenderà dalle due prime. Siano infatti (fig. III.) preſi per aſſi le tre rette HG, $H'G$, $H''G$, che paſſano pel punto G, e ſiano le perpendicolari tirate dai punti A, B, C ſul primo aſſe riſpettivamente z', z'', $-z'''$, ſul ſecondo r', r'', $-r'''$, ſul terzo s', s'', $-s'''$; ove ponghiamo negative le perpendicolari, che nella figura cadono dalla parte dell'aſſe oppoſta a quella, in cui ſon preſe le poſitive. Avremo l'equazioni

$$P'z' + P''z'' - P'''z''' = 0$$
$$P'r' + P''r'' - P'''r''' = 0$$
$$P's' + P''s'' - P'''s''' = 0 .$$

Siccome manca la quantità P, non potremo avere il rapporto delle preſſioni al peſo, ma ſolamente dalle due prime equazioni il rapporto di due delle quantità P', P'', P''' alla terza, e la terza equazione ci darà una equazione di condizione tra z', z'', z''', r', r'', ecc.. Queſta equazione di condizione non può aver luogo, perchè i punti A, B, C poſſono eſſere in qualunque modo ſituati: dunque la terza equazione ſarà incluſa nelle due prime; e così è di fatto. Per dimoſtrar ciò ſi oſſervi che, facendo $EH = a$, $EH' = b$, $EH'' = c$, l'angolo $GHH' = \alpha$, l'angolo $GH'H'' = \beta$, e l'angolo $GH''M = \gamma$, avremo $z' = y'\cos.\alpha + (a - x')\,\text{sen}.\alpha$, $r' = y'\cos.\beta + (b - x')\,\text{sen}.\beta$, $s' = y'\cos.\gamma + (c - x')\,\text{sen}.\gamma$, $z'' = y''\cos.\alpha + (a - x'')\,\text{sen}.\alpha$, $r'' = y''\cos.\beta + (b - x'')\,\text{sen}.\beta$, $s'' = y''\cos.\gamma + (c - x'')\,\text{sen}.\gamma$, $-z''' = y'''\cos.\alpha + (a - x''')\,\text{sen}.\alpha$, $-r''' = y'''\cos.\beta + (b - x''')\,\text{sen}.\beta$, $-s''' = y'''\cos.\gamma + (c - x''')\,\text{sen}.\gamma$. Ponghiamo $s' = mz' + nr' + p$, e ſoſtituendo in queſta equazione i valori di z', r', s' avremo $y'\cos.\gamma + (c - x')\,\text{sen}.\gamma = my'\cos\alpha + m(a - x')\,\text{sen}.\alpha + ny'\cos.\beta + n(b - x')\,\text{sen}\beta + p$. Queſta equazione dovendo aver luogo, qualunque ſia x' ed y', avremo

$$m\,\text{sen}.\alpha + n\,\text{sen}.\beta = \text{sen}.\gamma$$
$$m\cos.\alpha + n\cos.\beta = \cos.\gamma$$
$$p = c\,\text{sen}.\gamma - ma\,\text{sen}.\alpha - nb\,\text{sen}.\beta$$

e quindi dedurremo $m = -\dfrac{\text{sen}(\gamma - \beta)}{\text{sen}(\beta - \alpha)}$, $n = \dfrac{\text{sen}(\gamma - \alpha)}{\text{sen}(\beta - \alpha)}$, e

$$p = \frac{c\,\text{sen}.\gamma\,\text{sen}(\beta - \alpha) + a\,\text{sen}.\alpha\,\text{sen}(\gamma - \beta) - b\,\text{sen}.\beta\,\text{sen}(\gamma - \alpha)}{\text{sen}(\beta - \alpha)}.$$

Poſti queſti medeſimi valori di m, n, p ſarà ancora $s'' = mz'' + nr'' + p$, e $-s''' = -mz''' - nr''' + p$. Ora io dico che $p = 0$: infatti ſe ſi riflette che il punto G cade ſu ciaſcuno dei tre aſſi, e perciò le perpendicolari tirate dal punto G ſu queſti aſſi ſono eguali a zero, è chiaro che ſi avrà

$$y\cos.\alpha + (a - x)\,\text{sen}.\alpha = 0$$
$$y\cos.\beta + (b - x)\,\text{sen}.\beta = 0$$
$$y\cos.\gamma + (c - x)\,\text{sen}.\gamma = 0$$

Dalle prime due equazioni ſi ricava

$$x = \frac{b\,\text{sen}.\beta\cos.\alpha - a\,\text{sen}.\alpha\cos.\beta}{\text{sen}(\beta - a)},\quad y = \frac{(b - a)\,\text{sen}.\alpha\,\text{sen}.\beta}{\text{sen}(\beta - \alpha)},$$

e ſoſtituiti queſti valori nella terza eſſa diventa

$$\frac{(b - a)\,\text{sen}.\alpha\,\text{sen}.\beta\cos.\gamma}{\text{sen}(\beta - \alpha)} + c\,\text{sen}\,\gamma$$
$$+ \frac{a\,\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\gamma\cos\beta - b\,\text{sen}\,\beta\,\text{sen}\,\gamma\cos\alpha}{\text{sen}(\beta - \alpha)} = 0$$

cioè

$$\frac{a\,sen\,\alpha\,sen(\gamma-\beta)-b\,sen\,\beta\,sen(\gamma-\alpha)+c\,sen\,\gamma\,sen(\beta-\alpha)}{sen(\beta-\alpha)}=0.$$

Queſto è appunto il valore di p; dunque $p=0$. Abbiamo pertanto $s'=mz'+nr'$, $s''=mz''+nr''$, $s'''=mz'''+nr'''$, e l'equazione $P's'+P''s''-P'''s'''=0$ ſoſtituiti queſti valori diventa

$$P'(mz'+nr')+P''(mz''+nr'')-P'''(mz'''+nr''')=0$$

cioè dipende dalle altre due equazioni $P'z'+P''z''-P'''z'''=0$, $P'r'+P''r''-P'''r'''=0$.

VI. Siccome è in noſtro arbitrio la ſcelta degli aſſi, prendiamo per aſſi (fig. IV) le rette AB, AC, BC, che congiungono i punti A, B, C, ed otterremo una ſoluzione del problema ſempliciſſima. Infatti per rapporto all'aſſe AB avremo l'equazione $P.'''CC'=P.GG'$, cioè la preſſione eſercitata ſul punto C ſtarà al peſo del corpo, come $GG' : CC'$, o come il triangolo AGB al triangolo ACB. Facendo l'iſteſſo diſcorſo relativamente agli aſſi AC, e BC troveremo, che le preſſioni ſu' punti A, B, C ſtanno tra loro come i triangoli BGC, AGC, AGB, il peſo del corpo eſſendo rappreſentato dal triangolo ABC. Il Sig. *Euler* è giunto a queſto medeſimo teorema, perchè la di lui ipoteſi, che in generale non è vera, è eſattiſſima nel caſo di tre appoggi non ſituati in diritto.

Il Sig. Abate *Boſſut* per riſolvere queſto problema ſuppone, che condotta (fig. V.) la retta AB, e dal punto C per G la retta CD, la quale incontri la prima in D, ſia AB un vette, il di cui punto di appoggio ſia in D; poi immaginando riunite in D le due preſſioni ſopra A e B ſuppone che CD ſia un altro vette, e il di lui punto di appoggio in G. Per dimoſtrare che queſte due ſuppoſizioni ſono eſatte conſideriamo i due aſſi AB, CD, ed il terzo $A'B'$ condotto per C perpendicolarmente a CD; avremo l'equazioni (1) $P.'''CD=P.GD$, (2) $P'.AD=P''.BD$, (3) $P'.AA'+P''.BB'=P.CG$. L'equazione (2) ci moſtra ſubito, che AB ſi può riguardare come un vette, il quale abbia il punto di appoggio in D: dipoi condotte AA'', BB'' perpendicolari a CD, è in vigore di queſta medeſima equazione $P'.DA''=P''.DB''$, e quindi per la terza equazione

$P'(AA'-DA'')+P''(BB'+DB'')=P.CG$, cioè (*a*) $(P'+P'')CD=P.CG$.

Ora le due equazioni (1) ed (*a*) indicano che ſi può riguardare CD come un vette che ſia in equilibrio, avendo in G il punto di appoggio, ed eſſendo aggravato in C e D dalle potenze P''' e $P' + P''$.

Se tirate (fig. IV) le rette GA, GB, GC prendiamo per aſſi le rette a queſte riſpettivamente perpendicolari Aa, Bb, Cc, avremo la ſoluzione del Sig. *Delanges*.

Tutte queſte ſoluzioni pertanto, e le altre infinite che ſi potrebbero dare prendendo tre aſſi qualunque, ſono egualmente eſatte, ed i loro reſultati ſono conformi.

VII. Se tutti i punti di appoggio A, B, C ſono in diritto, converrà che ſia nella medeſima retta con eſſi anche il punto G, e ſvaniranno inſieme (fig. IV) i triangoli AGB, AGC, BGC, ed il triangolo ABC; onde avremo il valore di ciaſcuna preſſione eſpreſſo da $\frac{0}{0}$, cioè indeterminato. I Signori *d'Alembert* e *Boſſut* avevano già oſſervato, che i principj della Statica laſciavano queſto caſo indeterminato. Ma ſiccome potrebbe dubitarſi, che l'eſpreſſione indeterminata $\frac{0}{0}$ aveſſe luogo nelle particolari ſoluzioni di queſti Geometri, ed in quella che naſce dal teorema dell'*Euler*, e vi foſſe qualche ſoluzione che daſſe le preſſioni ſotto una forma determinata, riſolviamo il problema nella maſſima generalità. Prendiamo adunque (fig. VI) tre aſſi qualunque LM, LN, MN, e tirando dai punti G, A, B, C ſu di eſſi le perpendicolari chiamiamo GG' x, GG'' y, GG''' z. Ora ſe α è l'angolo che la retta AC forma coll'aſſe LN avremo $AA' = x - AG\, sen\, \alpha$, $BB' = x + BG\, sen\, \alpha$, $CC' = x + CG\, sen\, \alpha$. Similmente chiamando β l'angolo, che la medeſima retta AC forma coll'aſſe LM, otterremo $AA'' = y - AG\, sen\, \beta$, $BB'' = y + BG\, sen.\, \beta$, $GC'' = y + CG\, sen.\, \beta$. E così pure, ſe γ è l'angolo formato dalla retta AC coll'aſſe MN, avremo $AA''' = z + AG\, sen.\, \gamma$, $BB''' = z - BG\, sen.\, \gamma$, $CC''' = z - CG\, sen.\, \gamma$. Poſto ciò per determinare le preſſioni eſercitate ſu' punti A, B, C abbiamo per le coſe precedenti l'equazioni

$$(1)\ P'(x - AG\, sen\, \alpha) + P''(x + BG\, sen\, \alpha) + P'''(x + CG\, sen\, \alpha) = Px$$

$$(2)\ P'(y - AG\, sen\, \beta) + P''(y + BG\, sen\, \beta) + P'''(y + CG\, sen\, \beta) = Py$$

$$(3)\ P'(z + AG\, sen\, \gamma) + P''(z - BG\, sen\, \gamma) + P'''(z - CG\, sen\, \gamma) = Pz$$

Adeſſo è facile il vedere che la terza equazione è incluſa nelle due prime: poiche $(1)\,sen\,\beta - (2)\,sen\,\alpha$ ci darà $P' + P'' + P''' = P$, e quindi $-P'.AG + P''.BG + P'''.CG = 0$; onde alle due equazioni (1) e (2) equivalgono le due ſeguenti

$$(a)\quad P' + P'' + P''' = P$$
$$(b)\quad P'.AG - P''.BG - P'''.CG = 0$$

ed è chiaro che l'equazione (3) naſce da $(a)\,z + (b)\,sen\,\gamma$. Siccome adunque la terza equazione è incluſa nelle due prime, o prendiamo le ſole equazioni (1) e (2), o ſia l'equivalenti (*a*) e (*b*), e queſte non baſteranno per determinare le tre quantità P', P'', P'''; o prendiamo le tre equazioni (1), (2), e (3), ed in tal caſo, poichè la terza equazione dipende dalle altre due, giungeremo ad avere per P', P'', P''', dei valori della forma $\frac{0}{0}$.

L'iſteſſo poſſiamo più facilmente dedurre dal n.° I. moſtrando che nel caſo de' tre appoggi in diritto le tre equazioni ſi riducono a due ſole, qualunque ſi prendano gli aſſi delle coordinate. Infatti, ſiccome i tre appoggi ſono in diritto, ſe chiamiamo a e b le diſtanze del primo appoggio dagli altri due, ed α l'angolo che la retta degli appoggi forma coll'aſſe della x, avremo $x'' = x' + a\,cos.\alpha$, $x''' = x' + b\,cos.\alpha$, $y'' = y' + a\,sen\,\alpha$, $y''' = y' + b\,sen.\alpha$. Soſtituiti queſti valori le tre equazioni del n.° I diventeranno

$$(1)\quad P' + P'' + P''' = P$$
$$(2)\quad (P' + P'' + P''')y' + P''\,a\,sen\,\alpha + P'''\,b\,sen.\alpha = Py$$
$$(3)\quad (P' + P'' + P''')\,x' + P''\,a\,cos.\alpha + P'''\,b\,cos\,\alpha = Px.$$

Da queſte ſi deduce $\frac{y - y'}{sen\,\alpha} = \frac{x - x'}{cos\,x}$, cioè dev'eſſere in diritto con gli appoggi anche il punto corriſpondente al centro di gravità del corpo; e quindi, chiamata c la diſtanza di queſto punto dal primo appoggio, ſarà $x = x' + c.cos\,\alpha$, $y = y' + c\,sen\,\alpha$. Poſti queſti valori di x ed y è evidente che la terza equazione naſce da $(1)(x' - y'\,cot.\alpha) + (2)\,cot.\alpha$, cioè è incluſa nelle due prime.

VIII. Il problema pertanto è indeterminato, e quando i punti di appoggio ſono più di tre, e quando i tre punti ſono in diritto. Abbiamo pienamente dimoſtrata la ſeconda

parte;

parte; per dare un ulteriore ſchiarimento riguardo alla prima conſideriamo la ſoluzione del Sig. *Delanges*, ove ſiccome (fig. VII) i tre aſſi Aa, Bb, Cc ci hanno date tre equazioni, pare a prima viſta che, ſe avremo un altro punto D, l'aſſe Dd ſia per darci una quarta equazione; in modo che il problema ſia determinato anche per quattro e più appoggi. Per eſaminare queſta queſtione prendiamo una retta qualunque AP, a cui riferiremo i quattro aſſi Aa, Bb, Cc, Dd, e queſta retta per maggior ſemplicità facciamola paſſare pel punto A. Siano α, β, γ, δ gli angoli che reſpettivamente formano con la retta AP i quattro aſſi Aa, Bb, Cc, Dd nei quattro punti A, b, c, d, ov'eſſi la incontrano, e ſia $Ab = a$, $Ac = b$, $Ad = c$. Prendendo un punto qualunque M, tiriamo da eſſo la perpendicolare MP ſulla retta AP, e le perpendicolari MP', MP'', MP''', MP'''' ſu i quattro aſſi. Poſto ciò, è evidente dalla teoria della permutazione delle coordinate, che avremo

$$\begin{aligned} MP' &= AP \operatorname{sen} \alpha + MP \cos. \alpha \\ MP'' &= (a + AP) \operatorname{sen} \beta - MP \cos \beta \\ MP''' &= (b - AP) \operatorname{sen} \gamma - MP \cos \gamma \\ MP'''' &= (c - AP) \operatorname{sen} \delta - MP \cos \delta. \end{aligned}$$

Facciamo (a) $MP'''' = m.MP' + n.MP'' + p.MP'''$, e ſoſtituendo i valori di MP', MP'', ec. avremo

$$\begin{aligned} c \operatorname{sen}\delta - AP \operatorname{sen}\delta - MP \cos\delta = {} & n\, a \operatorname{sen} \beta + pb \operatorname{sen}\gamma + AP(m \operatorname{sen} \alpha + n \operatorname{sen}\beta - p \operatorname{sen}\gamma) \\ & + MP(m \cos \alpha - n \cos \beta - p \cos \gamma). \end{aligned}$$

Eguagliando i coefficienti di AP e di MP avremo per determinare le quantità m, n, p le tre equazioni

$$\begin{aligned} n\, a \operatorname{sen} \beta + p\, b \operatorname{sen} \gamma &= c \operatorname{sen} \delta \\ m \operatorname{sen} \alpha + n \operatorname{sen} \beta - p \operatorname{sen} \gamma &= - \operatorname{sen} \delta \\ m \cos \alpha - n \cos \beta - p \cos \gamma &= - \cos \delta. \end{aligned}$$

I valori di m, n, p, che ſe ne ricaveranno, ſaranno independenti dalla ſituazione del punto M, e perciò l'equazione (a) avrà luogo, ovunque ſi prenda il punto M. Onde ſe chiamiamo z, z'', z''', z'''' le diſtanze dall'aſſe Aa de' punti G, B, C, D; u, u', u''', u'''' le diſtanze dall'aſſe Bb de' punti G, A, C, D; t, t', t'', t'''' le diſtanze dall'aſſe Cc de' punti G, A, C, D; e finalmente r, r', r'', r''' le diſtanze dall'aſſe Dd de' punti G, A, B, C; avremo $r = mz + nu + pt$; $r' = nu' + pt'$, $r'' = mz'' + pt''$, $r''' = mz''' + nu'''$.

Ora i quattro aſſi *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd* ci danno le quattro ſeguenti equazioni

$$(1)\ P''z'' + P''z''' + P'''z'''' = Pz$$
$$(2)\ P'u' + P''u''' + P'''u'''' = Pu$$
$$(3)\ P't' + P''t'' + P''''t'''' = Pt$$
$$(4)\ P'r' + P''r'' + P'''r''' = Pr$$

Soſtituiti nell'equazione (4) i valori di r, r', r'', ecc. eſſa diventerà

$$P'(nu' + pt') + P''(mz'' + pt'') + P'''(mz''' + nu''') = P(mz + nu + pt)$$

la quale è già compreſa nelle prime tre, e naſce dalla combinazione (1) $m +$ (2) $n +$ (3) p, poichè $mz'''' + nu'''' + pt''''$ = alla diſtanza del punto D dall'aſſe Dd è $= 0$.

Quindi l'equazioni indipendenti non ſaranno che tre, e perciò il problema non ſarà determinato che per tre punti di appoggio. Che ſe voleſſimo prendere tutte e quattro l'equazioni precedenti, ne ricaveremmo i valori delle preſſioni P', P'', ecc. ſotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

Queſto medeſimo diſcorſo ſi può applicare a qualunque poſizione di aſſi, e ſerve a comprovare, che tre ſoli aſſi (purchè non paſſino tutti pel punto G (V)) danno l'equazioni del problema, e un numero maggiore di aſſi dà dell'equazioni inutili.

Della preſſione di un corpo ſopra un piano inclinato.

IX. Se un corpo poſa ſu varj punti di un piano inclinato, acciò non ſcorra ſu queſto piano, converrà applicargli una certa forza al centro di gravità. Queſta forza dovrà eſſer tale, che la riſultante di eſſa e del peſo del corpo ſia perpendicolare al piano. Conſiderando adunque queſta forza compoſta avremo il caſo precedentemente trattato di un piano ſpinto da una forza perpendicolare ad eſſo da una parte, e dalle preſſioni in ciaſcun punto di appoggio dalla parte oppoſta, il quale in vigor di queſte forze dovrà ſtare in equilibrio. Onde anche in queſto caſo troveremo il valore di ciaſcuna preſſione quando gli appoggi ſono tre, e dimoſtreremo che il problema è indeterminato, quando gli appoggi ſono più di tre, e quando i tre ſono in diritto.

Della preſſione di un corpo ſopra diverſi piani inclinati.

X. Preſo un piano qualunque orizontale riferiamo a queſto per mezzo di tre coordinate ciaſcun punto di appoggio. Si tiri in queſto piano una retta qualunque, e ſu di eſſa ſi prendano le x aſſumendone l'origine ad arbitrio, le y ſaranno nel piano orizontale perpendicolari a queſta retta, e le z verticali tirate da ciaſcun punto del ſiſtema ſul piano orizontale. E per diſtinguere i diverſi punti del ſiſtema chiameremo x, y, e z le coordinate del centro di gravità del corpo, x', y', e z' quelle del primo punto di appoggio, x'', y'', e z'' quelle del ſecondo punto di appoggio, ecc. Siano inoltre α', x'', x''', ecc. reſpettivamente le inclinazioni de' diverſi piani all'aſſunto piano orizontale, e β', β'', β', ecc. gli angoli che coll'aſſe delle x formano nel piano orizontale le interſezioni di eſſo con i diverſi piani inclinati. Per togliere ogni ambiguità prenderemo gli angoli α', x'', α''' ecc. ſempre dalla medeſima parte per rapporto all'origine delle x, e ſempre acuti; poichè ſe foſſero ottuſi, conſidereremo queſti angoli come formati dalla parte di ſotto del piano orizontale, e gli prenderemo negativi. Al contrario prenderemo gli angoli β', β'', β''', ecc. o acuti o ottuſi quali eſſi ſono, ma gli miſureremo tutti dalla parte dell' origine delle x. Nelle formule ſeguenti tutti gli angoli α', α'', α'', ecc. ſono conſiderati acuti, e poſitivi: ſe ne' diverſi caſi alcuno di eſſi ſarà ottuſo, o (ciò che per noi è lo ſteſſo) acuto e negativo, non ſi dovrà fare altro che mutare il ſegno al di lui ſeno, rimanendo lo ſteſſo il ſegno del coſeno.

XI. Poſto ciò ſia P il peſo del corpo, il quale agiſce lungo la direzione della coordinata z, e tende a diminuire queſta coordinata, e ſiano P', P'', P''', ecc. le preſſioni eſercitate dal corpo ſu' dati piani ne' punti di appoggio. Se a queſte preſſioni ſoſtituiamo forze uguali in direzioni oppoſte, tutto il ſiſtema di queſti piani inſieme collegati ſuppoſto mobile dovrà rimanere in equilibrio, eſſendo ſpinto da queſte forze, e dal peſo P del corpo. Riſolviamo queſta forza P', P'', ecc. in altre tre parallele ai tre aſſi delle coordinate x, y, z, ed in luogo della forza P' avremo $P' \cos\alpha'$, $P' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta'$.

$P'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta'$ nella direzione delle coordinate z', y', x', e tendenti ad accreſcere queſte coordinate. Similmente invece della forza P'' avremo le forze $P''\cos\alpha''$, $P''\,\text{sen}\,\alpha''\cos''\beta''$, $P''\,\text{sen}\,\alpha''\,\text{sen}\,\beta''$, e così delle altre. Tutto il ſiſtema adunque ſpinto dalle forze $P'\cos\alpha'$, $P''\cos\alpha''$, $P'''\cos\alpha'''$, ec. e $-P$ nella direzione delle z, dalle forze $P'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta'$, $P''\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta''$, $P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''$, ec. nella direzione delle y, e dalle forze $P'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta'$, $P''\,\text{sen}\,\alpha''\,\text{sen}\,\beta''$, $P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\,\text{sen}\,\beta'''$, ec. nella direzione delle x dovrà reſtare in equilibrio.

XII. Conſiderando in primo luogo il ſolo moto progreſſivo ponghiamo che il ſiſtema riceva un piccolo impulſo qualunque, mediante il quale le coordinate x, y, z del centro di gravità vengano reſpettivamente accreſciute di δx, δy, δz; e ſiccome ſupponghiamo per ora che nel ſiſtema non vi ſia alcun moto di rotazione, δx, δy, δz ſaranno li ſpazietti percorſi da ciaſcun punto del ſiſtema. Quindi in vigore del principio delle velocità virtuali avremo

$$\begin{aligned}&(P'\cos\alpha'+P''\cos.\alpha''+P'''\cos.\alpha'''+\text{ec.}-P)\,\delta z\\&+(P'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta'+P''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''+P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''+\text{ec.})\,\delta y\\&+(P'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta'+P''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''+P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''+\text{ec.})\,\delta x=0\end{aligned}$$

e ſiccome le quantità δx, δy, δz ſono tra loro independenti, avremo le tre equazioni

$$(1)\quad P'\cos\alpha'+P''\cos\alpha''+P'''\cos\alpha'''+\text{ec.}=P$$

$$(2)\quad P'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta'+P''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''+P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''+\text{ec.}=0$$

$$(3)\quad P'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta'+P''\,\text{sen}\,\alpha''\,\text{sen}\,\beta''+P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\,\text{sen}\,\beta'''+\text{ec.}=0$$

le quali tre equazioni contengono le condizioni neceſſarie, perchè il moto progreſſivo del ſiſtema rimanga impedito.

XIII. Ponghiamo adeſſo che intorno all'aſſe delle x conſiderato come fiſſo riceva il ſiſtema un piccolo impulſo, che gli faccia deſcrivere un angolo δu. Sarà $y\delta u$ lo ſpazietto percorſo dal punto in cui è applicata la forza P nella di lei direzione, e così pure $y'\delta u$, $y''\delta u$, $y'''\delta u$, ec. li ſpazietti percorſi da ciaſcun punto di appoggio nella direzione delle forze $P'\cos\alpha'$, $P''\cos\alpha''$, $P'''\cos\alpha'''$, ec. Similmente $z'\delta u$, $z''\delta u$, $z'''\delta u$, ec. ſaranno li ſpazietti deſcritti dai punti di appoggio nella direzione delle forze $P'\,\text{sen}\,\alpha'\cos.\beta'$, $P''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''$, $P'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''$, ec. Prendendo adunque la ſomma delle forze moltiplicate negli ſpazietti da eſſe nella loro direzione deſcritti avremo l'equazione

$$(P'y'\cos\alpha'+P''y''\cos\alpha''+P'''y'''\cos\alpha'''+\text{ec.}-Py)\,\delta u$$
$$-(P'z'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta'+P''z''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''+P'''z'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''+\text{ec.})\,\delta u=0$$

ove abbiamo preſo il ſecondo membro negativo, perchè ſe li ſpazietti $y'\delta u$, $y''\delta u$, ec. accreſcono o diminuiſcono le coordinate z', z'', ec., viceverſa li ſpazietti $z'\delta u$, $z'\delta u$, ec. diminuiſcono o accreſcono le coordinate y', y'', ec.: onde ſe gli uni coſpirano con la direzione delle riſpettive forze, gli altri alla direzione di eſſe ſi oppongono. Avremo pertanto l'equazione

$$(4)\quad P'(y'\cos\alpha'-z'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta')+P''(y''\cos\alpha''-z''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta'')$$
$$+P'''(y'''\cos\alpha'''-z'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta''')+\text{ec.}=Py$$

la quale eſprime che la ſomma de' momenti riſpetto all'aſſe delle x è uguale a zero.

Col medeſimo diſcorſo troveremo rapporto agli aſſi delle y e delle z l'equazioni

$$(5)\; P'(x'\cos\alpha'-z'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta')+P''(x''\cos x''-z''\,\text{sen}\,x''\,\text{sen}\,\beta'')$$
$$+P'''(x'''\cos\alpha'''-z'''\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta''')+\text{ec.}=Px$$
$$(6)\; P'(x'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta'-y'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta')+P(x''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta''-y''\,\text{sen}\,x''\,\text{sen}\,\beta'')$$
$$+P'''(x'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta'''-y'''\,\text{sen}\,\alpha'''\,\text{sen}\,\beta''')+\text{ec.}=0.$$

Queſt'equazioni (4), (5) e (6) contengono le condizioni neceſſarie, perchè ſia diſtrutto il moto di rotazione del ſiſtema intorno ai tre aſſi delle x, y, e z; e quindi, com'è noto, perchè ſia impedito qualunque moto rotatorio del ſiſtema. Tutte queſte ſei equazioni combinano con quelle, che ha date il Sig. de la *Grange* nella ſua eccellente Meccanica per l'equilibrio di un ſiſtema qualunque, e contengono la piena riſoluzione del problema.

XIV. Siccome abbiamo ſei equazioni, potremo in generale determinare le preſſioni P', P'', P''', ec. quando il corpo è appoggiato a ſei ſoſtegni; ma ſe li appoggi ſaranno più di ſei, il problema reſterà indeterminato. Convien però riflettere che, ſe vi ſarà qualche relazione tra gli angoli α', α'', ec. β', β', ec., la quale faccia dipendere alcuna delle precedenti equazioni dalle altre, in tal caſo, perchè il problema ſia determinato, biſognerà che il numero degli appoggi ſia eguale al numero dell'equazioni tra loro indipendenti, che rimangono. Così, ſe per eſempio gli angoli β', β', ec. ſaranno tutti eguali, l'equazioni (2) e (3) ſaranno affatto ſimili, ed il problema non ſarà determinato che per cinque appoggi.

Se gli angoli α', α'', α''', ec. ſono tutti zero, cioè ſe i piani ſono tutti paralleli all'orizonte, l'equazioni (2), (3), e (6) ſvaniranno da loro ſteſſe, e rimarranno l'equazioni (1), (4) e (5) ſotto la forma

$$P' + P'' + P''' + \text{ec.} = P$$
$$P'y' + P''y'' + P'''y''' + \text{ec.} = Py$$
$$P'x' + P''x'' + P'''x''' + \text{ec.} = Px$$

onde il problema non ſarà determinato, che per tre appoggi, lo che combina con le coſe precedenti.

Una condizione generalmente neceſſaria è, che tutte le preſſioni P', P'', ec. rieſcano poſitive, lo che per ottenere converrà prendere degli angoli α', α'', ec. alcuni poſitivi altri negativi, come ſi vede dalla ſola iſpezione dell'equazione (3); cioè biſognerà (X) che gli angoli d'inclinazione de' diverſi piani miſurati dalla medeſima parte ſiano alcuni acuti, altri ottuſi.

Se non ſarà data alcuna relazione tra gli angoli α', α'', ec. β', β'', ec. ed il numero de' punti di appoggio ſarà minore di ſei, in tal caſo l'equazioni rimanenti, oltre quelle che ſervono a determinare i valori delle preſſioni, ſaranno equazioni di condizione tra gli angoli α', α'', ec., acciò l'equilibrio ſuſſiſta.

XV. Prima di cercare i valori delle preſſioni, vediamo di render più ſemplici l'equazioni trovate. A queſto oggetto ſia (fig. VIII) il piano orizontale aſſunto quello della Tavola, e conſideriamo uno qualunque de' punti di appoggio, per eſempio quello a cui è applicata la forza P', e ſiano $x' = MP$, $y' = P\mathcal{Q}$, e z' le coordinate di queſto punto. Si concepiſca che la direzione della forza P' prolungata incontri il piano nel punto $\mathcal{Q}'$, e ſiano $MP' = t'$, $P'\mathcal{Q}' = u'$ le coordinate del punto $\mathcal{Q}'$: tirata $\mathcal{Q}\mathcal{Q}'$ ſarà $\frac{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}{z'} = tang.\,\alpha'$, $y' - u' = \mathcal{Q}\mathcal{Q}' \cos\beta' = z' \operatorname{tang}\alpha' \cos\beta'$, $x' - t' = z' \operatorname{tang}\alpha' \operatorname{sen}\beta'$. Da queſte due equazioni ſi deduce

$$x' \cos\alpha' - z' \operatorname{sen}\alpha' \operatorname{sen}\beta' = t' \cos\alpha'$$
$$y' \cos\alpha' - z' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta' = u' \cos x'$$
$$x' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta' - y' \operatorname{sen}\alpha' \operatorname{sen}\beta' = t' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta' - u' \operatorname{sen}\alpha' \operatorname{sen}\beta'$$

Simili equazioni troveremo per gli altri punti di appoggio, ne' quali indicheremo per t'', u'', t''', u''', ec. reſpettivamente quelle rette, che abbiamo chiamate t', u' per il primo appoggio. Se adeſſo ſoſtituiamo queſti valori nelle tre ultime equazioni del problema, eſſe diventeranno

$$P' t' \cos \alpha' + P'' t'' \cos \alpha'' + P''' t''' \cos \alpha''' + \text{ec.} = Pt$$
$$P' u' \cos \alpha' + P'' u'' \cos \alpha'' + P''' u''' \cos \alpha''' + \text{ec.} = Pu$$
$$P' \operatorname{sen} \alpha' (t' \cos \beta' - u' \operatorname{sen} \beta') + P'' \operatorname{sen} \alpha'' (t'' \cos \beta'' - u'' \operatorname{sen} \beta'') + \text{ec.} = 0.$$

A queſt'equazioni ſaremmo ſubito giunti, ſe riflettendo che in un ſiſtema di punti collegati inſieme ſi poſſono riguardare le forze come applicate a qualunque punto della loro direzione, aveſſimo conſiderate le forze applicate tutte ad un piano orizontale, ed aveſſimo cercato l'equilibrio di queſto piano.

XVI. Ma per render queſt'equazioni anche più ſemplici oſſerviamo che è in noſtro arbitrio la ſcelta degli aſſi, e dell' origine delle coordinate. Prendiamo dunque il principio delle coordinate nel punto $\mathcal{Q}'$, e facciamo paſſare uno degli aſſi pel punto corriſpondente alle coordinate t'', u'', e l'altro ſia a queſto perpendicolare. Se chiamiamo x', y', x'', y'', x''', y''', ecc. le nuove coordinate avremo $x' = 0$, $y' = 0$, $y'' = 0$; e quindi l'equazioni del problema diventeranno

$$(1)\quad P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' + P''' \cos \alpha''' + \text{ecc.} = P$$
$$(2)\quad P' \operatorname{sen} \alpha' \cos \beta' + P'' \operatorname{sen} \alpha'' \cos \beta'' + P''' \operatorname{sen} \alpha''' \cos \beta''' + \text{ecc.} = 0$$
$$(3)\quad P' \operatorname{sen} \alpha' \operatorname{sen} \beta' + P'' \operatorname{sen} \alpha'' \cos \beta'' + P''' \operatorname{sen} \alpha''' \cos \beta''' + \text{ecc.} = 0$$
$$(4)\quad P''x'' \cos \alpha'' + P'''x''' \cos \alpha''' + P''''x'''' \cos \alpha'''' + \text{ecc.} = Px$$
$$(5)\quad P'''y''' \cos \alpha''' + P''''y'''' \cos \alpha'''' + Py$$
$$(6)\quad P''x'' \operatorname{sen} \alpha'' \cos \beta'' + P''' \operatorname{sen} \alpha''' (x''' \cos \beta''' - y''' \operatorname{sen} \beta''') + P'''' \operatorname{sen} \alpha'''' (x'''' \cos \beta'''' - y'''' \operatorname{sen} \beta'''') + \text{ecc.} = 0$$

Se i punti, ne' quali le direzioni delle forze incontrano il piano orizontale, ſaranno tutti in diritto, oltre ad $y' = 0$, $y'' = 0$ avremo ancora $y''' = 0$, $y'''' = 0$, ecc. e l' equazione (5) ci darà $0 = Py$, cioè anche il punto corriſpondente al centro di gravità del corpo dovrà eſſere in linea retta con gli altri punti. E ſiccome in queſto caſo rimangono cinque equazioni, ſi vede che il problema non ſarà determinato che per cinque appoggi.

XVII. Conſideriamo in primo luogo due ſoli appoggi, e ſiano (fig. IX) A e B i punti, ne'quali le direzioni delle preſſioni ſu' piani inclinati incontrano il piano orizontale. Avremo l'equazioni

$$(1)\quad P' \cos\alpha' + P'' \cos\alpha'' = P$$
$$(2)\quad P' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta' + P'' \operatorname{sen}\alpha'' \cos\beta'' = 0$$
$$(3)\quad P' \operatorname{sen}\alpha' \operatorname{sen}\beta' + P'' \operatorname{sen}\alpha'' \operatorname{sen}\beta'' = 0$$
$$(4)\quad P''x'' \cos\alpha'' = Px$$
$$(5)\quad 0 = Py$$
$$(6)\quad P''x'' \operatorname{sen}\alpha'' \cos\beta'' = 0$$

L'equazione (5) ci dà $y = 0$ cioè il punto G corriſpondente al centro di gravità in diritto con A e B: l'equazione (6) ci dà $\cos\beta'' = 0$, e la (2) perciò $\cos\beta' = 0$, cioè gli angoli β' e β'' ſon retti, e quindi le direzioni delle ſorze P' e P'' ſono nel piano verticale che paſſa per la retta AB. Adeſſo dalla (4) abbiamo $P'' = P\dfrac{x}{x'' \cos\alpha''}$ e dalla (1) $P' = P\dfrac{x'' - x}{x'' \cos\alpha'}$, e ſoſtituendo queſti valori nella equazione (3) avremo $(x'' - x) \operatorname{tang}\alpha' + x \operatorname{tang}\alpha'' = 0$. Siccome dev' eſſere $x'' > x$ perchè il valore di P' rieſca poſitivo; acciò quella equazione ſuſſiſta, conviene che ſiano gli angoli α', α'' di diverſo ſegno, cioè uno poſitivo e l'altro negativo; onde (X) le direzioni delle due forze P', P'' s' incontreranno, e dal punto d'interſezione tirata una perpendicolare alla retta AB che la incontri in M ſarà $\operatorname{tang}.\alpha' : -\operatorname{tang}\alpha'' = AM : BM$. Ma dall'equazione precedente abbiamo $\operatorname{tang}.\alpha' : -\operatorname{tang}\alpha'' = x : x'' - x$; dunque il punto M caderà ſul punto G, o ſia gli angoli α', α'' dovranno eſſer tali che le direzioni delle due preſſioni P', P'' s'incontrino nel medeſimo punto della direzione del centro di gravità.

XVIII. Paſſiamo al caſo di tre appoggi, ai quali corriſpondano nel piano orizzontale (fig. X) i punti A, B, C preſi nella direzione delle ſorze, e G ſia nella direzione del centro di gravità del corpo. L' equazioni di queſto caſo ſaranno

$$(1)\quad P' \cos\alpha' + P'' \cos\alpha'' + P''' \cos\alpha''' = P$$
$$(2)\quad P' \operatorname{sen}\alpha' \cos\beta' + P'' \operatorname{sen}\alpha'' \cos\beta'' + P''' \operatorname{sen}\alpha''' \cos\beta''' = 0$$
$$(3)\quad P' \operatorname{sen}\alpha' \operatorname{sen}\beta' + P'' \operatorname{sen}\alpha'' \operatorname{sen}\beta'' + P''' \operatorname{sen}\alpha''' \operatorname{sen}\beta''' = 0$$
$$(4)\quad P''x'' \cos\alpha'' + P'''x''' \cos\alpha''' = Px$$
$$(5)\quad P'''y''' \cos\alpha''' = Py$$
$$(6)\quad P''x'' \operatorname{sen}\alpha'' \cos\beta'' + P''' \operatorname{sen}\alpha''' (x''' \cos\beta''' - y''' \operatorname{sen}\beta''') = 0.$$

Dall'

Dall' equazioni (5), (4), e (1) ſi ricaverà $P'' = P\dfrac{y}{y''' \cos\alpha''}$, $P'' = P\dfrac{xy''' - x'''y}{x'y'' \cos\alpha''}$, $P' = P\dfrac{(x''-x)y''' - (x''-x''')y}{x''y''' \cos\alpha'}$; i quali valori ſaranno tutti poſitivi, com'eſſer devono, ſe condotte le rette AB, AC, BC il punto G ſarà dentro il triangolo ACB. Dal punto G ſi tirino ſu' lati di queſto triangolo le perpendicolari GG', GG'', GG''', dal punto A la perpendicolare AA' ſul lato BC, dal punto B BB' perpendicolare ſul lato AB, e CC' dal punto C perpendicolare ſul lato AB, e ſarà $AG' = x$, $GG' = y$, $AB = x''$, $AC' = x'''$, $CC' = y'''$, $BB' = AB \operatorname{sen} BAC = \dfrac{x''y'''}{AC}$, $GG'' = AG' \operatorname{sen} BAC - GG' \cos BAC = \dfrac{xy''' - x'''y}{AC}$, $AA' = AB \operatorname{sen} ABC = \dfrac{x''y''''}{BC}$, $GG''' = BG' \operatorname{sen} ABC - GG' \cos ABC = \dfrac{(x''-x)y''' - (x''-x''')y}{BC}$, e quindi $\dfrac{GG''}{BB'} = \dfrac{xy''' - x'''y}{x''y'''}$, $\dfrac{GG'''}{AA'} = \dfrac{(x''-x)y''' - (x'-x'')y}{x''y'''}$. Se dunque chiamiamo GG'' z, GG''' t, BB' z'', AA' t', avremo le preſſioni eſpreſſe più ſemplicemente così: $P''' = \dfrac{y}{y''' \cos\alpha'''}$, $P'' = \dfrac{z}{z'' \cos\alpha''}$, $P' = \dfrac{t}{t' \cos\alpha'}$. Queſti valori ſi potevano ſubito dedurre dal conſiderare, che ſiccome $\dfrac{y}{y''' \cos\alpha'''}$ è il valore di P''', quando ſi prende per aſſe la retta AB, così preſa per aſſe AC ſi troverà $P'' = \dfrac{z}{z'' \cos\alpha''}$, e $P' = \dfrac{t}{t' \cos\alpha'}$ ſe ſi prende per aſſe BC.

Soſtituendo adeſſo i valori di P', P'', P''' nell'equazioni (2), (3), e (6) otterremo

$$\frac{t}{t'} \operatorname{tang}\alpha' \cos\beta' + \frac{z}{z''} \operatorname{tang}\alpha'' \cos\beta'' + \frac{y}{y'''} \operatorname{tang}\alpha''' \cos\beta''' = 0$$

$$\frac{t}{t'} \tang \alpha' \sen \beta' + \frac{z}{z''} \tang \alpha'' \sen \beta'' + \frac{y}{y'''} \tang \alpha''' \sen \beta''' = 0$$

$$\frac{x''z}{z''} \tang \alpha'' \cos \beta'' + \frac{y}{y'''} \tang \alpha''' (x''' \cos \beta''' - y''' \sen \beta''') = 0$$

Dalle prime due ſi ricava

$$\frac{t}{t'} \tang \alpha' \sen (\beta' - \beta''') + \frac{z}{z''} \tang \alpha'' \sen (\beta'' - \beta''') = 0$$

$$\frac{t}{t'} \tang \alpha' \sen (\beta' - \beta'') - \frac{y}{y'''} \tang \alpha''' \sen (\beta'' - \beta''') = 0$$

e quindi

$$(a) \quad \frac{\tang \alpha''}{\tang \alpha'} = - \frac{z''t \sen (\beta' - \beta''')}{zt' \sen (\beta'' - \beta''')} \, ;$$

$$(b) \quad \frac{\tang \alpha'''}{\tang \alpha'} = \frac{y'''t \sen (\beta' - \beta'')}{yt' \sen (\beta'' - \beta''')} \, .$$

Soſtituendo queſti valori nella terza equazione avremo
$x'' \sen (\beta' - \beta''') \cos \beta'' - \sen (\beta' - \beta'') (x''' \cos \beta''' - y''' \sen \beta''') = 0$,
onde ſi ricava $\tang . \beta'' = \frac{x'' \tang \beta' - x'''(\tang \beta' - \tang \beta'')}{x'' - y'''(\tang \beta' - \tang \beta'')}$; la quale equazione ci moſtra come l'angolo β''' dipende dagli altri due β' e β'', e l'equazioni (*a*) e (*b*) indicano qual rapporto devono avere le tangenti di due degli angoli α', α'', α''' alla tangente del terzo.

Se ſupponghiamo $\beta' = \beta''$, avremo anche $\beta''' = \beta'$, e l'equazioni (*a*) e (*b*) ci daranno $\frac{\tang \alpha''}{\tang \alpha'} = \frac{0}{0}$, $\frac{\tang \alpha'''}{\tang \alpha'} = \frac{0}{0}$, cioè il valore di queſti rapporti ſarà indeterminato. Ciò dovea ſuccedere; poichè, come abbiamo oſſervato di ſopra (XIV), in queſto caſo non dobbiamo ſoddisfare alle tre equazioni (2), (3), e (6), ma alle ſole (2) e (6), giacchè l'equazione (3) è affatto ſimile alla (2). Ora l'equazioni (2) e (6) diventano

$$\frac{t}{t'} \tang \alpha' + \frac{z}{z''} \tang \alpha'' + \frac{y}{y'''} \tang \alpha''' = 0$$

$$\frac{x''z}{z''} \tang \alpha'' \cos \beta' + \frac{y}{y'''} \tang \alpha''' (x''' \cos \beta' - y''' \sen \beta') = 0 ,$$

la prima delle quali dati due degli angoli α', α'', α''' c'inſegna a trovare il terzo, la ſeconda ci dà il valore dell'angolo β'.

Coll'iſteſſo metodo ſi potranno ſvolgere i caſi di quattro, cinque, e ſei appoggi: noi non lo facciamo, perchè il calcolo ci condurrebbe ad eſpreſſioni troppo complicate.

Della preſſione di un corpo appoggiato a ſuperficie curve qualunque.

XIX. Se invece di piani inclinati ſono ſuperficie curve quelle, alle quali il corpo è appoggiato, il problema non rieſce più complicato, e vien riſoluto dalle medeſime equazioni dei numeri XVI, e XVII: ſolo conviene dedurre i valori degli angoli α', α'', ecc. β', β'', ecc. dall'equazioni delle ſuperficie date. Per ciò ottenere ſi oſſervi che $\cos\alpha$ è il ſeno dell'angolo, che la perpendicolare tirata alla ſuperficie curva nel punto del primo appoggio forma col piano orizontale delle x ed y, e $\cos\beta'$ è il ſeno dell'angolo che la projezione di queſta perpendicolare nel medeſimo piano orizontale forma coll'aſſe delle x. Poſto ciò, ſe $dz' + p'dx' + q'dy' = 0$ è l'equazione della ſuperficie curva, nella quale è ſituato il primo appoggio, la perpendicolare tirata alla ſuperficie in queſto punto, e prolungata ſinchè incontri il piano delle x ed y è $= z'\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)}$; e quindi

$$\cos\alpha' = \frac{z'}{z'\sqrt{(1+p'^2+q'^2)}} = \frac{1}{\sqrt{(1+p'^2+q'^2)}}, \text{ e}$$

$\text{sen}\,\alpha' = \dfrac{\sqrt{(p'^2+q'^2)}}{\sqrt{(1+p'^2+q'^2)}}$. Se adeſſo chiamiamo a, e b le coordinate del punto, in cui la perpendicolare incontra il piano delle x ed y, troveremo $a = x' - z'p'$, $b = y' - z'q'$: e perciò $\cot.\beta' = \dfrac{y'-b}{x'-a} = \dfrac{q'}{p'}$; onde $\cos\beta' = \dfrac{q'}{\sqrt{(p'^2+q'^2)}}$, e

$\text{sen}\,\beta' = \dfrac{p'}{\sqrt{(p'^2+q'^2)}}$. Nella iſteſſa maniera, ſe $dz'' + p''dx'' + q''dy'' = 0$ è l'equazione della ſuperficie curva, in cui è poſto il ſecondo appoggio, avremo $\text{sen}\,\alpha'' = \dfrac{\sqrt{(p''^2+q''^2)}}{\sqrt{(1+p''^2+q''^2)}}$,

$$\cos\alpha''=\frac{1}{\sqrt{(1+p''^2+q''^2)}},\ \mathrm{sen}\,\beta''=\frac{p''}{\sqrt{(p''^2+q''^2)}},\ \cos\beta''=\frac{q''}{\sqrt{(p''^2+q''^2)}};$$

e così in ſeguito per rapporto agli altri appoggi. Soſtituendo adeſſo i valori di queſti angoli nell' equazioni dei numeri XVI e XVII, e facendo per più ſemplicità $\sqrt{(1+p'^2+q'^2)}=m'$, $\sqrt{(1+p''^2+q''^2)}=m''$, ec. avremo

$$(1)\ \frac{P'}{m'}+\frac{P''}{m''}+\frac{P'''}{m'''}+\text{ec.}=P$$

$$(2)\ P'\frac{q'}{m'}+P''\frac{q''}{m''}+P'''\frac{q'''}{m'''}+\text{ec.}=0$$

$$(3)\ P'\frac{p'}{m'}+P''\frac{p''}{m''}+P'''\frac{p'''}{m'''}+\text{ec.}=0$$

$$(4)\ P'\frac{y'-z'q'}{m'}+P''\frac{y''-z''q''}{m''}+P'''\frac{y'''-z'''q'''}{m'''}+\text{ec.}=Py$$

$$(5)\ P'\frac{x'-z'p'}{m'}+P''\frac{x''-z''p''}{m''}+P'''\frac{x'''-z'''p'''}{m'''}+\text{ec.}=Px$$

$$(6)\ P'\frac{x'q'-y'p'}{m'}+P''\frac{x''q''-y''p''}{m''}+P'''\frac{x'''q'''-y'''p'''}{m'''}+\text{ec.}=0$$

le quali ſono l' equazioni del problema.

Quindi riſulta, che il problema è determinato, quando gli appoggi non ſono più di ſei, ſe però per la natura delle diverſe ſuperficie non ſono alcune di queſt' equazioni ſoddisfatte, o ſe alcuna di eſſe dall' altre non dipende.

XX. Per applicare queſta teoria a qualch' eſempio, ſupponghiamo che ſia il corpo appoggiato a diverſi punti di una medeſima ſuperficie sferica. Preſa l' origine delle coordinate nel centro della sfera, ed a eſſendo il di lei raggio, ſarà $z^2+x^2+y^2=a^2$ l' equazione della ſuperficie sferica. Quindi ſarà $p'=\frac{x'}{z'}$, $q'=\frac{y'}{z'}$, $m'=\frac{a}{z'}$, $p''=\frac{x''}{z''}$, $q''=\frac{y''}{z''}$, $m''=\frac{a}{z''}$, ec.; e ſoſtituiti queſti valori l' equazioni generali diventeranno

$$(1)\ P'z'+P''z''+P'''z'''+\text{ec.}=Pa$$

$$(2)\ P'y'+P''y''+P'''y'''+\text{ec.}=0$$

$$(3)\ P'x'+P''x''+P'''x'''+\text{ec.}=0$$

$$(4)\ 0=Py$$

$$(5)\ 0=Px$$

e l' equazione (6) ſarà da ſe ſteſſa ſoddisfatta. L' equazioni

(4) e (5) ci moſtrano che la direzione del centro di gravità del corpo deve paſſare pel centro della sfera; e così dovea eſſere, perchè pel medeſimo centro paſſano le direzioni di tutte le preſſioni P', P'', P''', ec. Ma ſiccome per determinar queſte preſſioni non rimangono che tre equazioni, il problema non ſarà determinato che per tre appoggi. Inoltre, acciò i valori di queſte preſſioni rieſcano poſitivi, converrà che delle y', y'', y''', e ſimilmente delle x', x'', x''' alcune ſiano poſitive altre negative, cioè ſituate oppoſtamente per rapporto agli aſſi riſpettivi.

Per ſvolgere con più facilità il caſo di tre appoggi ſi oſſervi, che eſſendo la poſizione dell'aſſe della x in noſtro arbitrio, la poſſiamo prendere in modo, che uno degli appoggi, per eſempio quello corriſpondente all'aſciſſa x''' ſia nel piano verticale che paſſa per queſto aſſe; e in tal caſo ſarà $y''' = 0$. Fatto ciò avremo dalle precedenti equazioni

$$P' = P\frac{a x''' y''}{x'''(z'y''-z''y') - z'''(x'y''-x''y')},$$

$$P'' = -P\frac{a x''' y'}{x'''(z'y''-z''y') - z'''(x'y''-x''y')},$$

$$P''' = -P\frac{a(x'y''-x''y')}{x'''(z'y''-z''y'') - z'''(x'y''-x''y')}.$$

Acciò il corpo ſtia in equilibrio, queſte preſſioni devono eſſer poſitive; ſe foſſero negative il corpo non ſtarebbe fermo, ſoſtenuto eſſendo da queſti tre appoggi. Abbiamo già oſſervato, che una delle y', y'', ed una almeno delle x', x'', x''' dev'eſſer negativa le altre eſſendo poſitive; ed in ciaſcun caſo ſarà facile il verificare quando l'equilibrio ſuſſiſta e quando nò. Siano per eſempio negative x' ed y' e le altre coordinate poſitive: acciò i valori delle preſſioni rieſcano tutti poſitivi, converrà di più che ſia $x'y'' > x''y'$.

Se il corpo non è ſoſtenuto che da due appoggi, e manca quello dell'aſciſſa x''', facciamo $P'' = 0$, ed avremo $x'y'' = x''y'$, e i valori delle preſſioni P', P'' ſaranno

$$P = P\frac{a y''}{z'y'-z''y'}, \quad P'' = -P\frac{a y'}{z'y''-z''y'}.$$

Converrà dunque, che una delle y', y'' ſia poſitiva, l'altra negativa, e così pure, in vigore dell'equazione $x'y'' = x''y'$ una delle x', x''

poſitiva e l'altra negativa. Inoltre l'equazione $x'y''=x''y'$ ci moſtra che i due appoggi devono eſſer ſituati in un piano verticale che paſſi pel centro della sfera, come dovea accadere. Ho ſuppoſto ſinora le z poſitive, cioè li appoggi ſulla concavità della sfera, ſe qualche z ſarà negativa, cioè ſe qualche appoggio caderà ſulla conveſſità della sfera, la preſſione corriſpondente dovrà eſſer negativa, perchè è diretta dalla ſuperficie al centro, mentre la poſitiva al contrario va dal centro alla ſuperficie. Così nel caſo di due appoggi, ſe z' è poſitiva, e z'' è negativa, le y', y'' dovranno eſſere o ambedue poſitive, o ambedue negative, acciò ſia la preſſione P' poſitiva, e la preſſione P'' negativa.

Se invece di eſſere i tre appoggi ſopra la medeſima ſuperficie sferica, ſaranno ſituati ſopra tre ſuperficie di raggio diverſo ma del medeſimo centro, chiamati a, b, c i tre raggi, l'equazioni che otterremo ſaranno tali, che le precedenti ſi cangeranno in eſſe poſto $\frac{az''}{b}$ in luogo di z'', $\frac{az'''}{c}$ in luogo di z''', $\frac{ax''}{b}$ in luogo di x'', $\frac{ax'''}{c}$ in luogo di x''', ed $\frac{ay''}{b}$ in luogo di y''. Se dunque facciamo queſti cangiamenti ne' valori di P', P'', P''', e chiamiamo Q', Q'', Q''' le quantità nelle quali ſi mutano, troveremo $Q'=P'$, $Q''=\frac{bP''}{a}$, $Q'''=\frac{cP'''}{a}$, e Q', Q'', Q''' ſaranno le preſſioni eſercitate ſulle tre ſuperficie sferiche.

XXI. Sia il corpo appoggiato alle ſuperficie di varj cilindri, i quali abbiano l'aſſe comune, e ſia queſti orizontale. Preſe le x in queſto aſſe, l'equazioni delle ſuperficie cilindriche ſaranno $z'^2+y'^2=a^2$, $z''^2+y''^2=b^2$, $z'''^2+y'''^2=c^2$, ec. eſſendo a, b, c, ec. i raggi delle ſezioni perpendicolari all' aſſe. Sarà perciò $p'=0$, $p''=0$, $p'''=0$, ec., $q'=\frac{y'}{z'}$, $q''=\frac{y''}{z''}$, $q'''=\frac{y'''}{z'''}$, ec.; $m'=\frac{a}{z'}$, $m''=\frac{b}{z''}$, $m'''=\frac{c}{z'''}$, ec. Onde l'equazioni di queſto problema ſaranno

Fig: II

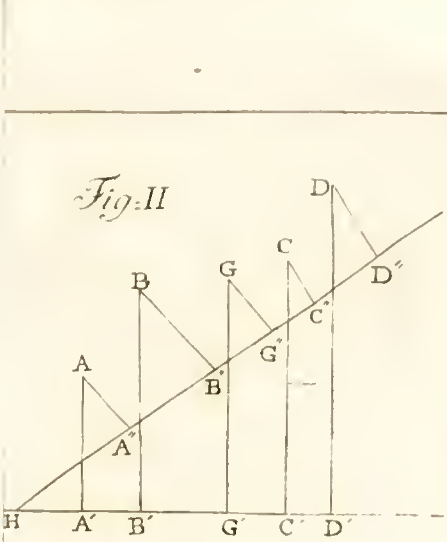

D
C
G
B
A
D''
C''
G''
B''
A''
H
A'
B'
G'
C'
D'

Fig: III

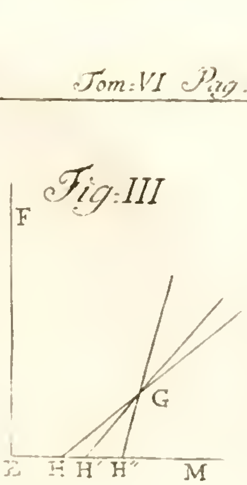


Fig: V

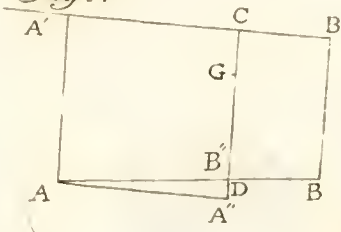
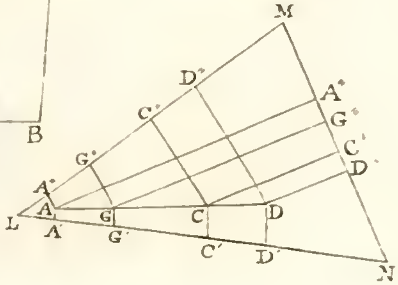


Fig: VI


M
D''
C''
A''
G''
G''
C'
D'
A''
A
L
A'
G
G'
C
C'
D
D'
N

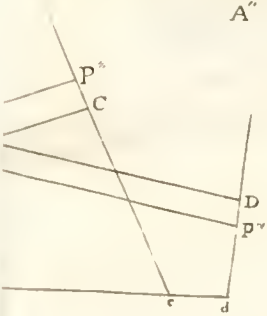


Fig: X

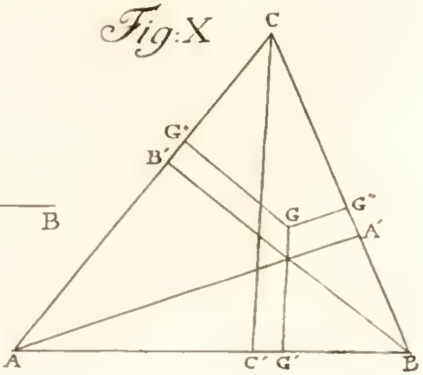

C
G'
B'
G
G''
A'
A
C'
G'
B

Fig: IX

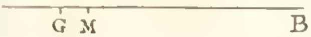


Fig. I

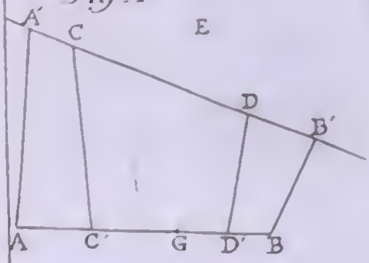

A'
C
E
D
B'
A
C'
G
D'
B

Fig. II

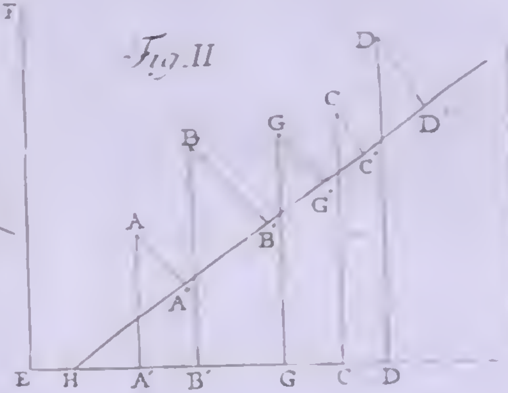

F
D
C
G
B
D'
C'
G'
B'
A
A'
E
H
A'
B'
G
C
D

Fig. III

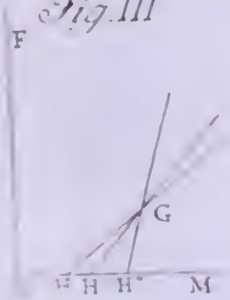


Fig. IV

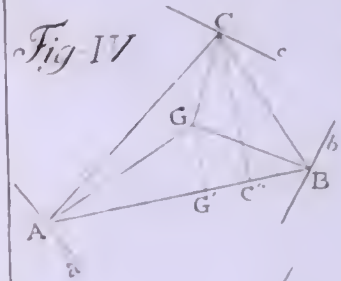


Fig. V

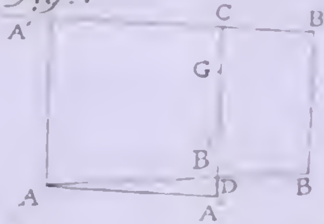


Fig. VI

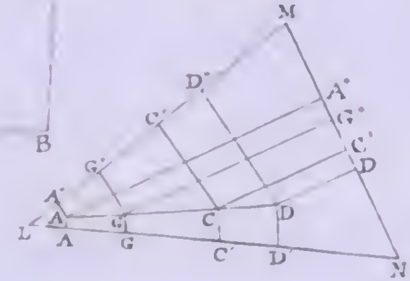

M
D'
A'
C'
G'
G'
C'
D
A'
A
G
C
D
L
A
G
C'
D'
N

Fig. VII

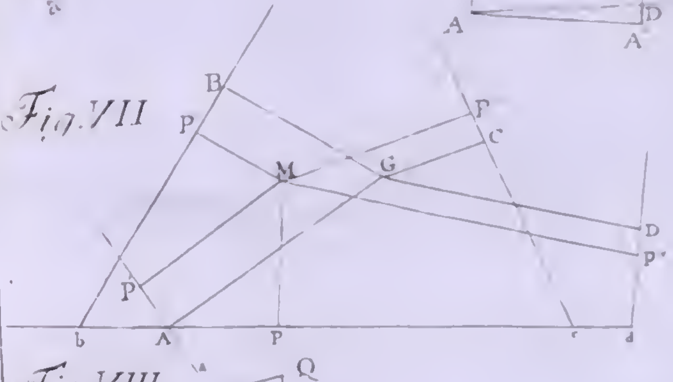

B
P
F
C
M
G
D
P'
P'
b
A
P
c
d
a

Fig. VIII

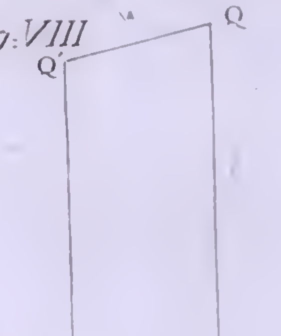


Fig. IX

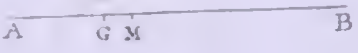
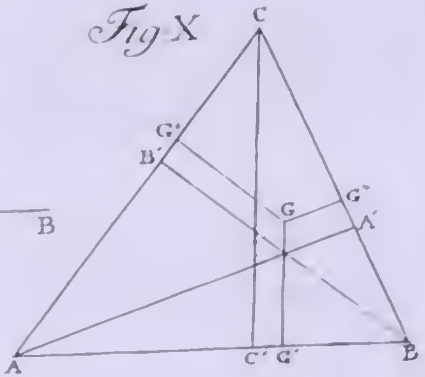


Fig. X


C
G'
B'
G
G'
A'
A
C'
G'
B

$$(1)\quad P'\frac{z'}{a}+P''\frac{z''}{b}+P'''\frac{z'''}{c}+\text{ec.}=P$$

$$(2)\quad P'\frac{y'}{a}+P''\frac{y''}{b}+P'''\frac{y'''}{c}+\text{ec.}=0$$

$$(4)\quad 0=Py$$

$$(5)\quad P'\frac{x'z'}{a}+P''\frac{x''z''}{b}+P'''\frac{x'''z'''}{c}+\text{ec.}=Px$$

$$(6)\quad P'\frac{x'y'}{a}+P''\frac{x''y''}{b}+P'''\frac{x'''y'''}{c}+\text{ec.}=0$$

l'equazione (3) ſvanendo da ſe ſteſſa. Dalla (4) ſappiamo, che la direzione del centro di gravità del corpo deve paſſare per l'aſſe de' cilindri, e le rimanenti quattro equazioni ci moſtrano il problema eſſer determinato per quattro appoggi, e ci danno i valori delle quattro preſſioni ſoſtenute da queſti appoggi. Se gli appoggi ſaranno meno di quattro, rimarranno dell'equazioni di condizione, alle quali converrà ſoddisfare, perchè l'equilibrio ſuſſiſta.

In queſto Articolo e nel precedente abbiamo ſuppoſto che il corpo foſſe aggravato dal ſolo ſuo peſo: ſe egli ſarà o ſpinto o ſoſtenuto da altre forze date, le quali ſiano applicate al centro di gravità del corpo o altrove, le medeſime equazioni de' numeri XVI e XVII, e le corriſpondenti del numero XIX riſolveranno il problema, purchè agli altri termini ſi aggiungano quelli, che naſcono dalle forze date.

DEL DIPIGNERE
A OLIO COMBINATO
DISSERTAZIONE
Del Sig. Cavaliere Lorgna

CAPITOLO PRIMO

CHi primo abbia inventato il dipignere a olio non può accertatamente definirſi, non eſſendo concordi le opinioni degli Scrittori ſu queſto argomento. Ma ſiane chi eſſer ſi voglia l'inventore è fuor di dubbio, che moltiſſimo obbligo dee avergli la Pittura, non eſſendoſi ella forſe giammai avvicinata tanto al vero, e alla perfezione dell'Arte, quanto ha fatto a' tempi noſtri ſtemperando ne' ſuoi lavori qualſiſia colore naturale o artificiale coll'olio. Non ſo ſu qual fondamento poſſa giudicarſi, che le dipinture de' primi lumi negli antichiſſimi tempi aggiugneſſero in bontà a quelle de' noſtri primi, e forſe anche le ſuperaſſero ſenza queſto ſoccorſo. La voracità del tempo ha fatto già da molti ſecoli ſparire diſgraziatamente quanto di bello hanno potuto far Zeuſi, Parraſio, Timante, Apelle, Protogene, ed altri moltiſſimi, di modo che è tolta ogni ſperanza di mettere in confronto le pitture di quell'antichità remota con quelle che veggiamo di Raffaello, di Coreggio, di Tiziano, di Paolo, e di altri ſenza numero. E' vero, che per comune conſentimento di tutti gli Storici contemporanei le opere di que' gran Maeſtri avevano ottenuto il primo luogo nella pittura; ma non è queſto un fondamento baſtevole, onde anteporre maeſtro a maeſtro ſulla fede altrui, quando non è più luogo ad alcuna

comparazione

comparazione di eſemplari ſotto gli occhi, come dicemmo, ch'è pur neceſſario per giudicare convenevolmente e decidere della preminenza in queſtione; e ſempre ſarà lecito di dubitare, ſe pur foſſe ſtato poſſibile a quegli antichi Maeſtri il condurre le loro dipinture, ſenza temperare coll'olio le tinte, al ſegno di verità cui ſon pervenuti i noſtri con queſto mezzo. Imperciocchè dipingevano bensì que' lumi antichi dell' Arte, come ne fan teſtimonianza gli Scrittori, a tempera, e ſugl' intonachi de' muri anche umidi, uſavano i colori floridi e gli auſteri, i naturali e gli artificiali, ſiccome noi facciamo, ma non è fatta mai parola del dipingere a olio. E ſe tutto vogliamo ben conſiderare, il meſtruo principale, l'univerſale diſſolvente di tutte le meſture colorate, che adoperavano nelle loro pitture, e che noi pure al par di loro uſiamo e adoperiamo oggidì in que' generi di dipingere, è ſempre ſtata l'acqua. E non è per avventura chi ignori grandiſſimo eſſere il diſvantaggio dell'acqua, come meſtruo delle materie colorate, in confronto dell'olio nella pittura, ond'è che, concedendo anche di buona voglia, che a' noſtri foſſero uguali in maeſtria nel diſegno, nella proporzione, nell'eſpreſſione degli affetti, nella ricchezza delle invenzioni, nella nobiltà de' penſieri, nell'accordamento, gli antichiſſimi pittori, non può aſſolutamente concederſi, che le loro dipinture le noſtre agguagliaſſero nella profondità degli ſcuri, nella morbidezza e carnoſità de' chiari, nel grande rilievo, e nelle mirabili digradazioni di colori, toſto che non poſſiamo dare per conceſſo, che aveſſero, come noi abbiamo, l'uſo dell' olio, a cui di queſte qualità ſingolari ſiamo preciſamente debitori, come vedremo quì appreſſo; del che non abbiamo traccia in altro, fuorchè nel temperare la cera punica coll' olio per una preparazione, o vogliam dire meſtica all'encauſto ſull'intonaco ſecco de' muri (*Plin. l.* 33. *c.* 7, *Vitruv. l.* 7. *c.* 9.). Certo è, che gli ſcuri e i chiari a mio giudicio non rieſcono sì bene a freſco, a tempera, come l'ottima pittura richiederebbe, eſſendo poco ſcuri i primi, e troppo chiari e dilavati i ſecondi. E ben ſi ſa, che da queſti le ombre e i lumi riſultano: ond'è poi, che quando la pittura è aſciutta appariſce il dipinto crudo, e direi quaſi ſfacciato, e ſi diſcoſta moltiſſimo dall'intenzione dell'Artefice.

Non è per conſeguenza poſſibile, in queſte maniere di dipingere, il dare tutto il rilievo neceſſario, e la forza alle dipinture, e molto meno quella morbidezza, che le conſormi con la vera carne, e le avvicini al vero. E mi pare ancora, che non rieſca il pittore colle tinte acquoſe a unire felicemente i colori, ad accordarli, a digradarli, e a ſare tutti i dilicatiſſimi paſſaggi, che natura ſa vedere nelle compreſſioni, gonſiamenti, ſtiramenti, ed altri movimenti infiniti de' muſcoli. E ſenza dubbio io credo, che l'operazione meravigliosa del velare o non ſi faccia, o ſi faccia aſſai imperſettamente con le tinte liquefatte coll'acqua. All'oppoſito tutti queſti difetti ſvaniſcono nel dipingere a olio. E primamente l'olio abbaſſa e mortifica i chiari sì che appariſcono paſtoſiſſimi e carnoſi; comunica profondità grandiſſima agli ſcuri, onde le opere acquiſtano poi quella ſorza, e quel rilievo ammirabile che veggiamo. Così il pittore aſſai più felicemente accorda a olio ed uniſce i colori, eſprime i lumi, e le ombre, e opera tutte le immaginabili digradazioni, attaccature, e paſſaggi infiniti da un atto all'altro de' muſcoli, di che parlammo quì addietro, non già tratteggiando, nè punteggiando, ma in guiſa, che non coſa dipinta, ma la coſa ſteſſa par di vedere ſuor della tavola, e per entro quaſi ad uno ſpecchio. E quanto al velare, che s'è detto, ne' panni particolarmente opera meraviglie l'arteſice coll'olio a imitazione e ſomiglianza del vero, e induce per ſino un certo abbacinamento d'aria nelle lontananze, che veramente ſorprende. Per la qual coſa non può abbaſtanza eſaltarſi queſta bella invenzione, che ha dato più verità alla pittura, che non può conſeguire per alcun altro modo conoſciuto. Non va però confuſo coll'a freſco, e coll'a tempera il dipingere a cera punica, ch' era pur un genere di dipintura degli antichiſſimi Maeſtri. Non credo, che a fronte del comune conſentimento de' dotti, e del fatto ſia più chi revochi in dubbio, che la cera punica degli antichi altro non foſſe, come l'ho trovato il primo ed annunciato nel mio Diſcorſo ſopra la cera punica pubblicato in Verona del 1785, che un ſapone a cera, una cera combinata col natro o ſal di ſoda, dovendo intenderſi per natro, alcali minerale, il nitro, ſal neutro, ch'entrava (*ſecondo Plinio Hiſt. l.* 21. *c.* 14.) nella ſabbrica di queſta cera tanto decantata. In fatto gli an tichi, e Plinio ſteſſo davano il nome di nitro al natron o natro che voglia dirſi, e un nuovo paſſo in confermazione di ciò vo' quì addurre tratto da *Tacito*, di cui ebbi cognizione dall'eruditiſſimo Sig. *Benedetto del Bene* di queſto tenore „ *Et Belus amnis Judaico mari inlabitur: circa cujus os conlectæ arenæ, admixto nitro, in vitrum excoquuntur*. Hiſt. V. 7. „ Il che ſuppoſto, ſi comprende agevolmente, che non eſſendo altrimenti l'acqua, che ſtempera la cera, ma bensì l'azione dell'alcali fiſſo, che l'attacca efficacemente, l'ammolliſce, la diſcioglie, e la rende e mantiene candidiſſima, paſtoſa, untuoſa, ciò che propriamente liquefà e ſtempra i colori ſi è la cera medeſima con cui s'impaſtano già diſciolta dall'alcali. E poichè la cera ha ben delle ſomiglianze e delle proprietà comuni con le reſine, ma è differente dalle reſine per quello che l'olio di queſte è veramente eſſenziale, mentre l'olio della cera è della natura degli olj dolci, untuoſi, non aromatici, nè sì prontamente volatili, come gli eſſenziali; ond'è che non ho dubitato di mettere nella claſſe de' ſaponi l'antica cera punica, toſtochè riconobbi, doverſi ella comporre coll'alcali della ſoda, e colla cera pura, non altro facendoſi, che una combinazione di un olio dolce concreto coll'alcali della ſoda, come ſi fanno cogli olj dolci liquidi gli ordinarj ſaponi alcalini. Per la qual coſa ſoſtengo non ſenza fondamento, che il dipingere a cera punica è tutt'altro dall'a freſco, e dall'a tempera, e ſta tra queſti, direi quaſi, e il dipingere a olio dolce in iſtato di liquore, ma più al dipingere a olio, che a freſco o a tempera ſi avvicina. Al che non hanno atteſo moltiſſimi Pittori, i quali hanno creduto, che foſſe aſſai lontano queſto dipingere antico dall'a olio, che non è, non eſſendo la cera, per ripeterlo, che un vero olio concreto della claſſe degli olj dolci uſati nella pittura. E quì ben ſi vede, che gli antichi avevano un olio tra le mani per dipingere, che noi non avevamo all'epoca dell'invenzione del dipingere a olio, i quali oggidì ſolamente abbiamo ſcoperto la compoſizione della loro cera, e cominciato a dipingere e ſtemprare con queſta cera i colori.

Non biſogna per altro diſſimulare, che tante bellezze e meraviglie nella pittura a olio non hanno vita lunghiſſima, ſiccome converrebbe, dopo di aver coſtato all'artefice ſtenti grandiſſimi a condurle, atteſi i vizj dell'olio, onde reſtano deplorabilmente guaſte e difformate in breve girar di anni le più ſtupende opere dell'arte. Era di meſtieri però allontanarſi dall'epoca della loro facitura, e rimirarle qualche ſecolo dopo, come ora facciamo, perchè ſaltaſſe agli occhi il cattivo governo che ne ha fatto la corruzione dell'olio. Sopra di che non credo male ſpeſo il tempo nel rintracciare come ciò addivenga, e come potrebbe impedirſi queſto male graviſſimo nella più bella delle Arti imitatrici della natura. E ſiccome non va eſente il dipingere a olio anche da alcuni altri difetti, come ne convengono i più valenti Maeſtri, così ſe l'opera ſpeſa poteſſe pure fruttarci da queſto canto, i miei deſiderj ſarebbero pienamente ſoddisfatti a pro di un'arte, cui ho ſempre portato un amor particolare.

CAPITOLO SECONDO

CErto è in primo luogo, che non lieve difficoltà incontra a principio il pittore nel maneggiare i colori temperati coll'olio, e non ſolamente nel tirar linee ſottili, e i contorni interiori, ma eziandio nel ripieno, e nell'operare a pien pennello, come ſuol dirſi. E queſta difficoltà nuoce moltiſſimo, ſiccome quella che ritarda i progreſſi de'giovani, e contribuiſce anch'eſſa con le altre dell'arte a fare, che pochi arrivino all'eccellenza. In fatto non può alcuno poſſedere giammai perfettamente queſt'arte, ne farviſi grande, ſe non abbia reſo obbedientiſſima la mano all'intelletto. La natura, cui certamente ha per iſcopo d'imitare il pittore, non ha limiti nelle ſue infinite operazioni, nel preſentarci dinanzi le coſe viſibili, nell'atteggiare le ſuperficie de'corpi, nel paſſare dall'une all'altre, nel diſgiungerle, e nel variare finalmente in tutti gli oggetti le condizioni, le attitudini, i movimenti; ond'è meſtieri, che l'imitatore conduca e ſoggetti a tanta ſommeſſione la mano, quanta è d'uopo per incamminarſi a ſcorrere col ſuo pennello per ſentieri ſempre varj e malagevoli a ſeconda del vero: il che è ſtato ſempre giudicato coſa di alta e ſublime eccellenza, che richiede una franchezza e ſicurezza mirabile, la quale naſce da lungo abito, e da infiniti atti di obbedienza. Non è pertanto leggiero incomodo, che a queſta fleſſibilità, e arrendevolezza tanto neceſſaria della mano reſiſtano per giunta le paſte colorate per la tegnenza dell'intermezzo con cui s'impaſtano i colori. In oltre è vero bensì, ſiccome ne abbiamo fatto parola e gran conto qui innanzi, che l'olio mortifica i chiari, e comunica grandiſſima profondità agli ſcuri, ma non manca tra gl'intendenti dell'arte chi crede, che un tale effetto paſſi oltre il ſegno, e non vorrebbe per avventura nè tanto mortificati i chiari, nè tanta profondità e cupezza negli ſcuri: e duole poi a non pochi, che generalmente l'olio abbaſſi tutti i colori dal tuono naturale. Ma forſe tutto queſto è un nulla in comparazione col danno che ſuole recar l'olio a' dipinti invecchiando, danno che non può eſecrarſi abbaſtanza per la perdita, che fa l'arte di tanti capi d'opera, onde col tempo ci ſi rapiranno dagli occhi gli eſemplari de' migliori maeſtri. Non è pittura a olio, in cui dopo un certo girar d'anni non ravviſi il pittore ſteſſo che l'ha fatta, tutt' altro divenuta l'opera ſua da quella che gli è uſcita di mano; e più ſe ne accorge ſe più eſpoſta alle vicende dell'aria e del calore ſia ſtata la pittura. E non è poi da dirſi a qual ſegno comunemente giunga l'alterazione che ſuccede nelle ſue parti uno o più ſecoli dopo. Tutte le tinte, qual più qual meno, digradano dal primo lor eſſere: tutti i chiari ingialliſcono: l' accordamento ſi altera e guaſta: ſi ſquilibrano i contraſti de' lumi e dell'ombre: ma ſoprattutto creſce oltre miſura l'intenſità e cupezza degli ſcuri; ſicchè e contorni, e diſegno, e attaccature, e proporzioni tutto ſi diſforma, e non pronuncia più la pittura, ſe così è permeſſo di dire, quella verità, quella vivezza, quell' ammirabile inganno, come faceva per avventura a principio. Nè ad altro poſſono attribuirſi queſti ſconcerti fuorchè all'olio che ranciſce, e ſi guaſta col tempo, ſconcerti, che giova ricordare, non già per isbandire l'olio dalla pittura, che ne ſarebbe gran perdita l'arte, ma per indagarne l'origine più intima, e mettervi riparo, ſe ſia poſſibile. Per la qual coſa biſogna, che prendiamo a rimirare l'oggetto cogli occhi della Fiſica; e ſiccome non ſo che ſiaſi giammai cercato di propoſito di dar ajuto all' arte per queſto verſo, così mi vi accingo di buona voglia, con fiducia, che, ſcorte le coſe più da vicino, che non s'è fatto, non ſia per mancarci qualche eſpediente e conſiglio, che migliori la condizione del dipingere a olio.

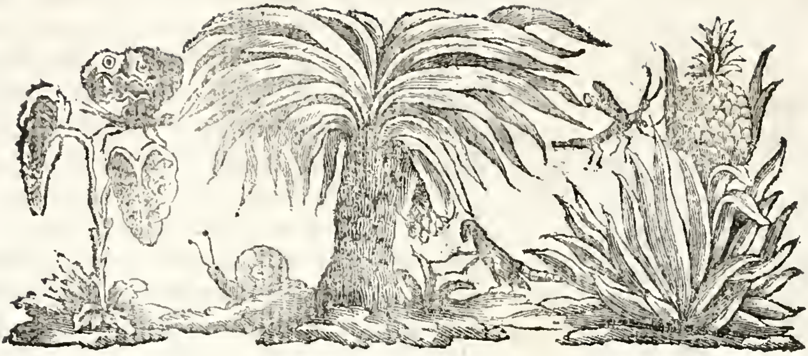
Che coſa è l'olio? Un compoſto di acqua, di acido, di terra, e di fuoco combinato, cui tutte le analiſi dimoſtrano volatile, e tanto più volatile quant'è più puro, e attenuato. Le diſtillazioni di queſto compoſto dopo di aver ſomminiſtrato l'acqua, e l'acido, ch'ei conteneva, laſciano in fondo un reſiduo ſiſſo e carbonchioſo. Tutte le circoſtanze, che favoriſcono la fermentazione inducono nell' olio notabili cangiamenti, e per fermentazione tutte le ſue parti più fluide ſi attenuano, ſi ſviluppano, ſi volatilizzano, ſi diſſipano, operando lentamente la fermentazione quella ſteſſa decompoſizione dell' olio cui la diſtillazione promuove preſtamente. Al fermentare poi è l'olio per natura diſpoſtiſſimo, baſtando, che ſia egli eſpoſto a quel calore ordinario dell' atmosfera, e moderatiſſimo, che tien rarefatto il mercurio alquanti gradi ſopra il zero ne' noſtri Termometri, e che comunichi liberamente coll' aria. E tanto più preſtamente ſi eccita da sè queſto movimento inteſtino tra le parti coſtitutive ed integranti dell' olio, quanto è egli più di freſco eſpreſſo dalle materie vegetabili, ed animali, movimento che tutto diſuniſce, e ſcompone. Da queſta condizione naturale dell' olio, da queſta ſua eminente diſpoſizione al fermentare procedono, per quello che m' avviſo, tutti gli ſconcerti, che avvengono alle pitture noſtre, in cui è meſcolato a' colori l'olio dolce de' vegetabili. Venendo egli pertanto adoperato nel dipingere tratto appena dai ſemi delle piante, e quindi eſpoſto all' azione continua dell' aria e del calore, non è meraviglia, che ben preſto, a ſeconda dell' alterazione che ſi opera in lui naturalmente, ſi alterino pure ſucceſſivamente le tinte delle pitture, e ſeguano le ſteſſe vicende dell' intermezzo che le tiene unite. E non è neppur difficile l'intendere, onde l'ingiallirſi provenga ne' dipinti, che fa tanto torto e guaſto nelle più bell' opere di pittura. L'acrimonia, l'odor forte che acquiſtano gli olj dolci per l'azione del fuoco, tutto succede ugualmente per opera pure dell' inſenſibile fermentazione. L'acido, che non ſi manifeſta negli olj recenti, ſi ſviluppa a poco a poco, e li rende acri, e fa loro acquiſtare quel grado di alterazione, che diciamo rancidume, onde altre tinte inverdiſcono, altre ingiallano, altre s'illividiſcono, e tutto dal più al meno prende nel dipinto altro tuono da quello che aveva ſotto il pennello, ſecondo ch'è temperata coll'olio terra, o calce metallica, od altra ſoſtanza colorata, e ſecondo la doſe dagl'ingredienti. E queſta medeſima fermentazione e decompoſizione lenta dell'olio ſi è per appunto quello che rende in fine sì cupi, e piuttoſto tenebroſi che profondi gli ſcuri nelle dipinture. Imperciocchè eſſendo eſſi compoſti di terre per lo più, o di materie carbonchioſe, che non hanno quaſi alcuna azione ſull'olio, e non lo diſſolvono, ne viene lo ſteſſo effetto, che producono nella diſtillazione dell'olio gl'intermezzi terroſi, come la ſabbia, la polve di tegolo peſto, e ſimili materie, i quali accelerano mirabilmente, diſunendo le parti dell'olio, la di lui alterazione e decompoſizione, con queſta ſola differenza, che l'effetto è più pronto nelle diſtillazioni, che non è nella ſpontanea fermentazione. Ma a lungo andare ſuccede lo ſteſſo preciſamente come in quelle, onde prendono a volatilizzarſi e diſſiparſi a poco a poco l'acqua, e l'acido dell'olio per opera continua e continuamente ſoſtenuta del moto inteſtino, ſiccome avviene più prontamente nella diſtillazione per l'azione del fuoco. Quindi è, che tutto termina a un modo; e come in queſta, così a capo della decompoſizione naturale dell'olio negli ſcuri delle pitture, favorita dagl'intermezzi terroſi, onde gli ſcuri medeſimi ſono compoſti, reſta ſu la Tavola il capo morto carbonchioſo dell'olio meſcolato al fondo già per sè naturalmente cupo dell'intermezzo terroſo, onde naſce l'enorme creſcimento degli ſcuri che dicemmo qui addietro. E di quà procede ancora, che le pitture vadano tanto ſoggette a'ſcrepoli, e a ſcorzarſi talora, quanto è più libera ſull'olio l'azione dell'aria e del calore, perdendoſi nelle tinte la mutua coeſione delle parti pel diſſeccamento e diſunione che naſce tra le materie colorate, e la parte reſidua fiſſa e carbonchioſa dell'olio, che vi rimane interpoſta ſenza legame.

Dietro a queſti incontraſtabili principj ſi potrebbe a parte a parte render ragione d'altri difetti, che trae ſeco il dipingere a olio dall'olio medeſimo nel paſſare per li varj gradi di fermentazione inteſtina favorita e promoſſa mirabilmente per l' eſpoſizione delle noſtre tavole all' azione libera dell'aria e del calore. Ma ſe così è, com'è di fatto, quella ſteſſa Scienza, che ci pone in grado di conoſcere l'origine intima di queſto male, deve inſegnarci pure a rimuoverlo, o almeno a impedirne gli effetti. Io credo, che il poſſa, e mentre ſon certo, che i Dotti ne converranno, deſidero ardentemente, che i Profeſſori dell'arte non ſieno indocili nell' ammettere la pratica, e il maneggio dell'olio combinato nel modo, che la ſana ragione ſuggeriſce.

Se l'olio, che vogliamo conſervare e uſare nella pittura, e che merita di eſſere conſervato e uſato per la bellezza e verità, che introduce ne'dipinti innegabilmente, è la ſoſtanza propriamente fermentativa, che abbiamo in natura, facile a volatilizzarſi, e decomporſi per opera di queſta ſua naturale diſpoſizione al fermentare, non è poſſibile certamente di torgli queſta proprietà inerente alla ſua natura ſenza torgli la natura di olio. Ma è ben poſſibile l'impedire, che queſta fermentazione, l'atto, l'operazione del fermentare abbia effetto, ancorchè non ſia, che non può farſi, tolta alle noſtre tavole dipinte l'acceſſibilità dell' aria, e del calor naturale delle ſtanze, ove ſogliono collocarſi. Tutto l' artificio, e molto ſemplice conſiſte nell' alterare la proporzione de' principj proſſimi dell' olio, nell' inzepparlo e combinarlo con una materia che abbia ſopra di eſſo molta azione, la qual materia poi ſia per sè totalmente incapace di fermentazione: in guiſa però, che l' olio conſervi in queſta combinazione la ſua untuoſità, e acquiſti tutta la facilità più deſiderabile nel laſciarſi diſtendere, e condurre miſto a'colori col pennello, e non perda d'altra parte i pregi sì prezioſi nella pittura, che gli vengono a giuſta ragione attribuiti. Il ſal di ſoda, oſſia l' alcali minerale, detto comunemente natro, è la ſoſtanza forſe unica, ch'io trovo adattata a queſto importantiſſimo oggetto. Egli ha molta azione ſugli olj in generale, come tutti ſanno, e moltiſſima ſugli olj dolci, non tanto attenuati, nè tanto volatili come gli eſſenziali, olj che per appunto adoperiamo nella pittura. Queſto ſale non è per ſe capace di alcuna fermentazione propriamente detta, e unito in piccola doſe agli olj dolci, ch' egli diſcioglie facilmente, forma i compoſti ſaponacei, che ſappiamo, mo, i quali prendono col tempo una tale conſiſtenza e durezza, che avendo avuto occaſione in Venezia di averne in mano un pezzo traſcurato da quaranta anni addietro, era bianco e duro come una pietra. L'olio in uſo nella pittura, ch'è quello principalmente di noce, o di lino, forma col ſal di ſoda una ſoſtanza, un compoſto aſſai molle, che dopo alcuni giorni di ripoſo ſi perſeziona a ſua poſta, come diremo più ſotto, e macinato coi colori ſi rende tanto untuoſo e docile al pennello, che non può deſiderarſi di più. E ſiccome in queſto ſtato di combinazione l'acqua, o lo ſpirito di vino in piccoliſſima doſe lo ammolliſcono più e più, e ſtemperano quanto può mai occorrere, ho trovato che col ſolo immergere la punta del pennello sì nell'una, che nell'altro, ſi conduce la paſta colorata a tanta obbedienza, che aſſolutamente coll' olio, per la ſua viſcoſità, non vi ſi perviene giammai; nel che ſi guadagna moltiſſimo. Queſto è l' eſpediente migliore, che ſuggeriſce la Scienza all'Arte della pittura, perchè la fermentazione dell'olio non guaſti tante belle opere de' Maeſtri, mantenendo i chiari come ſono, e non laſciando creſcere all'eccesſo gli ſcuri, e per obbligare i principj dell'olio a ſtarſene intimamente legati all'intermezzo alcalino e ſiſſo, che vi frapponghiamo, impedendone la decompoſizione quanto è mai permeſſo di ſare. E non è veramente queſt'unione un ſemplice meſcuglio, da cui poſſano da sè ſepararſi le parti agevolmente. Vi vuol ſempre un potente intermezzo che poſſa operarlo, per la cui azione ſi generi una vera decompoſizione, come ne' ſali; il che fa vedere, che può legittimamente per queſta ragione conſiderarſi come una vera combinazione. Anche le pitture a olio poſſono ſcomporſi con un intermezzo, nè ciò fa torto al metodo. In fatto una forte liſciva alcalina dilava in pochi minuti qualunque dipinto a olio irremiſſibilmente.

E ſi ha anche una prova, che in queſta unione i principj ſi ſaturano ſcambievolmente, non già ſul momento, ma coll'andar di un poco di tempo, perchè l'olio dolce ricavato per decompoſizione dal miſto, come ſi è detto, è molto più deflemmato, più tenue, e più puro, che non era prima. Il che non laſcia luogo a dubitare, che l'intenzione che abbiamo di tener inzeppato l'olio poſſa non eſſere pienamente ſoddisfatta, non eſſendo baſtevole nè il calore ordinario, nè l'acceſſo dell'aria a ſvincolare l'olio dall' alcali minerale con cui è combinato, e molto meno quanto più ſarà invecchiata la pittura. Ecco pertanto come l'eſperienza m'ha ſuggerito di proporzionare le doſi nella paſta molle, che vogliamo ſoſtituire all'olio ſchietto, a cui gli Speziali, e i Pittori ſteſſi, ſe voleſſero farla da sè, poſſono attenerſi. Siccome il ſal di ſoda, o qualunque alcali in genere fatto cauſtico, ha una molto più grande azione diſſolvente, così è neceſſario di mettere a nudo il ſuo principio ſalino col meſcolarvi un poco di calce viva. Per la qual coſa ſi prendano due parti di ſal di ſoda puro, per eſempio due dramme, e una dramma di calce viva, e ſi faccia in una cazza di ferro bollir tutto inſieme per un iſtante in quattro o ſei ſole dramme di acqua, e preparate otto dramme di olio freſchiſſimo di noce o di lino il ſi vada verſando a poco a poco nella miſtura predetta, e ſempre meſcolando finchè ſia terminato l'olio; e anche dopo per quaſi una mezz'ora ſi continui a meſcolare tutto inſieme, perchè le ſoſtanze s'incorporino. La paſta è fatta. Si laſci ripoſar tutto nella ſteſſa cazza per otto o dieci giorni, a capo de' quali ſi getti via qualunque parte liquida ſuperflua, che foſſeſi ſeparata dalla maſſa, e foſſe venuta alla ſuperficie, e ſi riponga la paſta in un vaſetto di vetro, o di majolica conſervandola coperta per la pittura. Con queſta ſi macinino i colori come coll'olio ſchietto. Se col tempo induraſſe un poco, non ſi ha che a mettere ſul porfido qualche goccia di ſpirito di vino, o di acqua nella miſtura da macinare col colore; e così nell'atto del dipingere, ſe non foſſe la tinta arrendevole abbaſtanza ſotto il pennello, baſta bagnare la punta del medeſimo pennello in acqua, o ſpirito di vino, e operare. E queſto ſarà il dipingere a *olio combinato*. Avendo fatto fare ſotto i miei occhi moltiſſime prove con queſt'olio combinato, e coll'olio ſemplice, ho oſſervato, che neſſuno de' colori adoperati ſia terroſo, ſia di calce metallica in uſo nella pittura a olio, ſi abbaſſa e perde tanto il ſuo tuono naturale, come lo fa a olio. Ho ſolamente veduto, ch'è un po' più lenta nell'aſciugarſi la pittura a olio combinato, che non è a olio ſemplice; ma quanto è mai pregevole il vantaggio, che quale ſi diſſecca, tale reſta la pittura a olio combinato, nè ingiallano le biacche, nè ſi ottenebrano le terre, e gli ſcuri, come a olio ſchietto. Ed ho anzi oſſervato, che terminata la pittura, reſta da sè lucidamente vernicciata, come ſe foſſe coperta da un criſtallo. Ho in mano una teſta di giovane dipinta nel meſe di Agoſto del 1792 in tela a olio combinato dal Sig. Paolo Caliari Pittor Veroneſe di molta aſpettativa. Si diſtinguono in queſta pittura manifeſtamente tutti i caratteri dell' olio, così negli ſcuri, come ne' chiari, anzi vi appariſcono i chiari un po' più carnoſi, che a olio ſchietto, ed ha la pittura in sè congiunta verità e vaghezza in modo particolare. Ma il vantaggio principale, che deve attenderſi in queſto dipignere ſi è, come tutto il promette, la permanenza dell' olio nello ſtato in cui vien meſſo in opera, ch'è un guadagno per l'arte inapprezzabile.

Detto quanto baſta del dipingere a olio combinato, non vo' traſcurare un oggetto per giunta, che da sè ſi offeriſce in queſta combinazione. Sanno gl' intendenti, che ne' ſaponi alcalini non eſauriſce l' alcali ſull' olio tutta la ſua azione diſſolvente, e ch'è capace ancora con parte di sè di eſercitare la ſua facoltà ſopra qualche porzione di altra materia con cui non manchi di avere affinità. Queſta proprietà fa ſubito naſcere il penſiero, che ſi potrebbe rendere la pittura a olio capace anche dell' encauſto, ſe il voleſſe taluno. Ho fatto pertanto e ripetuto molte ſperienze, onde ſtabilire la quantità di cera pura, che può aggiugnerſi nell' olio combinato sì, che non ne reſti turbata la reciproca ſaturazione dell' alcali e dell'olio, ch'è l'oggetto noſtro, e ſia la pittura a un tempo propria all'encauſto. Baſta pertanto meſcolare con le otto parti, o come portammo per eſempio, con le otto dramme di olio, una dramma di cera liquefatta, e bene incorporare inſieme queſte due ſoſtanze. Fatta la miſtura poi con la ſteſſa quantità di ſal di ſoda acuito dalla calce viva, che dicemmo, il compoſto molle, che ne riſulta è atto alla pittura, capace di tutto il rammollimento di prima ſia con un po' di acqua, ſia con lo ſpirito di vino, e attiſſimo all' encauſto, ſecco che ſia perfettamente il dipinto. Del che baſti aver fatto parola, eſſendo io qui prinpalmente ſollecito, perchè i maeſtri dell' arte trovino il frutto deſiderato nel ſoſtituire all' olio ſchietto l'olio noſtro combinato, preſervando le loro più belle fatiche dalle ingiurie del tempo.



INDICE

DELLE MEMORIE

SEZIONE PRIMA.

DEll' Uſo delle Frazioni decimali nella moltiplicazione de' numeri. Parte prima, che contiene le Regole con le quali uſando le frazioni decimali nella moltiplicazione ſi potrà limitare l' ultimo prodotto a quel preciſo difetto che ſi deſidera.
Del P. D. ISIDORO BERNAREGGI Cherico Regolare di S. Paolo, Profeſſore di Matematica nelle R. Scuole di Lodi
Preſentata dal Sig. Ab. AMORETTI . . . . pag. 1

Della Coſtruzione d' un Termometro ad indice.
Del P. GIOVAMBATTISTA di S. Martino . . . 71

Fenomeno di alcune vampe di caldo in mezzo al freddo.
Del Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO . . . . . pag. 85

Sopra un Vomito urinoſo.
Del Sig. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI . . 93

SEZIONE SECONDA.

Circa gl' indizj d' antichiſſimi Vulcani nelle Montagne e Alpi Vicentine, Veroneſi, e Trentine.
Del Sig. GIOVANNI ARDUINO. Lettera diretta al Sig. Ab. ALBERTO FORTIS 102

Eſpoſizione anatomica delle parti relative all' Encefalo degli Uccelli. Trattato Quinto de' Nervi che eſcono dalla cavità del cranio degli Uccelli.
Del Sig. VINCENZO MALACARNE
Al Chiariſſimo Sig. MICHELE GIRARDI . . . 106

Rifleſſioni intorno alla cauſa d'un Fenomeno elettrico.
Del P. GIOVAMBATTISTA di S. Martino . . . 120

Oppoſizioni d' Urano oſſervate
Dal Sig. GIUSEPPE SLOP, e calcolate dal di lui Figlio FRANCESCO SLOP de Cadenberg 137

SEZIONE TERZA.

Delle Conſerve irritabili, e del loro movimento di progreſſione verſo la luce Eſame Chimico.
Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI di Chioggia
Preſentata dal Sig. Ab. ALBERTO FORTIS . . . 161

Oſſervazioni Meteorologiche fatte in Verona negli anni 1790, 1791
Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI . . . . . pag. 205

Legge inſeparabile dal principio fondamentale del Caſtelli intorno al moto e alla miſura dell' acque correnti.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA 218

Oſſervazioni ſulla coſtituzione dell' aria atmosferica.
Del Sig. Co. MOROZZO 221

SEZIONE QUARTA.

Nuovo e ſicuro mezzo per riconoſcere la figura della Terra.
Del Sig. ANTONIO CAGNOLI 227

Oſſervazioni Orittografiche ſopra parecchie Località de' Monti Padovani.
Del Sig. Ab. ALBERTO FORTIS 236

Integrazione in Serie finite delle Formole ecc.
Del Sig. FRANCESCO PEZZI 256

Oſſervazioni ſulla nuova Teoria e Nomenclatura Chimica come inammiſſibile in Mineralogia.
Del P. D. ERMENEGILDO PINI 309

SEZIONE QUINTA.

Oſſervazioni Aſtronomiche.
Del Sig. ANTONIO CAGNOLI 369

Saggio di Rifleſſioni ſull' iſtoria e la natura de' Giganti.
Del Sig. GAETANO D' ANCORA Officiale proprietario della Segreteria del Re di Napoli
Preſentata dal Sig. MICHELE GIRARDI . . pag. 371

Memoria Geologica ſulle rivoluzioni del Globo terreſtre prodotte dall' azione dell' acque.
Del P. ERMENEGILDO PINI
Parte Seconda 389

Rifleſſioni ſull' integrazione di quell' equazioni, le quali non ſoddisfanno alle condizioni d' integrabilità.
Del Sig. PIETRO PAOLI 501

Memoria ſopra alcuni Problemi Meccanici.
Del medeſimo 534

Del dipignere a Olio combinato.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA 560

		Errori	Correzioni
Pag. 14	l. 15	$g-p+x-m-1$	$g=p+x-m-1$
103	l. 1	ſcattole	ſcatole
123	l. 28	volumc	volume
125	l. 35	ſoſtanza	ſoſtanza, e moltiſſimi altri di ſimil genere, e viceverſa.
129	l. 6	el a	e la
166	l. 11	qnali	quali
168	l. 2	acuratamente	accuratamente
182	l. 1	ealorico	calorico
195	l. 30	aſſes	aſſez
202	l. 30	emanano	emana
250	l. 5	po	po'
253	l. 10	ſarebbe duopo	ſarebbe d' uopo
274	l. 31	ſuceſſivi	ſucceſſivi
336	l. 1 14	*Berthollet*	*Bertholet*
357	l. 4	ovvero oxigeneo è una ſteſſa coſa coll' oxigene,	ovvero idrogeneo è una ſteſſa coſa coll' idrogene,
358	l. 33	*Berthollet*	*Bertolet*
387	l. 14	nota 10,	nota (1),
411	l. 21	improviſa	improvviſa
412	l. 34	aidé a	aidé à
432	l. 5	CAPO III	CAPO VIII
439	l. 25	organnizzati	organizzati
445	l. 25	tetra	terra
455	l. 11	abbondance	abondance
455	l. 39	ou	où
487	l. 2	mantere	mantenere
499	l. 10	de acque	da acque
528	l. 27	permurabili	permutabili
533	l. 20	ſoddisfaccenti	ſoddisfacenti
545	l. 31	ſarano	ſaranno

Queſto VI. Volume contiene ſogli 73, e Tavole 2, il cui prezzo, oltre le reſpettive ſpeſe di porto, è di lire venete 16 : 10, compreſa la provviſione del dieci per cento al Librajo venditore.

NATURAL HISTORY